

Neuvième feuille d'exercices

MODES DE CONVERGENCE

78 AM

Étudier la suite de fonctions $(f_n)_{n \geq 0}$ où

$$f_n : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{nx}{1+nx}.$$

79 AM

Étudier la suite de fonctions $(f_n)_{n \geq 1}$ où

$$f_n : x \mapsto n \sin\left(\frac{x}{n}\right).$$

80 AM

Étudier la suite des fonctions $f_n : t \mapsto f(nt)$, où $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}) \setminus \{0\}$, $f(0) = 0$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} f(nt) = 0$.

81 MP

Étudier sur \mathbb{R}_+ la suite de fonctions $(f_n)_{n \geq 1}$ où

$$f_n : x \mapsto \begin{cases} \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n & \text{si } x \leq n, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

82 CCP

1. Déterminer le domaine sur lequel converge simplement la série des fonctions $f_n : x \mapsto nx e^{-nx^2}$.

2. Y converge-t-elle uniformément ?

83 CS

Étudier la série de fonctions $\sum_{n \geq 1} f_n$ où

$$f_n : x \mapsto \frac{1}{n + n^2 x^2}.$$

84 CS

Étudier $\sum f_n$ où $f_n : x \mapsto \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2 + x^2}$.

85 CS

1. Étudier sur \mathbb{C} la série de fonctions $\sum f_n$ où

$$f_n : z \mapsto \left(\frac{z-i}{z+2i}\right)^n.$$

2. Quand c'est possible, expliciter sa somme.