

<b>Notions et contenus</b>	<b>Capacités exigibles</b>	
<b>2.4. Fluides en écoulement</b>		
<b>2.4.3 Ecoulement interne incompressible et homogène dans une conduite cylindrique</b>		
Écoulements laminaire, turbulent.  Vitesse débitante.	Décrire les différents régimes d'écoulement (laminaire et turbulent).  Relier le débit volumique à la vitesse débitante.	
Nombre de Reynolds.	Décrire qualitativement les deux modes de transfert de quantité de mouvement : convection et diffusion.  Interpréter le nombre de Reynolds comme le rapport d'un temps caractéristique de diffusion de quantité de mouvement sur un temps caractéristique de convection.  Evaluer le nombre de Reynolds et l'utiliser pour caractériser le régime d'écoulement.	
Chute de pression dans une conduite horizontale.  Résistance hydraulique.	Dans le cas d'un écoulement à bas nombre de Reynolds, établir la loi de Hagen-Poiseuille et en déduire la résistance hydraulique.  Exploiter le graphe de la chute de pression en fonction du nombre de Reynolds, pour un régime d'écoulement quelconque.  Exploiter un paramétrage adimensionné permettant de transposer des résultats expérimentaux ou numériques sur des systèmes similaires réalisés à des échelles différentes.	CdE2 : 26.11  CdE2 : 27.7
<b>2.4.4 Ecoulement externe incompressible et homogène autour d'un obstacle</b>		
Force de traînée subie par une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme. Coefficient de traînée $C_x$ ; graphe de $C_x$ en fonction du nombre de Reynolds.	Associer une gamme de nombre de Reynolds à un modèle de traînée linéaire ou un modèle quadratique.	
Notion de couche limite.	Pour les écoulements à grand nombre de Reynolds décrire qualitativement la notion de couche limite.	
Forces de traînée et de portance d'une aile d'avion à haut Reynolds.	Définir et orienter les forces de portance et de traînée.  Exploiter les graphes de $C_x$ et $C_z$ en fonction de l'angle d'incidence.	CdE 2 : 26.12 ; 26.13 ; 26.14

## Chapitre 3 : Etudes de deux écoulements particuliers

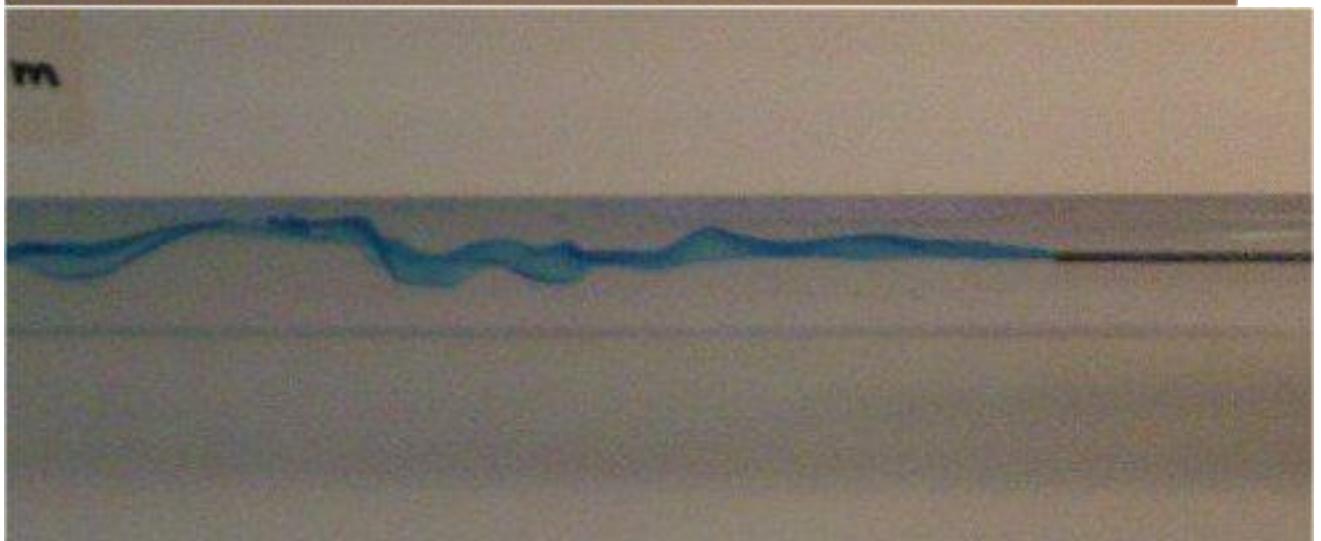
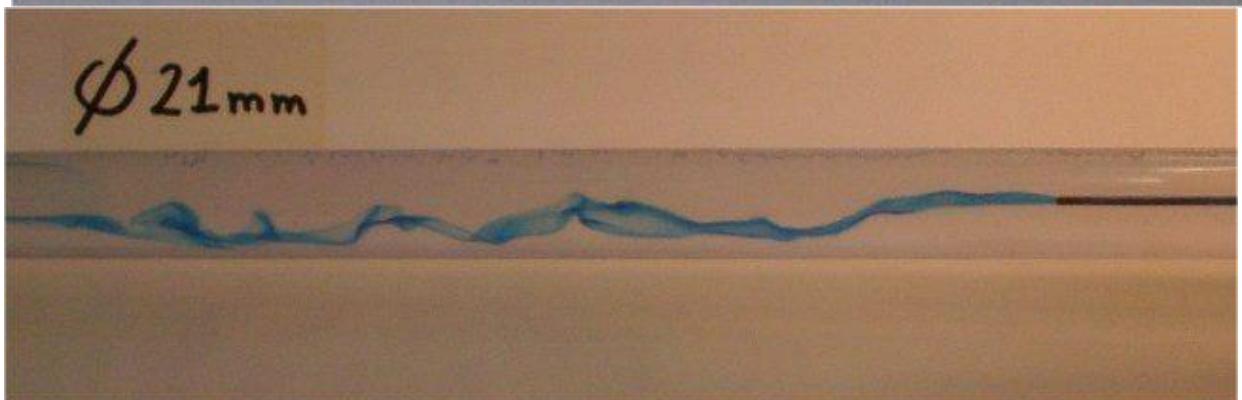
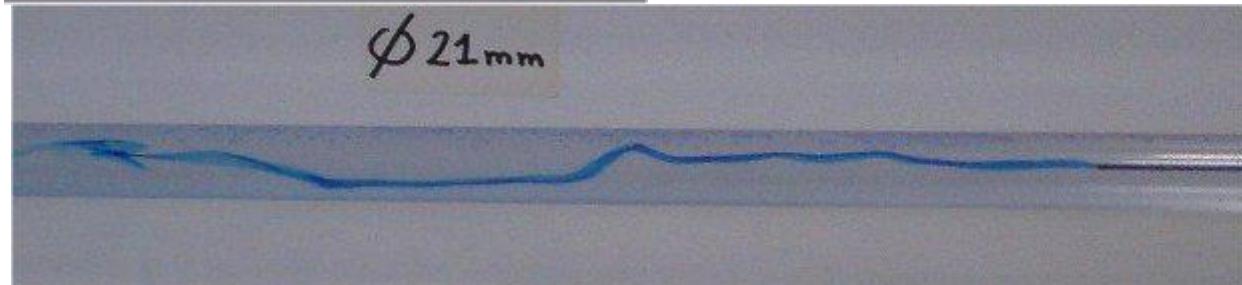
### I. Ecoulement interne incompressible et homogène dans une conduite cylindrique

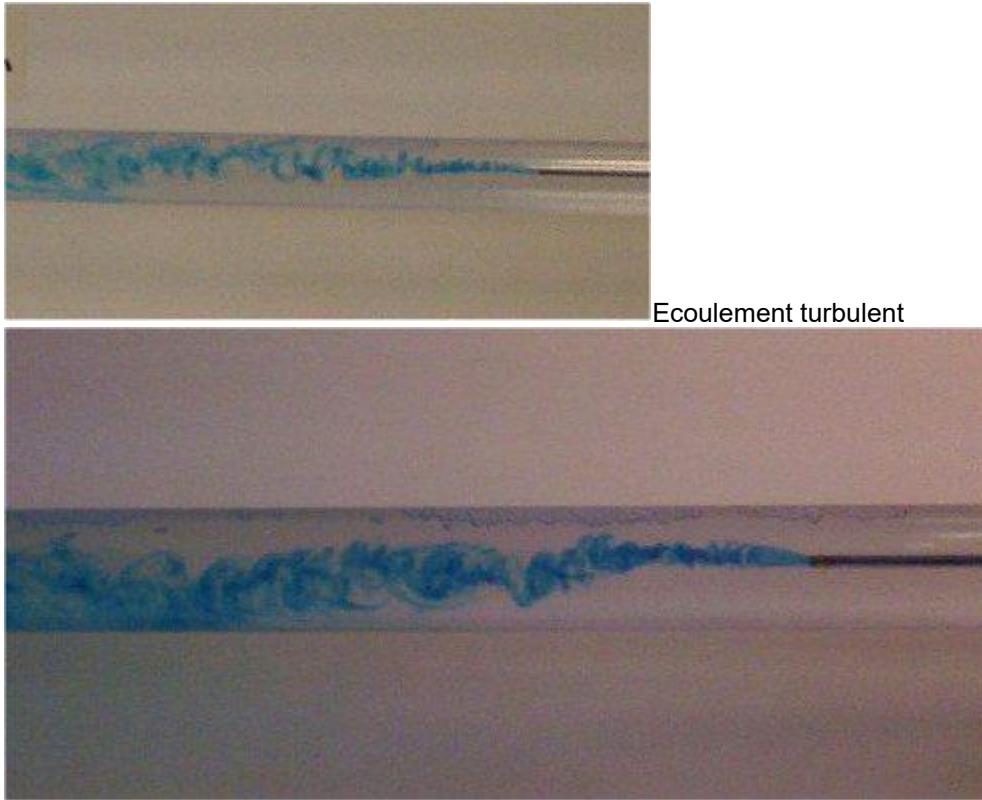
#### 1. Les différents régimes d'écoulement

