

# Neuvième feuille d'exercices

## MODES DE CONVERGENCE

**78** ————— **AM**

Étudier la suite de fonctions  $(f_n)_{n \geq 0}$  où

$$f_n : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{nx}{1+nx}.$$

**79** ————— **AM**

Étudier la suite de fonctions  $(f_n)_{n \geq 1}$  où

$$f_n : x \mapsto n \sin\left(\frac{x}{n}\right).$$

**80** —————

Étudier la suite des fonctions  $f_n : t \mapsto f(nt)$ , où  $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}) \setminus \{0\}$ ,  $f(0) = 0$  et  $\lim_{+\infty} f = 0$ .

**81** ————— **MP**

Étudier sur  $\mathbb{R}_+$  la suite de fonctions  $(f_n)_{n \geq 1}$  où

$$f_n : x \mapsto \begin{cases} \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n & \text{si } x \leq n, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

**82** ————— **CCP**

1. Déterminer le domaine sur lequel converge simplement la série des fonctions  $f_n : x \mapsto nx e^{-nx^2}$ .
2. Y converge-t-elle uniformément ?

**83** ————— **CS**

Étudier la série de fonctions  $\sum_{n \geq 1} f_n$  où

$$f_n : x \mapsto \frac{1}{n + n^2 x^2}.$$

**84** ————— **CS**

Étudier  $\sum f_n$  où  $f_n : x \mapsto \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2 + x^2}$ .

**85** —————

1. Étudier sur  $\mathbb{C}$  la série de fonctions  $\sum f_n$  où

$$f_n : z \mapsto \left( \frac{z-i}{z+2i} \right)^n.$$

2. Quand c'est possible, expliciter sa somme.