

IV Détection des ondes sismiques : principe du géophone

Dans les parties précédentes, nous avons abordé la génération d'ondes sismiques lors d'un séisme au niveau de la frontière entre deux plaques tectoniques, puis le mécanisme de propagation d'ondes sismiques dans les différentes enveloppes terrestres. On va maintenant s'intéresser aux outils de détection.

IV.A Sismomètre mécanique

Dans toute la suite, on considère que tous les mouvements sont unidirectionnels et selon l'axe vertical (Oz).

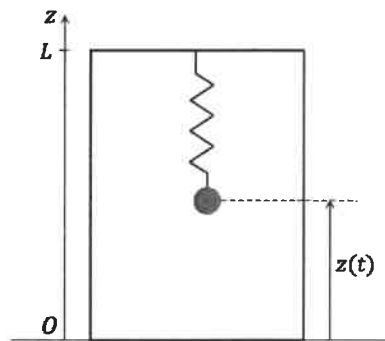


FIGURE 12 – Schéma de principe d'un sismomètre mécanique.

Un sismomètre (figure 12) est un système oscillant constitué d'un bâti, auquel est suspendu par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 une masse m . La masse subit un amortissement visqueux modélisé par une force de frottement fluide de coefficient α telle que $\vec{f}_v = -\alpha v_m(t) \vec{e}_z$, où $v_m(t)$ désigne la vitesse de la masse m dans le bâti. On note $z(t)$ le paramétrage du mouvement de la masse dans le bâti.

35. Déterminer la position z_{eq} d'équilibre de la masse au repos sans secousse du sol.

- Lorsqu'un séisme se produit, l'arrivée de l'onde sismique sur le sismomètre provoque un mouvement du bâti de l'appareil. On note $x(t)$, le déplacement du bâti selon l'axe vertical (Oz), dans le référentiel terrestre (voir figure 13). On note $z_{eq} + z_m(t)$ le mouvement de la masse dans ce même référentiel, $z_{eq} + z(t)$ le mouvement de la masse dans le référentiel lié au bâti.

36. Établir l'équation du mouvement à laquelle obéit $z_m(t)$, et en déduire celle pour $z(t)$.

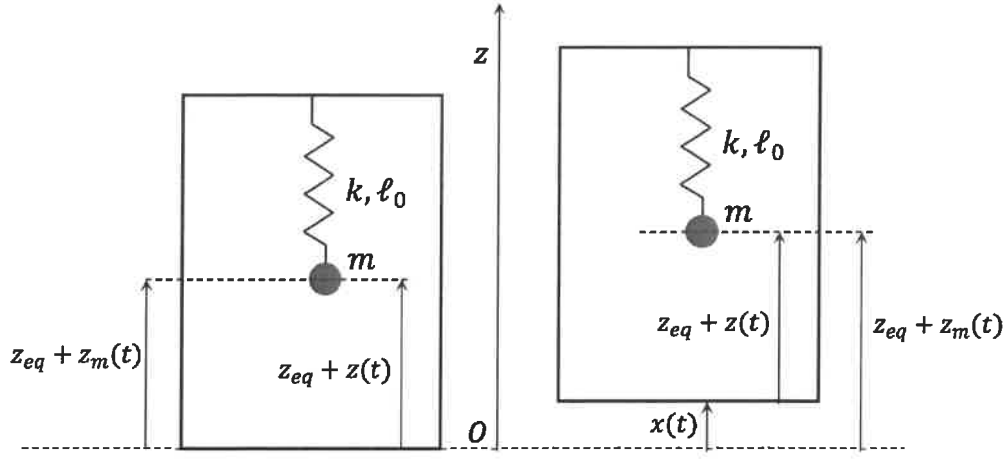


FIGURE 13 – Paramétrage du sismomètre mécanique au passage d'un séisme modélisé par une excitation du bâti.

Dans la suite, la force effective appliquée au système $\vec{f}_{ie} = -m \frac{d^2x}{dt^2} \vec{e}_z$ est appelée force d'inertie d'entraînement et modélise l'influence du déplacement du bâti.

- On considère, dans les questions suivantes, un régime sinusoïdal forcé tel que l'excitation du sismomètre, $x(t)$, s'écrit $x(t) = X_0 \cos(\omega t)$. On utilisera la notation complexe pour les grandeurs sinusoïdales sous la forme $x(t) = \Re(\underline{X} \exp(j\omega t))$, rappelée au début du problème. On notera $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ la pulsation propre du système et $Q = m\omega_0/\alpha$ son facteur de qualité.

