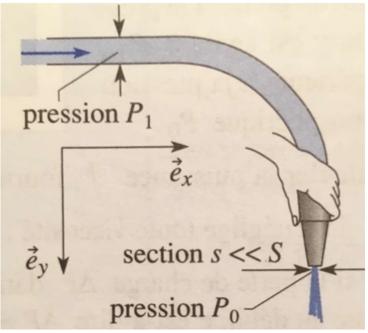
PSI FEUILLE D'EXERCICES DE SCIENCES PHYSIQUES N° 16 11/12/2025
2025/2026
Thème : Bilans de quantité de mouvement et de moment cinétique

APPLICATIONS DIRECTES

I. Force sur une lance d'incendie



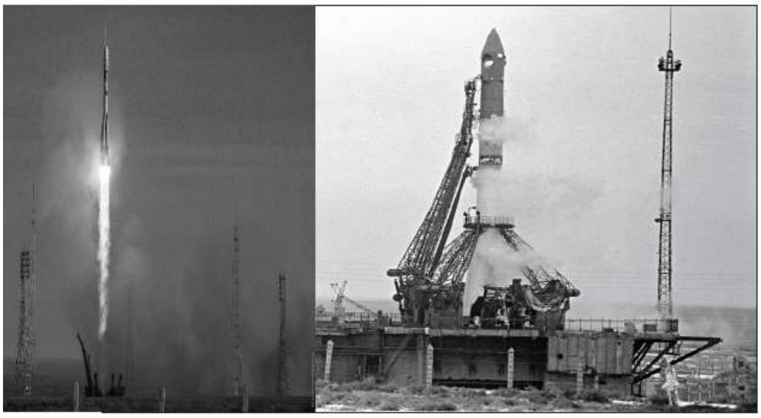
Un tuyau souple de section S se termine par un embout dont la section terminale s est très petite devant S. La pression dans le tuyau est P_1 et le jet sort à la pression atmosphérique P_o. L'embout fait un angle droit avec la partie antérieure du tuyau. La vitesse du jet sera supposée très grande devant la vitesse du fluide dans le tuyau. On néglige le poids de l'eau.

1. L'eau étant assimilée à un fluide parfait, calculer le débit massique Dm. Données : $P_1 = 10$ bar ; $P° = 1$ bar ; $s = 1\ cm^2$.

On considère le système ouvert formé par l'eau entre la section de pression P_1 et la sortie du tuyau.

2. Représenter le système fermé associé à cet ouvert à l'instant, puis à l'instant t+dt.
3. Effectuer un bilan de quantité de mouvement en régime stationnaire sur ce système.
4. En déduire, F_y, composante parallèle au jet de la force $\vec{F}$ qui maintient la lance. AN

2. Poussée d'une fusée au lancement

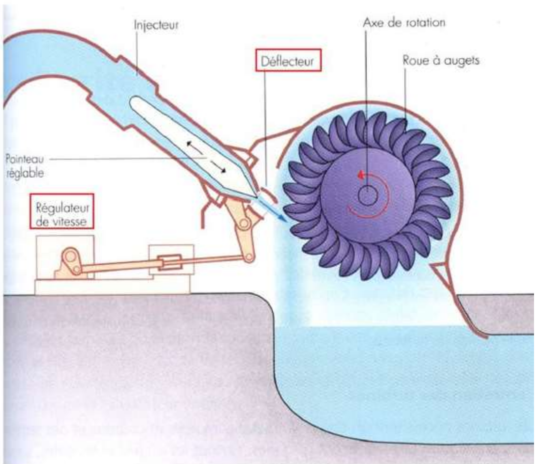


Photographies extraites de forum-conquètespatiale.fr

Une fusée en mouvement sur la verticale ascendante dans le référentiel terrestre supposé galiléen est soumise au champ de pesanteur supposé uniforme. Elle éjecte des gaz avec un débit massique Dm constant et une vitesse relative $\vec{u}$ constante et dirigée vers le bas.

1. Choisir un système fermé composé de la fusée et de son carburant à l'instant t, et décrire ce système à l'instant t+dt.
2. Effectuer un bilan de quantité de mouvement sur le système fermé entre t et t + dt.
3. Effectuer le bilan des actions extérieures qui s'exercent sur le système fermé. Appliquer le théorème de la résultante cinétique, et définir la « poussée ».
4. Effectuer un bilan d'énergie cinétique sur le système fermé entre t et t + dt.
5. Appliquer le théorème de la puissance cinétique pour déterminer la puissance fournie par le moteur de la fusée.