Video : liquide.avi

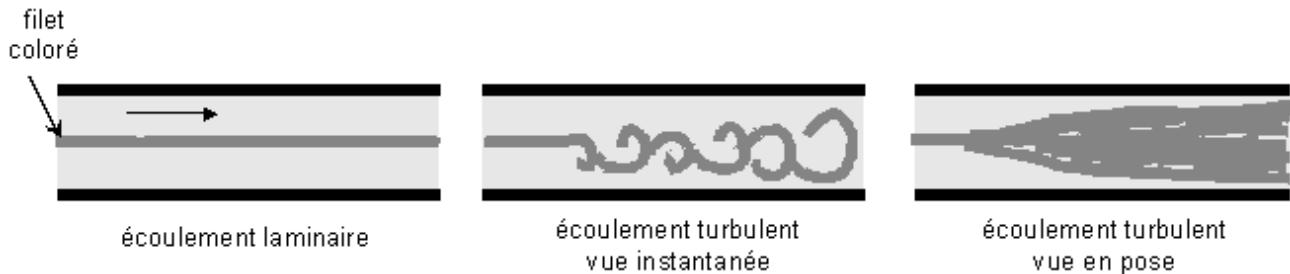
Expérience de Reynolds ; les différents types d'écoulement.

Images : laminaire ---> turbulent





Les expériences réalisées par **Reynolds** (1883) lors de l'écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique rectiligne, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : **laminaire et turbulent**.



Ecoulement laminaire : le mouvement des particules fluides se fait de manière **régulière** et ordonnée. Les lignes de courant glissent les unes sur les autres.

Ecoulement turbulent : le déplacement des particules fluides est irrégulier et que des **fluctuations aléatoires** de vitesse se superposent au mouvement moyen du fluide

## 2. Vitesse débitante U

$$\text{Définition} \quad U = \frac{Dv}{S} \quad Dv = \text{débit volumique} ; S = \text{section de la conduite}$$

## 3. Transition écoulement laminaire-turbulent

En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un **nombre sans dimension** appelé **nombre de Reynolds Re** donné par la relation :

$$R_e = \frac{\mu \cdot v \cdot D}{\eta}$$

$\mu$  = masse volumique du fluide,  $v$  = vitesse moyenne,  
 $D$  = diamètre de la conduite,  $\eta$  = viscosité dynamique du fluide

*si  $Re < 2000$  le régime est LAMINAIRE*

*si  $2000 < Re < 3000$  le régime est intermédiaire*

*si  $Re > 3000$  le régime est TURBULENT*

Ces valeurs doivent être considérées comme des ordres de grandeur, le passage d'un type d'écoulement à un autre se faisant progressivement.

### Exemples :

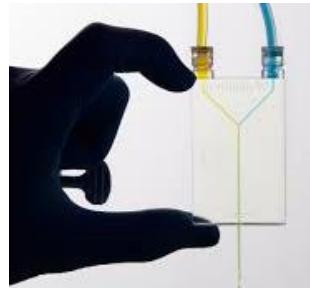
	$\mu$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$\eta$ (Pl)	D (m)	U (m.s <sup>-1</sup> )	Dv (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	Re
Transport d'eau potable	1000	$10^{-3}$	1 cm			
Microfluidique (eau)	1000	$10^{-3}$	1 mm	10 mm/s		
NH <sub>3</sub> (l)	700	$2 \cdot 10^{-4}$	1 cm			

Ecoulement d'air dans une tuyère de réacteur :

Ecoulement d'huile de lubrification :

Microfluidique :

[www.cea.fr/multimedia/Documents/publications/les-defis-du-cea/LES-DEFIS-DU-CEA-248.pdf](http://www.cea.fr/multimedia/Documents/publications/les-defis-du-cea/LES-DEFIS-DU-CEA-248.pdf)



## 4. Transport de quantité de mouvement

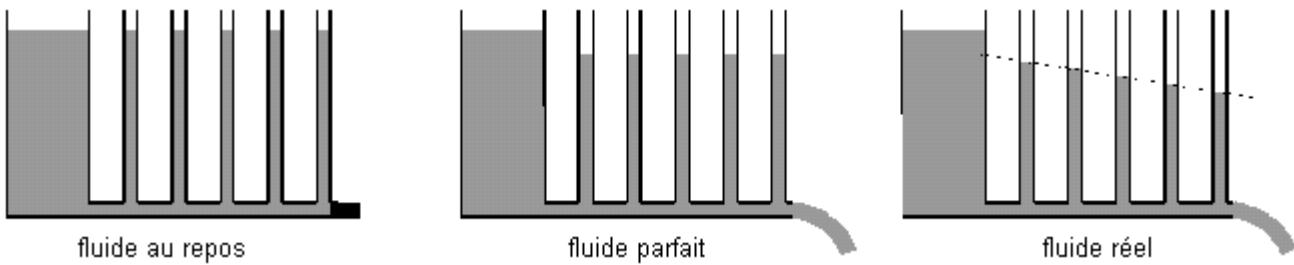
## 5. Chute de pression dans une conduite horizontale

### a) Ecoulements à faible nombre de Reynolds

Un fluide s'écoule dans une conduite horizontale de section constante avec un débit déterminé, à l'aide d'un robinet par exemple. Des colonnes verticales placées régulièrement sur la conduite repèrent les pressions à différentes abscisses.

Si le liquide était parfait, on observerait une hauteur de liquide constante dans les colonnes manométriques comme pour un liquide au repos.

Pour un liquide réel, on observe une diminution régulière de la pression tout au long de la conduite, à cause du gradient de pression horizontal dû à l'existence de la viscosité. Ce sont les pertes de charge.



Expression de la résistance hydraulique pour un écoulement de Poiseuille (Jean-Léonard-Marie 1797 (Paris) -1869 (Paris))

Vidéo : Poiseuille

### Coordonnées cylindriques

$$\vec{\operatorname{div}} A = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

Loi de Hagen – Poiseuille (1839)



**Gotthilf Hagen**  
1797 - 1884



**Jean Poiseuille**  
1797 - 1869

### Remarques d'ordre expérimental :

Une conduite sert généralement à transporter du fluide d'un endroit à un autre. L'expérimentateur souhaite effectuer ce transport avec un certain débit. Souvent, une des deux extrémités est à une pression fixée par l'extérieur (pression atmosphérique si cette extrémité est ouverte sur l'air ambiant), et l'expérimentateur doit se munir d'un dispositif en amont pour y fixer une pression supérieure à la pression atmosphérique, et permettant l'écoulement du fluide.

Il est clair qu'en général il doit trouver un compromis entre :

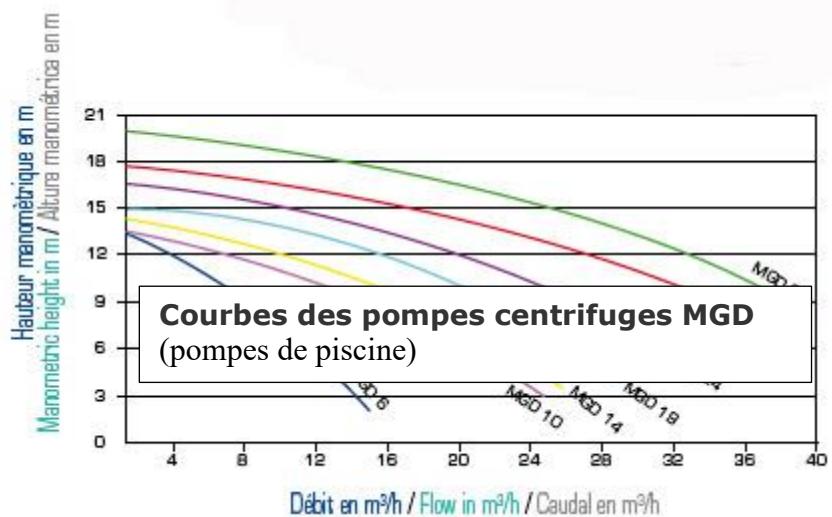
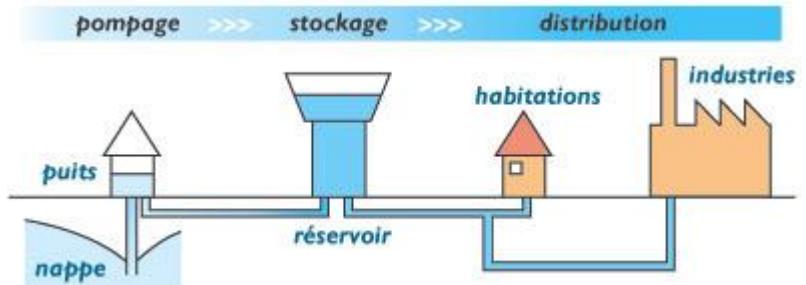
- le débit souhaité
- la pression minimale à imposer à une extrémité pour que le fluide sorte de l'autre côté
- la géométrie de la conduite (section et longueur)

Il existe plusieurs façons d'imposer une pression à une extrémité :

- via une « grande » cuve pleine de liquide : le liquide est quasiment immobile au fond de la cuve, donc la pression à l'entrée de la conduite est donnée par l'hydrostatique. C'est un circuit hydraulique « ouvert » : la cuve se vide petit à petit (exemple du château d'eau).