- 37.** Établir l'expression de la fonction de transfert du sismomètre en déplacement $\underline{H}_d^m = \frac{\underline{Z}}{\underline{X}}$ sous forme canonique en fonction de $\frac{\omega}{\omega_0}$ et Q . Tracer qualitativement le diagramme de BODE en amplitude de la fonction de transfert $\underline{H}_d^m$, en supposant que le facteur de qualité vaut $\frac{1}{\sqrt{2}}$. On se limitera aux comportements asymptotiques de la fonction de transfert pour le tracé du diagramme.

Dans les différentes gammes de fréquences, à quelle grandeur physique (déplacement, vitesse ou accélération) le déplacement z est-il proportionnel ? Préciser ainsi la nature du capteur dans les différents régimes (capteur de déplacement, capteur de vitesse, accéléromètre).

- 38.** À très basses fréquences, donner l'expression approchée de l'équation du mouvement. En supposant que la résolution d'un appareil de mesure lié au sismomètre est Δz , en déduire quelle est l'accélération minimale que le sismomètre peut résoudre. Comment choisir les paramètres de la pulsation propre du système pour optimiser cette résolution ?

IV.B Fonctionnement du géophone

Une mesure analogique (ou numérique) du déplacement du système oscillant nécessite un transducteur. Le dispositif réel de détection est une masse m fixée à une bobine qui peut osciller dans l'entrefer d'un aimant. La bobine est alors soumise à l'action d'un champ magnétique orthoradial. Le principe de fonctionnement de ce dispositif, appelé géophone réel, est le même que celui d'un haut-parleur (le géophone réel est représenté sur la figure 14). Dans la suite, on adopte une modélisation simplifiée de ce dispositif, reposant sur un modèle équivalent de rail de LAPLACE, décrit sur la figure 15. Le déplacement $x(t)$ désigne, comme dans la partie précédente, le mouvement du bâti résultant du passage de l'onde sismique, $z_{eq} + z_m(t)$ le mouvement de la barre dans le référentiel terrestre et $z_{eq} + z(t)$ le mouvement relatif de la barre dans le référentiel lié au bâti du rail de Laplace. Cette barre est liée

au bâti par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . Le rail est plongé dans un champ magnétique homogène et constant $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_x$.

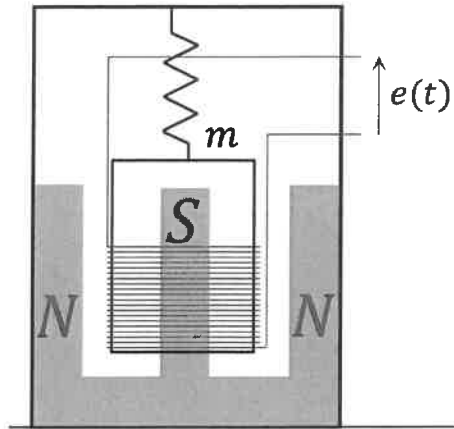


FIGURE 14 – Schéma d'un géophone réel.

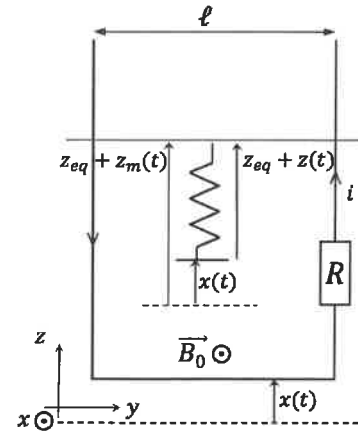


FIGURE 15 – Modèle équivalent du géophone.

39. Lorsque la tige est mise en mouvement au passage d'un séisme, expliquer pourquoi le circuit électrique, représenté sur la figure 15, est le siège d'un courant électrique. Rappeler le phénomène physique exploité par ce système.
40. Établir les équations mécanique et électrique décrivant le système. On note R la résistance équivalente du circuit, $e(t)$ la f.e.m d'induction, on néglige son inductance propre et on pose $\sigma = \ell B_0$.
41. Déterminer l'expression du facteur de qualité $\tilde{Q}$ du géophone. On pourra noter $\alpha' = \alpha + \frac{\sigma^2}{R}$. Proposer un protocole pour accorder le géophone tel que le système obéisse à un régime critique. Justifier le choix d'un tel régime.
42. Sachant qu'on mesure la tension aux bornes de la résistance et qu'on se place en régime sinusoïdal forcé, déterminer la nouvelle fonction de transfert liée au déplacement du bâti $\underline{H_d^e} = \frac{\underline{E}}{\underline{X}}$. On exprimera le résultat en fonction de $\frac{\omega}{\omega_0}$, $\tilde{Q}$ et σ . Donner la grandeur physique mesurée par ce capteur dans la gamme des hautes fréquences. Identifier ses limites d'utilisation.

