Troisième feuille d'exercices

Équations différentielles linéaires

19

Résoudre $x^2 y' + y = 1$.

20 CCP18

1. Trouver les réels a, β, γ tels que
$$\frac{1}{t\,(t^2-1)} = \frac{\alpha}{t} + \frac{\beta}{t+1} + \frac{\gamma}{t-1}.$$
2. Résoudre $t\,(t^2-1)\,x' + 2\,x = t^2$.

21 CCP

Résoudre l'équation différentielle
$$2\,x\,(x+1)\,y' + (3\,x+4)\,y = 2\,x\sqrt{x+1}.$$

22

Résoudre $y'' + 6\,y' + 9\,y = e^{-3x}$.

23 AM

Résoudre $y'' + 2\,y' + y = x\,\mathrm{sh}\,x$.

24 CCP

Sur $]1,+\infty[$, résoudre l'équation différentielle
$$y'' + 4\,y' + 4\,y = \frac{x}{(x-1)^2}\,e^{-2x}.$$

25 MP

Trouver les fonctions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivables telles que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) + f(-x) = e^x$.

26 MP

Soit $f \in \mathscr{C}^0([0,+\infty[,\mathbb{R})$, $\omega \in \mathbb{R}_+^*$ et
$$(E) \qquad y'' + \omega^2\,y = f.$$
Montrer que la fonction
$$\psi : x \mapsto \frac{1}{\omega}\int_0^x \sin(\omega\,(x-t))\,f(t)\,\mathrm{d}t$$
est solution de (E) sur $\mathbb{R}_+$. Résoudre (E) sur $\mathbb{R}_+$.