3. Etude d'une turbine



Turbine Pelton. Les roues Pelton tournent dans l'air à la pression atmosphérique sous l'impulsion des jets à très grande vitesse dirigés sur les augets par les injecteurs.

Une turbine, de rayon a, entraînée par un jet d'eau, supposé parfait, tourne autour de son axe fixe Δ.

Le jet d'eau, d'épaisseur négligeable, arrive avec une vitesse v_1 et un débit de masse D_m ; il ressort avec une vitesse v_2 qui dépend de la vitesse angulaire ω.

On appelle J le moment d'inertie de la turbine et de l'eau qu'elle contient. L'action de la turbine sur son axe est modélisée par un couple constant Γ. On considère le système ouvert constitué de la turbine et de l'eau qu'elle contient à l'instant t. On néglige l'effet de la pesanteur sur l'écoulement.

1. Effectuer un bilan de moment cinétique sur le système fermé coïncident et retrouver l'équation suivante : $J\frac{d\omega}{dt} + D_m a(v_2 - v_1) = -\Gamma$

2. Effectuer un bilan d'énergie cinétique. Comment serait modifiée cette équation si on tenait compte de la viscosité de l'eau ?

3. A partir des deux équations précédentes, exprimer v_2 en fonction de ω, a et v_1, et déterminer l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par $\omega(t)$, qui fait intervenir les grandeurs Dm, a, v_1 et Γ.

4.a) Déterminer la vitesse angulaire ω_p en régime permanent, discuter selon la valeur de v_1.

b) Exprimer Γ en fonction de ω_p.

c) En déduire la puissance fournie par la turbine en fonction de ω_p. Pour quelle valeur de ω_p cette puissance est-elle maximale ? Déterminer la puissance maximale. Tracer le graphe de la puissance en fonction de ω_p.

5. Déterminer $\omega(t)$ en régime transitoire.

EXERCICES

I. Décollage d'une fusée

Une fusée décolle verticalement dans le champ de pesanteur supposé uniforme de valeur g, en éjectant des gaz à une vitesse $u = 3$ km.s^{-1} par rapport à elle-même. La masse initiale de la fusée est $m_o = M + m_{comb}$ où M = 30 tonnes est la masse du vaisseau, de ses passagers ainsi que du matériel à bord et m_{comb} = 90 tonnes la masse initiale de combustible. On appelle m(t) la masse de l'ensemble à l'instant t et D_m le débit massique des gaz éjectés, supposé constant.

1. A partir d'un bilan de quantité de quantité de mouvement entre t et t + dt sur un système que l'on précisera montrer que $m(t)\frac{d\vec{v}}{dt} = m(t)\vec{g} - D_m\vec{u}$.
2. En déduire que la fusée ne peut décoller que si le débit massique des gaz éjectés est suffisant. Calculer la valeur de ce débit minimal.
3. Donner l'expression de m(t). Donner l'expression de l'instant t_1 où tout le carburant est consommé.
4. Déterminer l'expression de v(t), puis $v(t_1)$.

Le débit massique effectif est supposé constant et sa valeur est 450 kg.s^{-1}.

5. Calculer la vitesse atteinte par la fusée à l'instant t_1, puis la valeur de t_1.
6. Déterminer h(t), l'altitude de la fusée. Vérifier qu'une primitive de $\ln(1 - at)$ est $\frac{1-at}{-a}(\ln(1-at)-1)$. Exprimer $h(t_1)$. AN
7. Quelle est la nature du mouvement pour $t > t_1$?

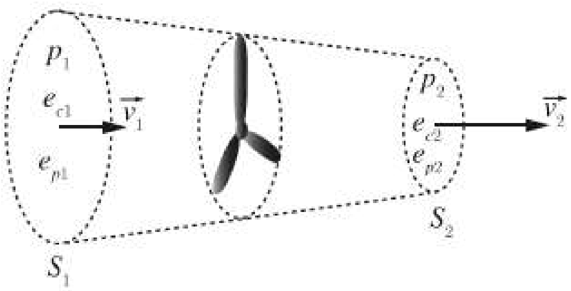
II. Vitesse d'un wagon sous la pluie

A $t < 0$, un wagon ouvert de masse m_o, se déplace sans frottements sur une voie horizontale à la vitesse $\vec{v}_o = v_o\,\vec{u}_x$. A l'instant t = 0, il se met à pleuvoir : à partir de cet instant, le wagon se déplace sous une pluie verticale en recevant un débit massique d'eau D, constant. Déterminer sa vitesse v(t).