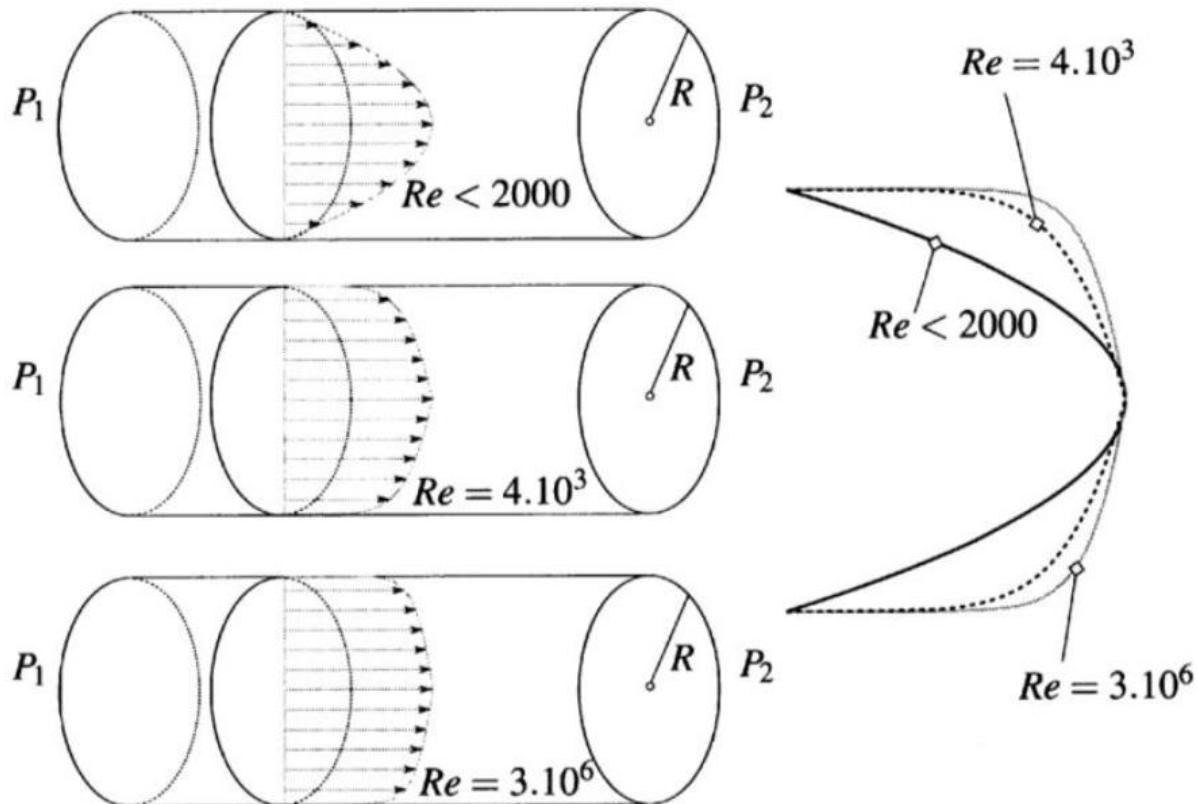
- pour un gaz, le dispositif équivalent serait une bomonne où le gaz a été préalablement stocké à une pression élevée. Au fur et à mesure que la bomonne se vide, la pression diminue (cf. loi des gaz parfaits)

- via une pompe dans le cas d'un circuit hydraulique fermé (liquide ou gaz). Le rôle de la pompe est équivalent à celui d'une source de tension en électricité. Elle impose une différence de pression entre ses « bornes », qui dépend du débit volumique qui la traverse (lui-même dépendant par le réseau hydraulique alimenté par la pompe, comme en élec). Cette différence de pression diminue lorsque le débit augmente : ce comportement est analogue à celui des sources de tension usuelles. En général, la courbe représentant la différence de pression en fonction du débit n'est pas affine.



## b) Ecoulement quelconque

Evolution du profil des vitesses dans la conduite en fonction du nombre de Reynolds



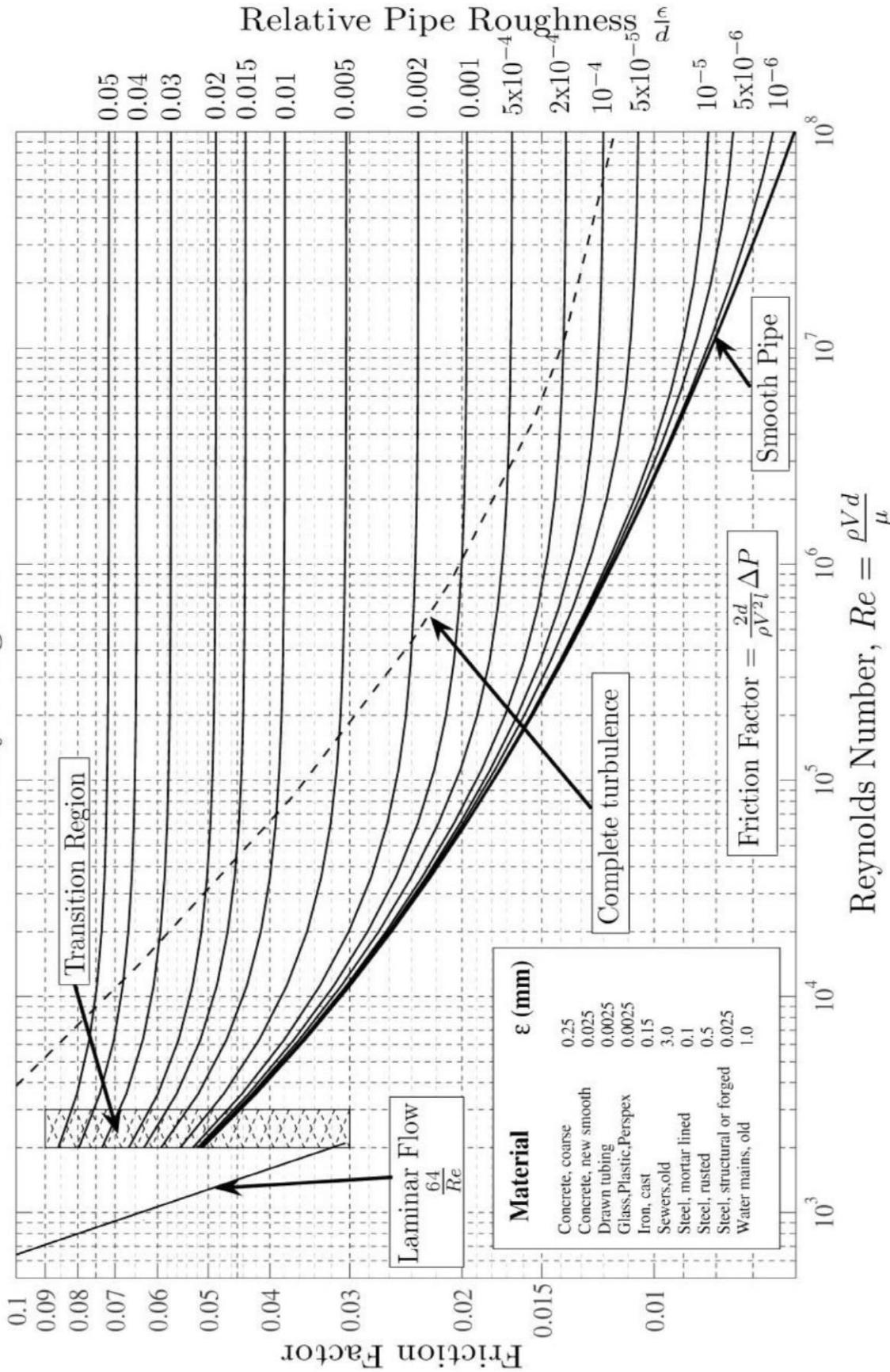
Paramètre permettant de distinguer les différentes courbes

C'est la **rugosité relative** du matériau constitutif de la conduite. La ‘rugosité absolue’ étant un ordre de grandeur de la profondeur des aspérités sur la surface interne de la conduite. Une fois rapportée au diamètre de la conduite, elle devient la ‘rugosité relative’.