IV.C Géophone asservi en force

Un sismomètre passif contient deux convertisseurs. La suspension transforme l'accélération du bâti en un déplacement de la masse puis le transducteur le transforme en tension. Pour que le sismomètre soit précis, la suspension doit avoir une faible constante de raideur ou une masse importante. Pour ces deux caractéristiques, les séismes de fortes amplitudes vont générer un important déplacement qui déformera la géométrie du ressort et modifiera la linéarité entre force et déplacement. Par ailleurs, si la force de rappel est trop faible (afin d'optimiser la sensibilité), des phénomènes d'hystérésis et des effets visqueux peuvent apparaître et devenir prédominants, ce qui perturbe la mesure. Il est alors difficile de disposer d'un capteur à la fois précis et sensible.

Afin de pallier ce problème, on souhaite maintenir la barre mobile du rail de LAPLACE dans un régime oscillant de très faible amplitude. À cet effet, on complète le dispositif de la figure 15 par un dispositif assurant un asservissement en force. L'objectif est d'appliquer à la barre mobile une force qui compensera exactement la force d'inertie d'entraînement due à l'accélération du bâti. Pour cela, on considère un second système de rail de LAPLACE dans lequel est imposé un courant I (figure 16). La barre mobile de ce second système est rendue solidaire de la barre mobile du géophone à l'aide d'un système de fixation rigide.

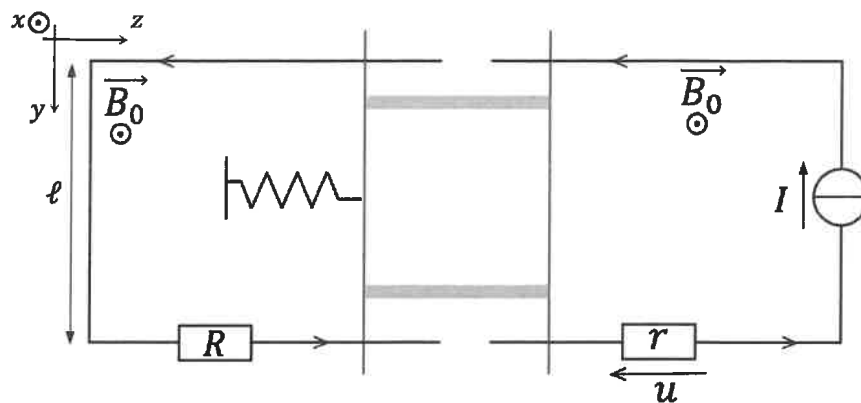


FIGURE 16 – Asservissement du géophone.

43. Déterminer l'équation du mouvement de la barre mobile du géophone asservi en force.

En régime sinusoïdal forcé, on considère que le courant I est relié à la f.e.m d'induction du géophone par la relation

$$\underline{I} = -\underline{H}(j\omega) \underline{E} . \quad (12)$$

44. Compléter en utilisant σ , $\underline{H}(j\omega)$ et $j\omega$ le système bouclé ci-dessous (figure 17). [Les candidats reproduiront le schéma ci-dessous sur leurs copies.]

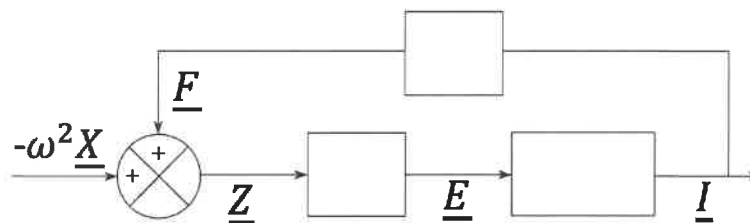


FIGURE 17 – Schéma-bloc de l'asservissement en force du géophone.

45. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_d = \frac{\underline{Z}}{\underline{X}}$, reliant $\underline{X}$ et $\underline{Z}$.
46. Dans le cas où $\underline{H}(j\omega)$ est un gain pur, noté $\underline{H}(j\omega) = g_1$, avec g_1 positif, en déduire quelle(s) est(sont) la(les) modification(s) éventuelle(s) sur le comportement du système.
47. On utilise l'expression suivante, $\underline{H}(j\omega) = \frac{g_2}{j\omega}$, avec g_2 positif. Quel avantage au niveau de la fréquence propre du système ce correcteur apporte-t-il ? Exprimer la nouvelle fonction de transfert $\underline{H}_d$, où on notera $\omega'_0 = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{g_2 \sigma^2}{m}}$. L'objectif de cette correction est une rétroaction en force. En utilisant le schéma-bloc de la figure 17, déterminer l'expression de la force supplémentaire appliquée par le second rail $\underline{F}$ en fonction de σ , g_2 , $\underline{H}_d$ et $\underline{X}$. Quelle est la limite basse fréquence de l'expression de cette force en régime dépendant du temps ? Comparer à la force d'inertie d'entraînement. Conclure sur l'utilité de la correction apportée. Si on mesure la tension u (notation complexe $\underline{U}$) aux bornes de la résistance r , quel capteur obtiendrait-on ?
48. Au regard des questions précédentes, donner l'expression de $\underline{H}(j\omega)$ permettant d'avoir un contrôle à la fois sur la pulsation propre et sur le facteur de qualité du système. Comment choisir g_1 et g_2 de manière à compenser la force d'inertie d'entraînement et se situer en même temps en régime critique ?

Si on mesure le courant I dans le second rail de LAPLACE via la tension u aux bornes de la résistance r , on obtient la même fonction de transfert que celle obtenue à partir de la position de la masse mais cette fois avec un ajustement possible de la fréquence propre et de la bande passante. On obtient des comportements passe-bas pour l'accélération et passe-haut pour le déplacement. Ce capteur, qui est un des plus répandus, est généralement utilisé dans la gamme basse fréquence.

Néanmoins, pour un capteur large bande, un signal de sortie proportionnel à l'accélération n'est pas une bonne solution. À haute fréquence, le capteur est facilement saturé par la moindre perturbation : trafic routier, bruits divers. À basse fréquence, le système générera un signal de sortie dès que la masse n'est pas tout à fait équilibrée, le système étant sensible à fréquence nulle. Il sera donc très facilement saturé. On souhaite un signal de sortie qui aurait un comportement passe-bande pour l'accélération, comme le premier modèle de géophone mais avec une fréquence propre la plus basse possible, pour ne couper que les très basses fréquences tout en ayant une bande passante plus large.

Afin d'améliorer le fonctionnement du capteur, on ajoute un élément supplémentaire qui sera l'équivalent d'un correcteur proportionnel intégral dérivé (PID). On choisit pour cela : $\underline{H}(j\omega) = g_1 + \frac{g_2}{j\omega} + \frac{g_3}{(j\omega)^2}$, avec g_1, g_2, g_3 positifs.

49. Exprimer la nouvelle fonction de transfert en vitesse $\underline{H}_v$ sous la forme

$$\underline{H}_v = \frac{\underline{Z}}{j\omega \underline{X}} = \frac{\frac{\omega^2}{\omega_{02}^3}}{1 + j \frac{\omega}{Q' \omega_{01}} - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2} - j \frac{\omega^3}{\omega_{02}^3}} \quad (13)$$

Donner les expressions de ω_{02} en fonction de σ, m et g_3 ; de $\frac{1}{\omega_{01}^2}$ en fonction de $Q, \omega_0, \omega_{02}, g_1$ et g_3 , et enfin de $\frac{1}{Q' \omega_{01}}$ en fonction de g_2, g_3, ω_0 et ω_{02} . En supposant que $\frac{\omega_{02}}{\omega_{01}} \gg 1$, tracer qualitativement le diagramme de BODE en amplitude asymptotique. Quelle est la nature de ce capteur pour $\omega_{01} < \omega < \omega_{02}$?

Le capteur obtenu est un sismomètre large bande. Le réseau français GEOSCOPE utilise de tels appareils : les Wielandt-Streckeisen STS-1 et STS-2. Ce réseau enregistre en continu les mouvements du sol. Ces mesures arrivent en temps réel au centre de données de l'IPGP (Institut de Physique du Globe de Paris) pour être stockées et analysées par les sismologues.

★ ★
★