III. Vitesse et accélération d'un wagon minéralier

Un wagon minéralier de masse m_o, mobile sans frottement sur une voie horizontale, est au repos à l'instant t = 0. Il contient une masse m_1 de minerai. A partir de cet instant, il est tracté par une force horizontale constante de module F tandis qu'il perd un débit massique Dm de minerai avec une vitesse horizontale constante par rapport au chariot, de module u et de sens opposé à la force tractrice. Déterminer l'accélération $\vec{a}(t)$ et la vitesse $\vec{v}(t)$ du wagon à l'instant t.

IV. Force exercée par l'air sur une hélice

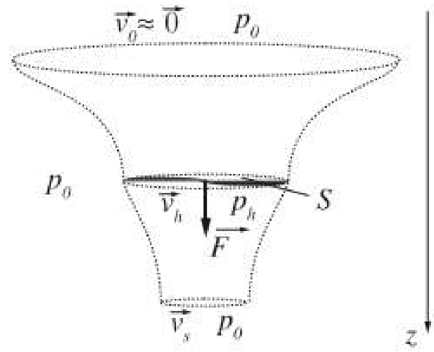


On considère un fluide de masse volumique ρ en écoulement stationnaire avec un débit massique Dm. On note $\vec{v}_1$, p_1, e_{c1} et e_{p1}, la vitesse, la pression, l'énergie cinétique massique et l'énergie potentille massique au niveau de la section amont S_1 d'un tube de courant et $\vec{v}_2$, p_2, e_{c2} et e_{p2} ces mêmes quantités sur la section aval.

1. Effectuer un bilan d'énergie mécanique sur ce tube de courant et appliquer le théorème de

l’énergie mécanique.

2. Effectuer un bilan de quantité de mouvement afin d’exprimer la résultante des forces extérieures en fonction du débit massique et des vitesses.



Soit un flux stationnaire d’air, de masse volumique ρ supposée constante, mis en mouvement par une hélice d’un drone, dont le tube de courant est représenté ci-contre. A l’entrée du tube de courant, l’air est immobile et la pression égale à p_o.

On note v_h la vitesse immédiatement en sortie de l’hélice et v_s la vitesse de l’air suffisamment en aval de l’hélice pourqu’il soit considéré en équilibre mécanique avec l’atmosphère ambiante. $p_s = p_o$.

Cette hélice exerce une force $\vec{F} = F\vec{u}_z$ sur l’air et lui cède une puissance mécanique $P_m = F.v_h$. $\vec{g} = g\vec{u}_z$.

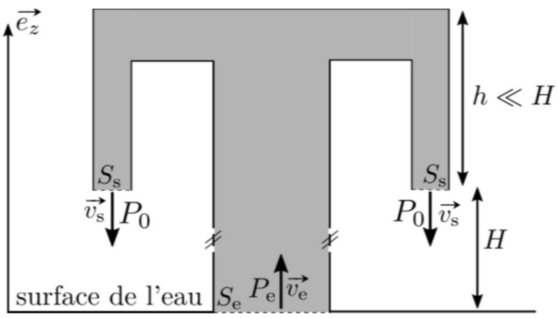
3. Justifier le choix d’une vitesse nulle à l’entrée du tube de courant.
4. Formuler une hypothèse supplémentaire sur la nature de l’écoulement permettant de négliger la puissance des actions internes.
5. En proposant des ordres de grandeurs cohérents de vitesse et dénivelé, justifier qu’il est possible en première approche de négliger la variation d’énergie potentielle.
6. Déduire de ces hypothèses l’expression de P_m en fonction de D_m et v_s.
7. Déduire de ces hypothèses l’expression de F en fonction de D_m et v_s. En déduire que $v_h = v_s/2$.
8. Montrer que $P_m = \frac{F^{3/2}}{\sqrt{2\rho S}}$. En déduire l’expression de la force $\vec{\Pi}$ exercée par l’air sur l’hélice en fonction de P_m, ρ, S et $\vec{u}_z$.

V. Le flyboard

Un flyboard est une plateforme sur laquelle les pieds d’un individu sont fixés et qui est composée :

• d’un tuyau de section S_e amenant jusqu’au flyboard de l’eau pompée par un jetski situé plus loin à la surface de l’eau ;

• de deux tuyères de section S_s évacuant l’eau à grande vitesse vers le bas dans l’air extérieur à la pression uniforme P_0 (indépendante de z). Dans toute la suite, on adopte les notations et la géométrie simplifiée de la figure ci-dessous sur laquelle le tuyau central, beaucoup plus long si on respecte l’échelle, a été tronqué par aspect pratique, mais il fait partie du système.



On ne s’intéresse pas au système de pompage (jetski) et on suppose que l’eau est propulsée depuis la surface de l’eau (z = 0) à la vitesse $\vec{v}_e$ et à la pression P_e.