Cf cours hydraulique Polytech Grenoble

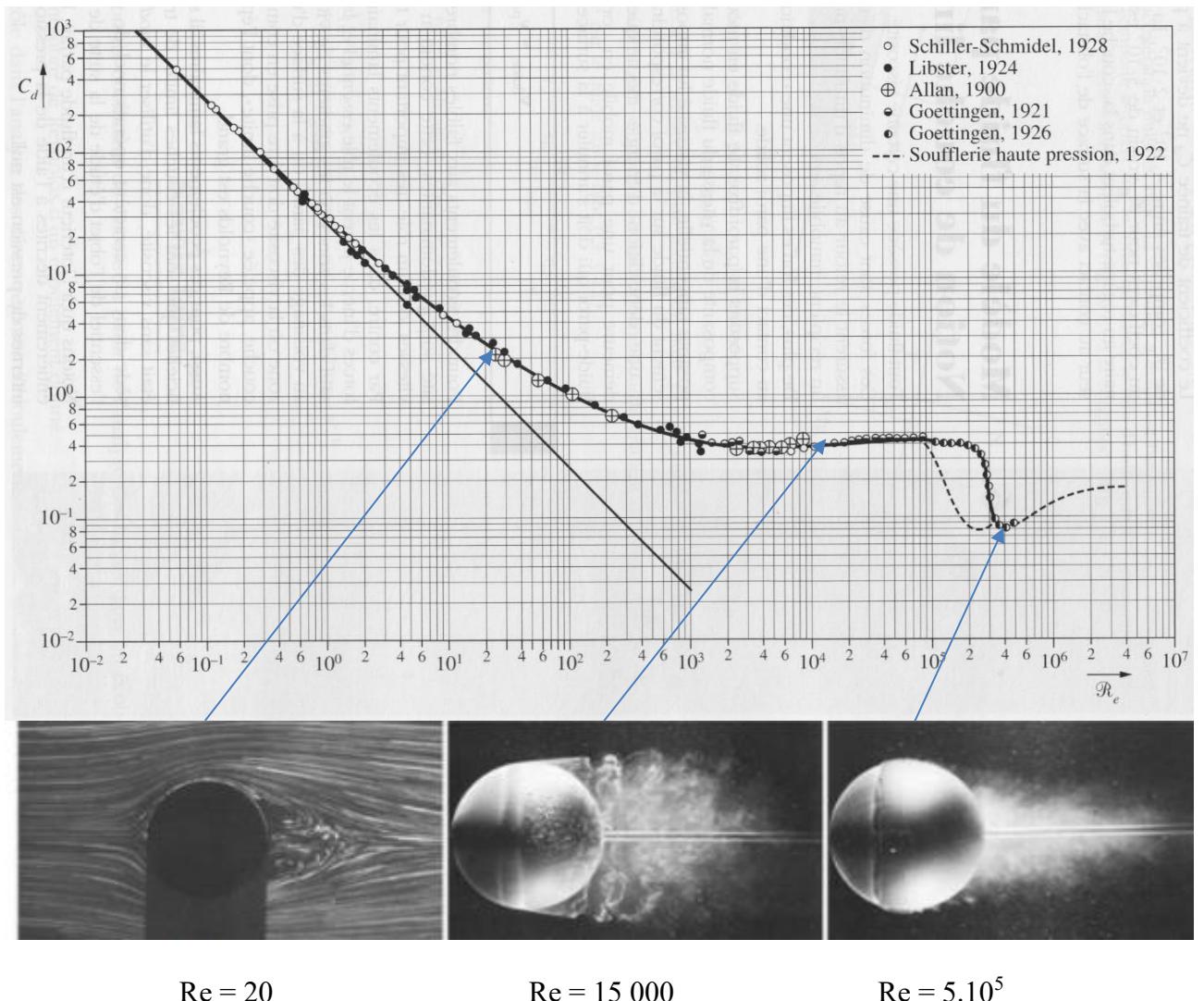
## Moody Diagram



## II. Ecoulement externe incompressible et homogène autour d'un obstacle

### 1. Trainée sur une sphère

### 2. Coefficient de traînée $C_d$ d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds



## Description de l'écoulement autour d'une sphère

Pour une sphère de rayon  $R$ , le coefficient de traînée  $C_x$  est défini par :

$$F_x = C_x \frac{\rho v_\infty^2}{2} \pi R^2,$$

et le nombre de REYNOLDS  $Re$  par :

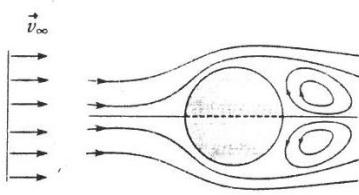
$$Re = \frac{\rho 2R v_\infty}{\eta}.$$

Rappelons la forme de l'évolution du coefficient de traînée  $C_x(Re)$  d'une sphère lisse (doc. 21).

Nous pouvons observer expérimentalement les écoulements suivants.

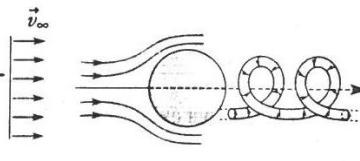
- Pour les valeurs de  $Re$  inférieures à 1, l'écoulement est laminaire et approximativement linéaire. Les lignes de courant ont l'allure représentée sur le document 22.  $C_x$  est inversement proportionnel à  $Re$ .
- Pour des valeurs de  $Re$  supérieures à 1 (de l'ordre de  $Re \approx 20$ ), il apparaît un tourbillon torique stable derrière la sphère (doc. 23). Les dimensions de ce tourbillon augmentent avec le nombre de REYNOLDS.
- Ce tourbillon finit par occuper toute la partie arrière de la sphère, pour des nombres de REYNOLDS de l'ordre de 300 à 450 (doc. 24).
- À partir de  $Re$  voisin de 450, le tourbillon se détache, en prenant une forme hélicoïdale (doc. 25). Ce tourbillon a pour conséquence l'existence d'une force transversale « tournante » s'exerçant sur la sphère.
- Pour  $Re \approx 1000$ , l'écoulement n'est plus régulier : il se forme un sillage, zone turbulente et chaotique derrière la sphère (doc. 26).
- Si  $Re$  devient très grand, ( $Re > 5 \cdot 10^6$ ), le sillage diminue d'importance. Les tourbillons évoluent de façon chaotique. Il n'est plus possible de décrire simplement l'écoulement qui devient turbulent (doc. 27). Alors que précédemment la couche limite était laminaire, elle devient turbulente.

$C_x$  évolue rapidement au voisinage d'une valeur critique du nombre de REYNOLDS correspondant à une transition de couche limite laminaire turbulente. Le point de décollement de la couche limite change brutalement de place ; il existe donc un « saut » dans l'évolution de  $C_x$  (cf. § 8).



Re  $\approx 300$

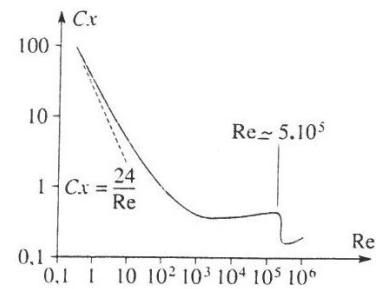
Doc. 24. Quand  $Re$  augmente, le tourbillon finit par occuper la partie aval de la sphère.



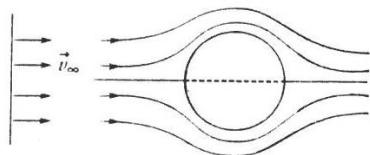
Re  $\approx 450$

Doc. 25. Le tourbillon torique précédent se détache en prenant une forme hélicoïdale.

► Doc. 26. L'écoulement n'est plus régulier. La couche limite est laminaire, mais une zone turbulente se développe derrière la sphère. Le point de décrochement de la couche limite est situé en « avant ».

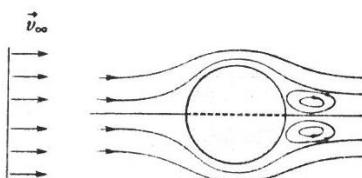


Doc. 21. Coefficient de traînée  $C_x(Re)$  pour une sphère lisse.



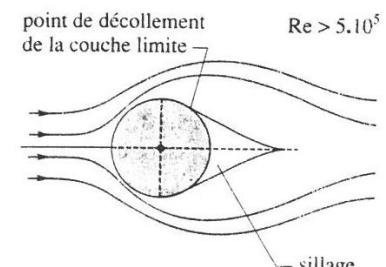
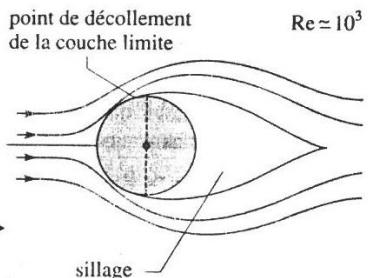
Re  $< 0,5$

Doc. 22. Pour un nombre de REYNOLDS faible, l'écoulement est laminaire et quasi linéaire.



Re  $\approx 20$

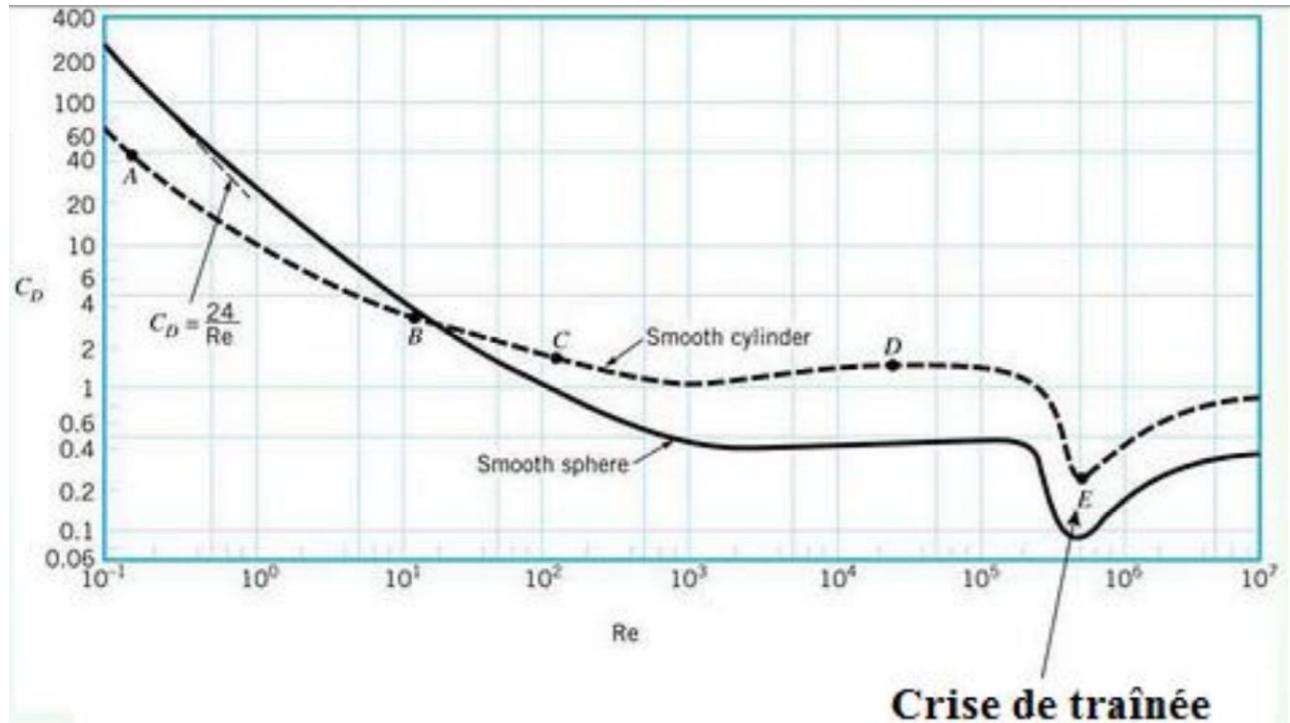
Doc. 23. Le tourbillon apparaissant derrière la sphère est torique.



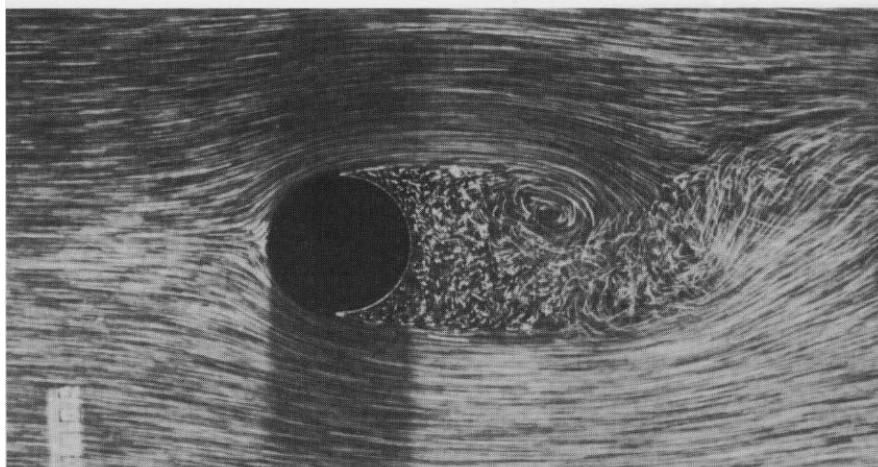
► Doc. 27. La couche limite laminaire précédente est devenue turbulente : elle se décroche à l'« arrière » de la sphère.

### 3. Ecoulement et nombre de Reynolds autour d'un obstacle quelconque

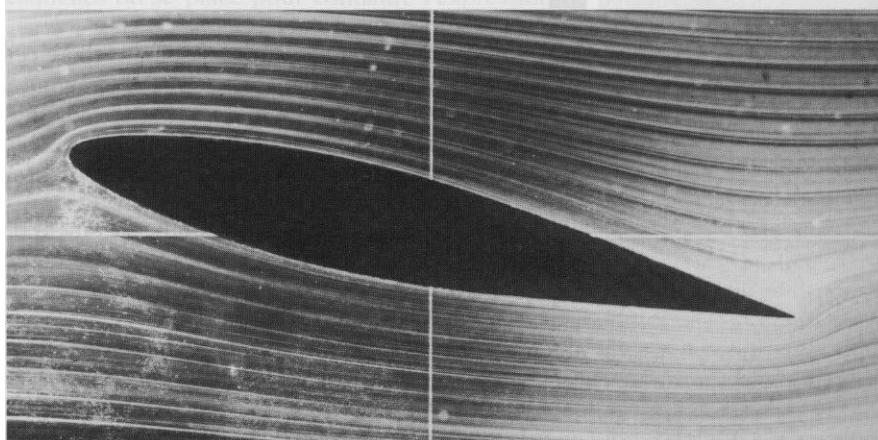
Comparaison du coefficient de trainée entre une sphère et un cylindre lisses en fonction du nombre de Reynolds



### Ecoulements à l'arrière d'un obstacle



Turbulences derrière un cylindre



Ecoulement laminaire autour d'un profil



Ecoulement turbulent autour d'un profil

### Nombres de Reynolds autour d'obstacles

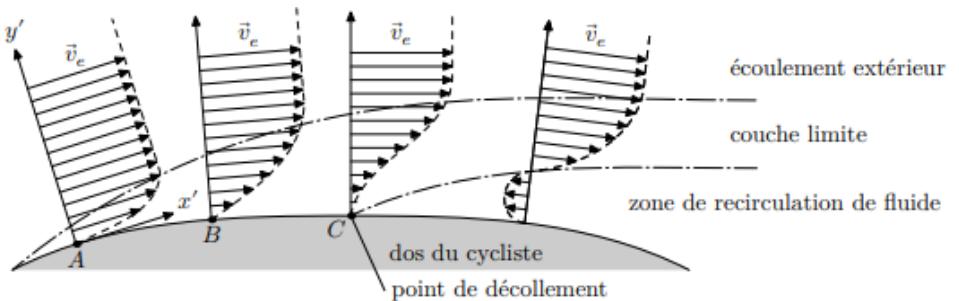
description	Evolution du manteau terrestre	glacier	Bactéries dans l'eau	Bille tombant dans du miel	Poisson d'aquarium	Nageur dans l'eau	Oiseau Serpent dans l'eau	Gros poisson dans l'eau
Nombre de reynolds Re	$10^{-20}$	$10^{-11}$	$10^{-5}$	$10^{-2}$	$10^2$	$10^5$	$10^6$	$10^8$



Glacier d'Aletsch (Valais, Suisse, juillet 2018)

#### 4. Notion de couche limite

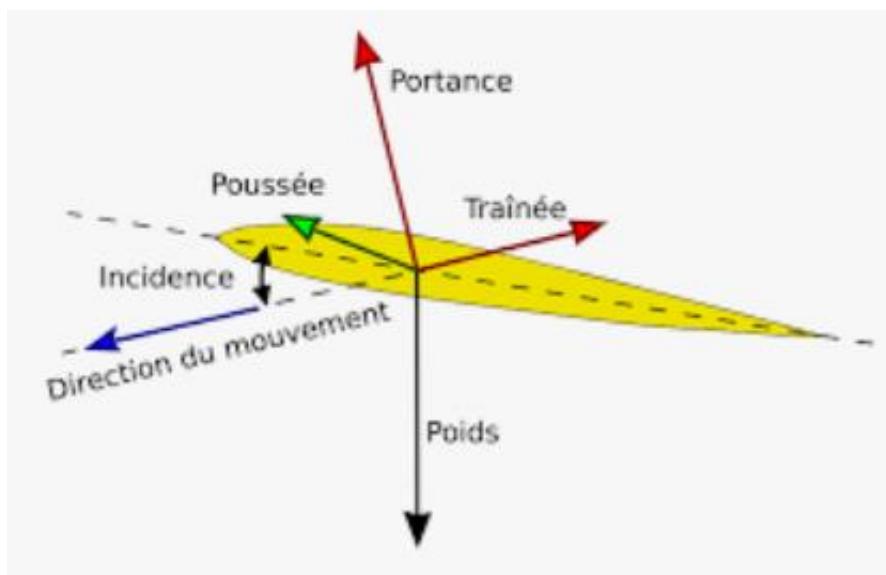
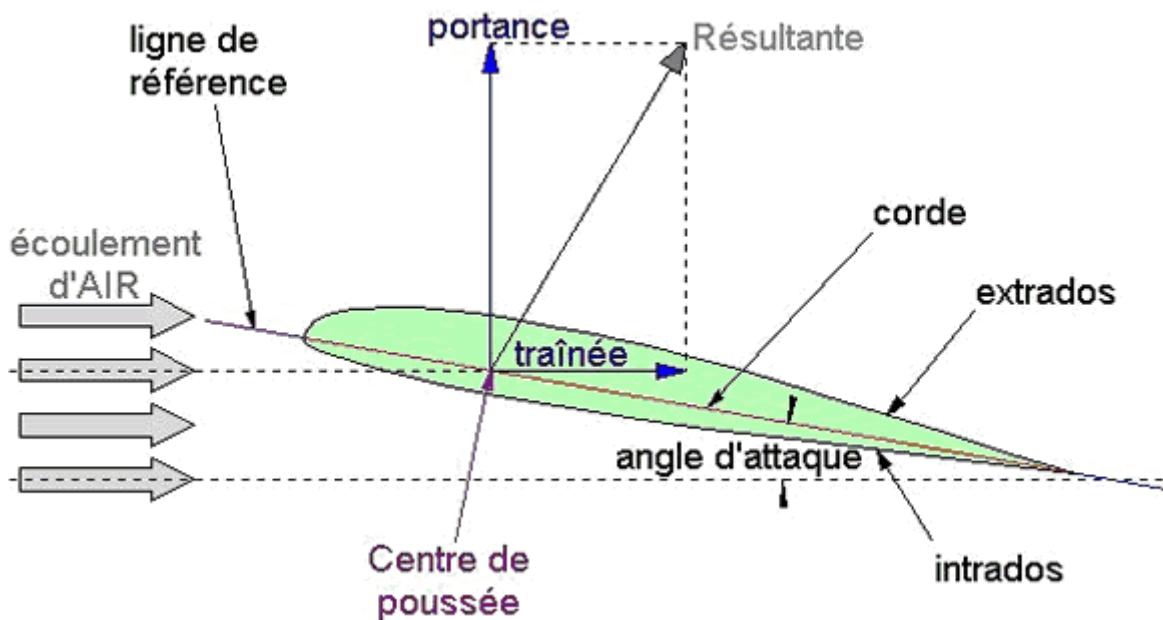
Video : [CoucheLimiteaile](#)