L’eau est considérée comme un fluide parfait homogène incompressible de masse volumique μ.

On note :

• M_{eau} la masse d’eau contenue dans le dispositif flyboard (ensemble des tuyaux) ;

• $M = M_c + M_{fly}$ la masse de l’ensemble {homme + flyboard (sans l’eau qu’il contient)} ;

• $v_e = \| \vec{v}_e \|$ la vitesse de l’eau à l’entrée du flyboard ;

• $v_s = \| \vec{v}_s \|$ la vitesse de l’eau à la sortie du flyboard.

Q1. Peut-on appliquer le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au système {homme + flyboard + eau qu'il contient} ? Justifier.

On désire effectuer un bilan de quantité de mouvement pour le système Σ^* = {eau contenue dans le flyboard}, grisé et délimité par les pointillés dans la **figure**. Pour ce faire, on se place en régime stationnaire et on suppose le candidat en équilibre à l'altitude H = 5 m.

Q2. Que signifie concrètement, pour les grandeurs ve, vs, Se et Ss, le fait de se placer en régime stationnaire ?

Q3. Définir le système fermé Σ correspondant au système ouvert Σ^* en précisant sa composition à l'instant t et à l'instant t + dt.

Q4. Rappeler la définition générale du débit volumique Dv et justifier qu'il se conserve ici le long de l'écoulement. En déduire deux expressions de Dv en fonction de ve, vs, Se et de Ss.

Q5. Effectuer le bilan de quantité de mouvement en projection sur $\vec{e}z$. En notant $F\vec{e}z$ la force exercée par l'eau sur les parois intérieures du flyboard, montrer que :

$$F = PeSe + 2P0Ss - Meaug + \mu Dv^2\alpha$$

où α est une constante dont on déterminera l'expression en fonction de Se et de Ss.

Q6. Après avoir vérifié toutes les hypothèses nécessaires, appliquer le théorème de Bernoulli entre deux points à préciser afin d'exprimer Pe en fonction de P0, μ, g, H, Dv, Se et de Ss.

Q7. Déduire des trois questions précédentes que :

$$F = P0\,(2Ss+Se) - Meaug + \mu g\mathrm{H}Se + \mu DDv^2\beta$$

où β est à expliciter en fonction de Se et de Ss.

La masse d'eau contenue dans le flyboard se décompose en deux parties :

• première p artie : la masse d'eau contenue dans le tube d'alimentation de hauteur H et de section Se

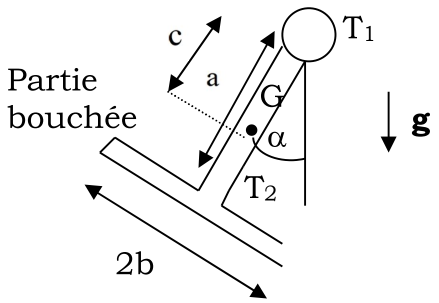
• deuxième partie : la masse d'eau contenue dans les tuyaux de la plateforme, à une distance h sous les pieds du candidat.

Puisque l'on s'intéresse à un vol stationnaire à une altitude de cinq mètres, on a $H \gg h$ et on néglige donc la masse d'eau contenue dans cette deuxième partie.

Q8. Donner l'expression de Meau en fonction de H. En déduire une expression simplifiée de F.

Q9. Appliquer le PFD, toujours en projection sur $\vec{e}z$, au système {homme + flyboard à vide (sans l'eau qu'il contient)} considéré comme étant à l'équilibre à l'altitude H dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Montrer que le débit volumique Dv,eq permettant cet équilibre s'écrit : $D_{v,éq} = \sqrt{\frac{Mg}{\mu\beta}}$

Q10. AN : Se = 80 cm² et Ss = 25 cm². Calculer α et β, puis Dv, vs et ve.



VI. Equilibre d'un tuyau

Un tuyau T_1 peut tourner librement autour de son axe horizontal Δ. Il alimente en eau un tuyau T_2, en "T", soudé à T_1. L'extrémité de l'une des branches du T est bouchée, l'eau s'écoulant par l'autre branche.

En fonction des dimensions de T_2, déterminer la valeur de l'angle α à l'équilibre. On pourra, en les justifiant, faire des hypothèses simplificatrices.

Données: Masse du tuyau T_2 : m_1 = 200 g ; dimensions de T_2 : a = 1,0 m et b = 20 cm ; distance du centre d'inertie G de T_2 à l'axe de rotation : c = 64 cm ; section uniforme de T_2: S = 1,0 cm² ; masse volumique de l'eau : μ ; débit massique : Dm = 0,20 kg.s^{-1}.