**Figure 13** Évolution du champ de vitesse dans la couche limite en amont et en aval du point de décollement

La couche limite peut se décoller à partir d'un point, dit point de décollement. Il apparaît, en aval de ce point, une zone de recirculation de fluide responsable d'une augmentation sensible de la trainée.

## 5. Trainée et portance d'une aile d'avion

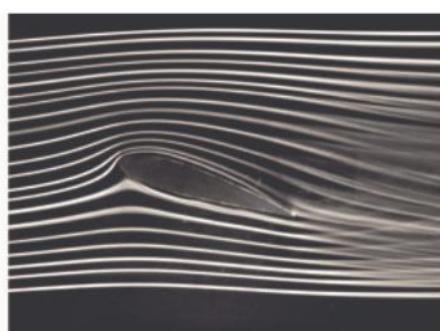


La **traînée** est la composante de la résultante des actions de l'air **parallèle à la direction de l'écoulement**.

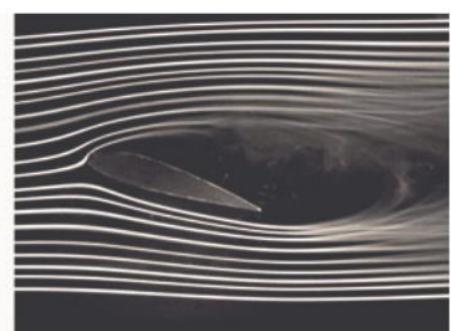
La **portance** est la composante de la résultante des actions de l'air **orthogonale à la direction de l'écoulement**.



(a) low angle of attack



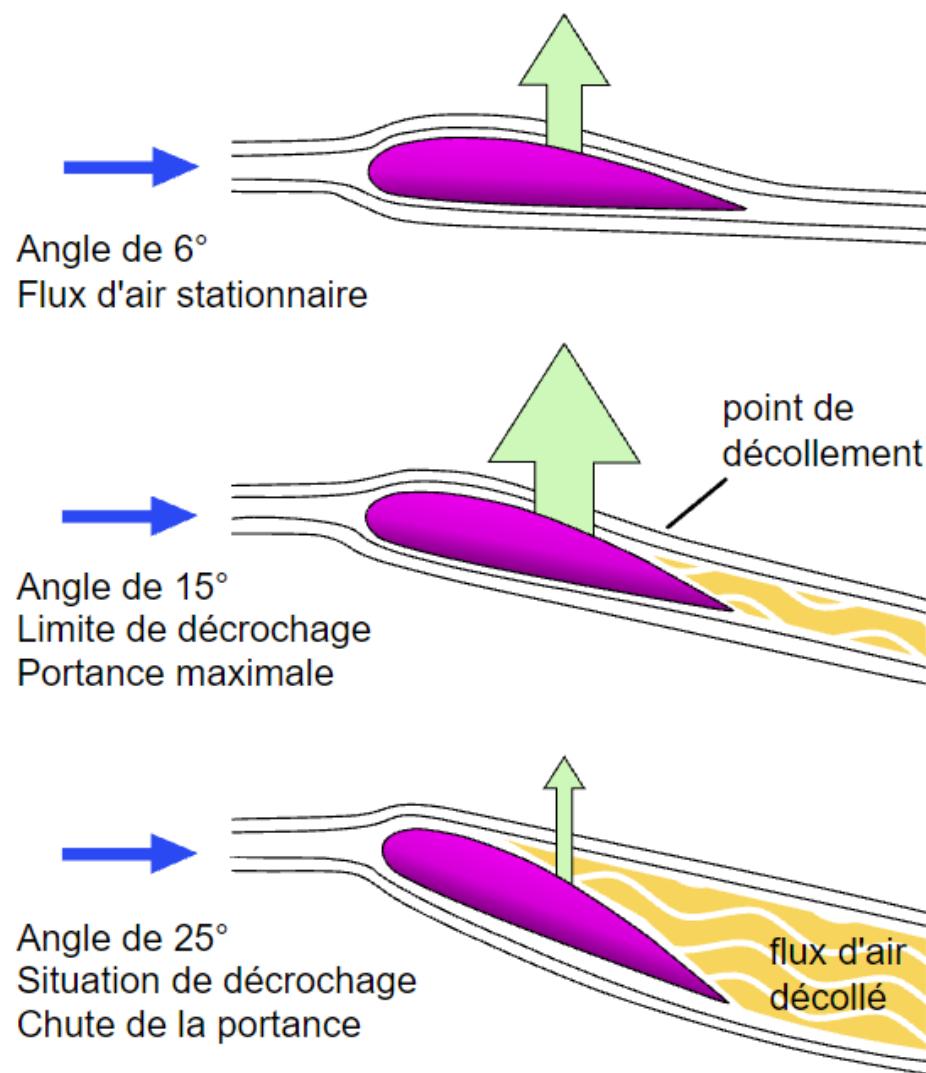
(b) high angle of attack



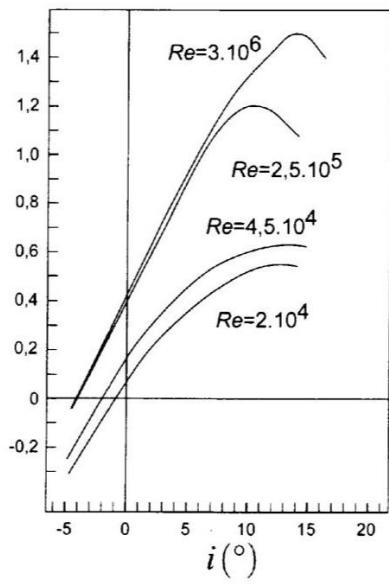
(c) stalled flow

## VENT RELATIF

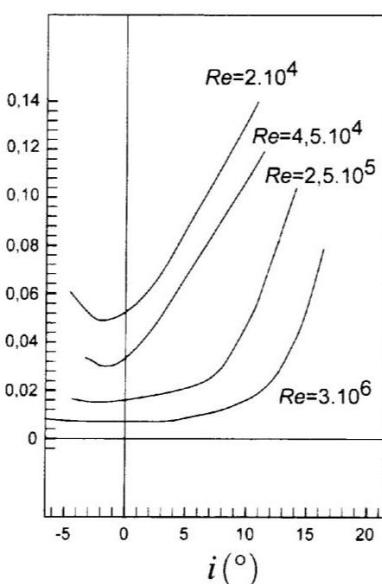
## PORTANCE



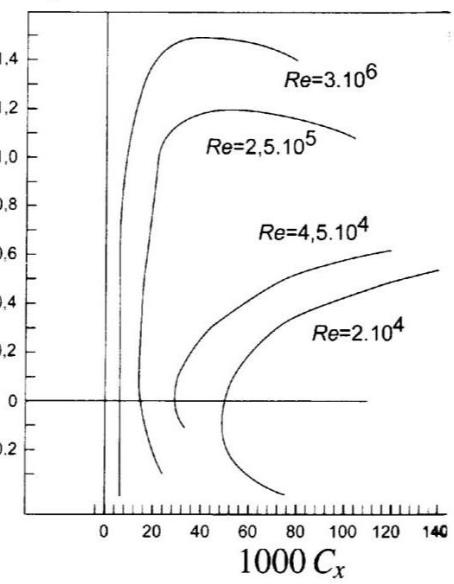
$C_z$

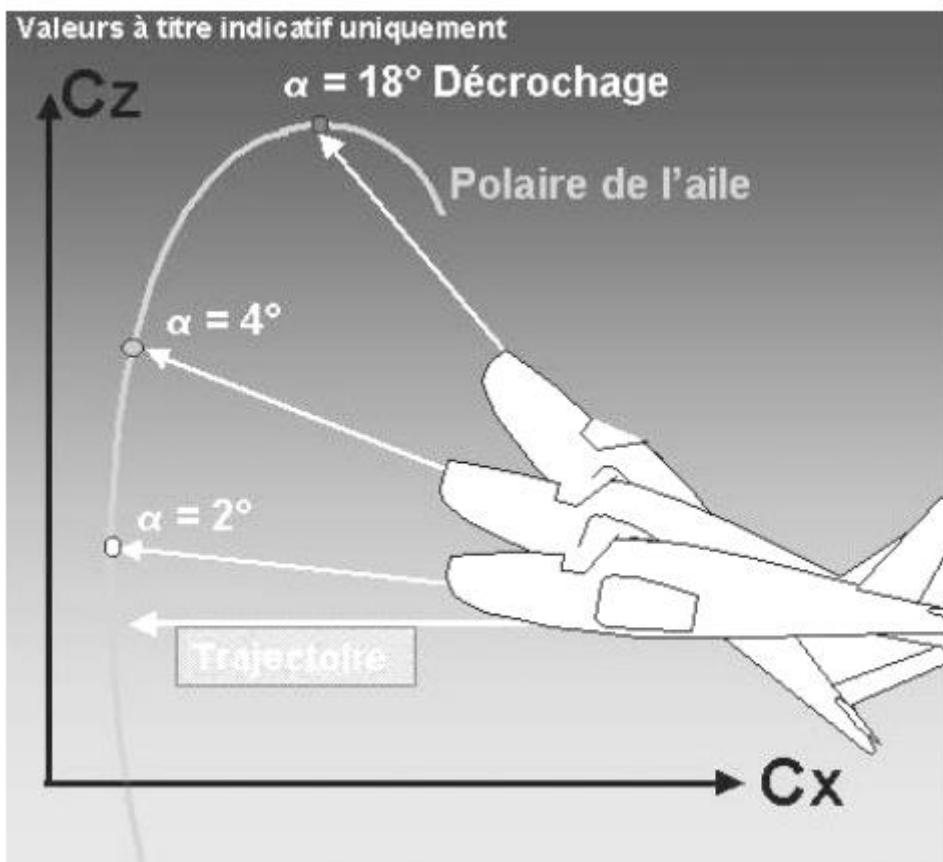


$C_x$



$C_z$





[http://ffa-jeunes.ens-cachan.fr/BIA-P%C3%A9dagogique\\_files/C.pdf](http://ffa-jeunes.ens-cachan.fr/BIA-P%C3%A9dagogique_files/C.pdf)



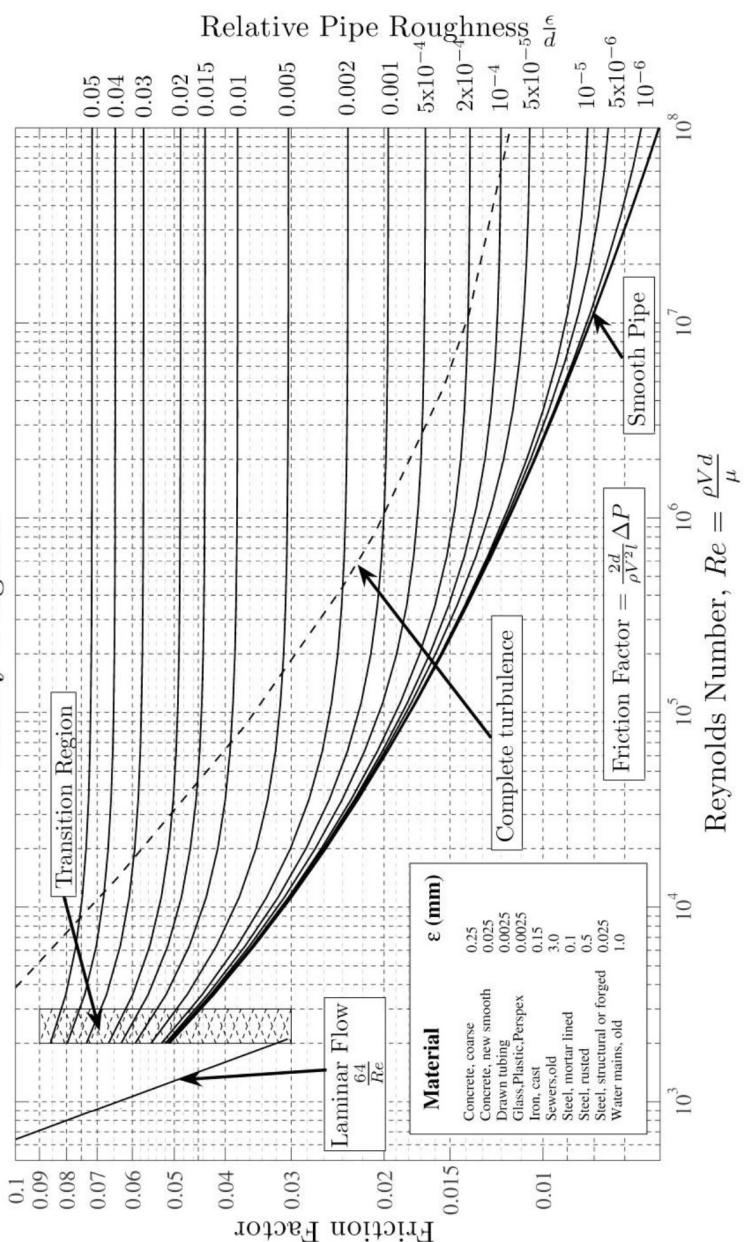
## B. Régime turbulent

La meilleure alternative à ce calcul itératif est d'utiliser directement le **diagramme de Moody**.

### 4. Diagramme de Moody

Il s'agit d'un abaque de **calcul direct du coefficient de perte de charge**, à partir du nombre de Reynolds et de la rugosité relative de la paroi interne de la conduite.

Moody Diagram



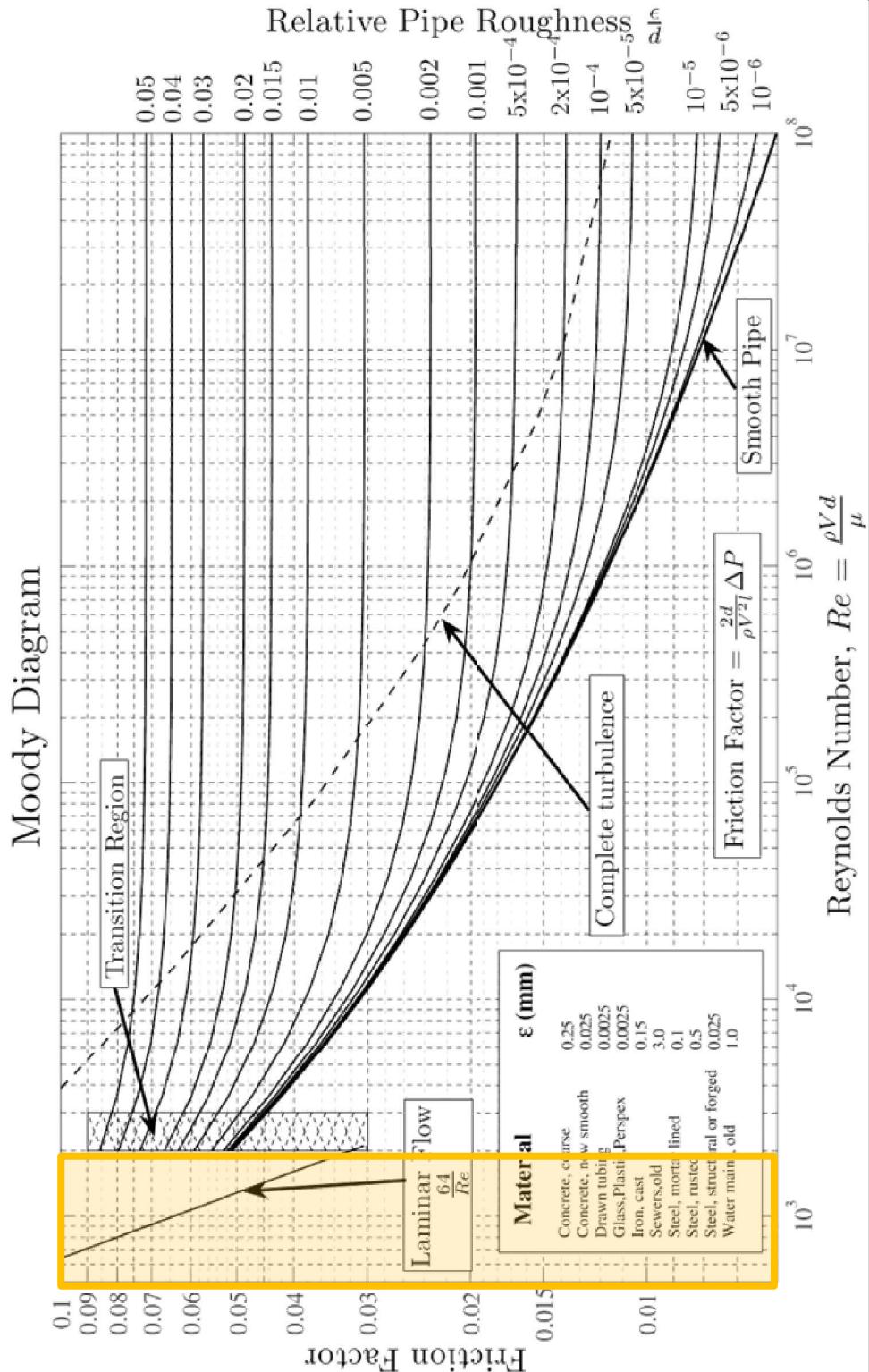
Pour s'en servir, il faut **préalablement** calculer le nombre de Reynolds et la rugosité relative.

Une fois que ces grandeurs connues, on peut **lire le directement coefficient de perute de charge** sur le graphique

## B. Régime turbulent

Le diagramme de Moody couvre d'abord les **écoulements laminaires (partie gauche, pour des Reynolds faibles)**

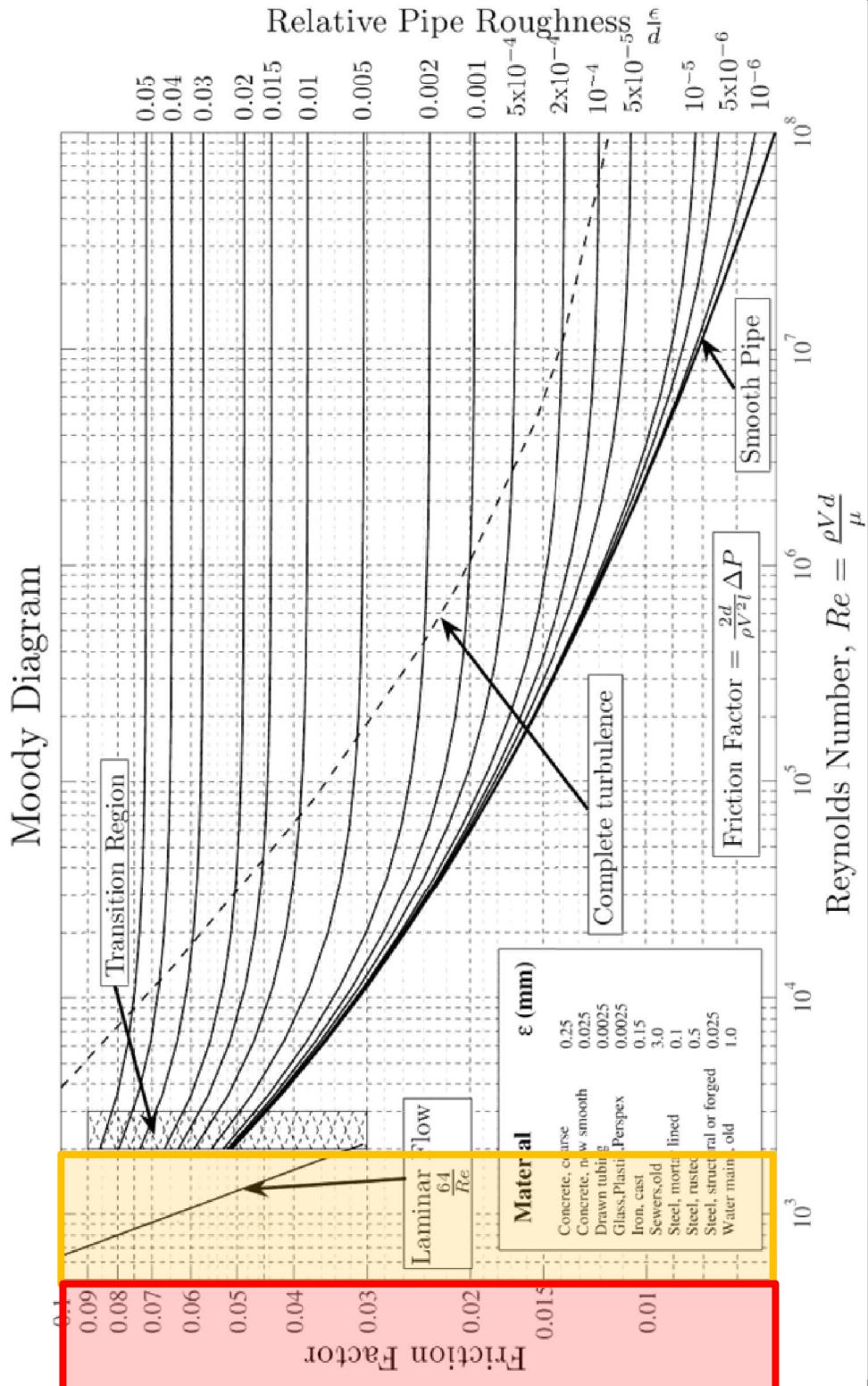
4. Diagramme de Moody



## B. Régime turbulent

Dans ce cas, il n'y a qu'une droite de tracée et il suffit de lire la valeur correspondante de  $\lambda$  sur l'axe gradué à gauche du diagramme.

### 4. Diagramme de Moody

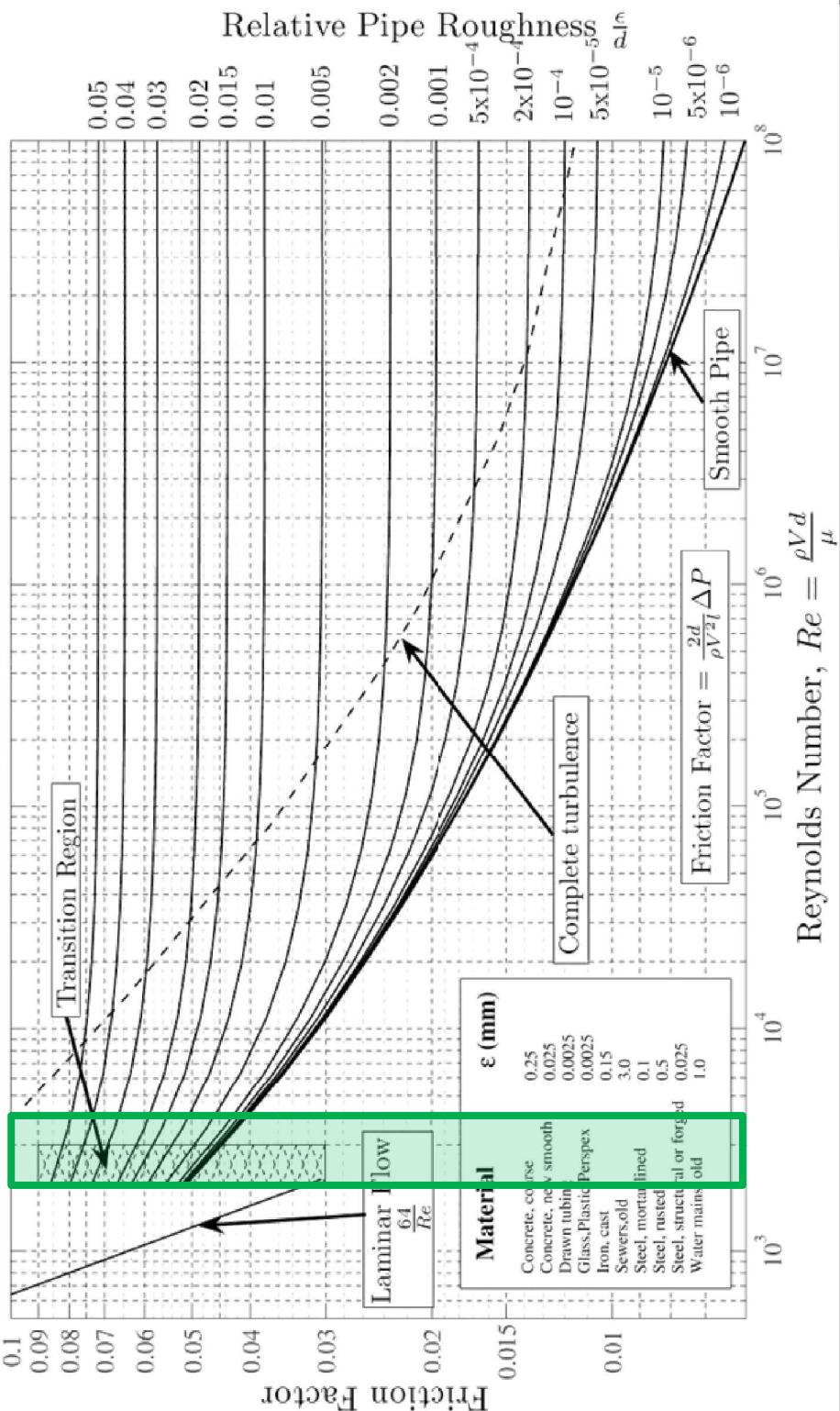


## B. Régime turbulent

Pour les Reynolds intermédiaires, on se situe en **régime transitoire**, et il faut utiliser les **mêmes méthodes qu'en turbulent** (sans certitude sur l'exactitude du résultat).

### 4. Diagramme de Moody

Moody Diagram



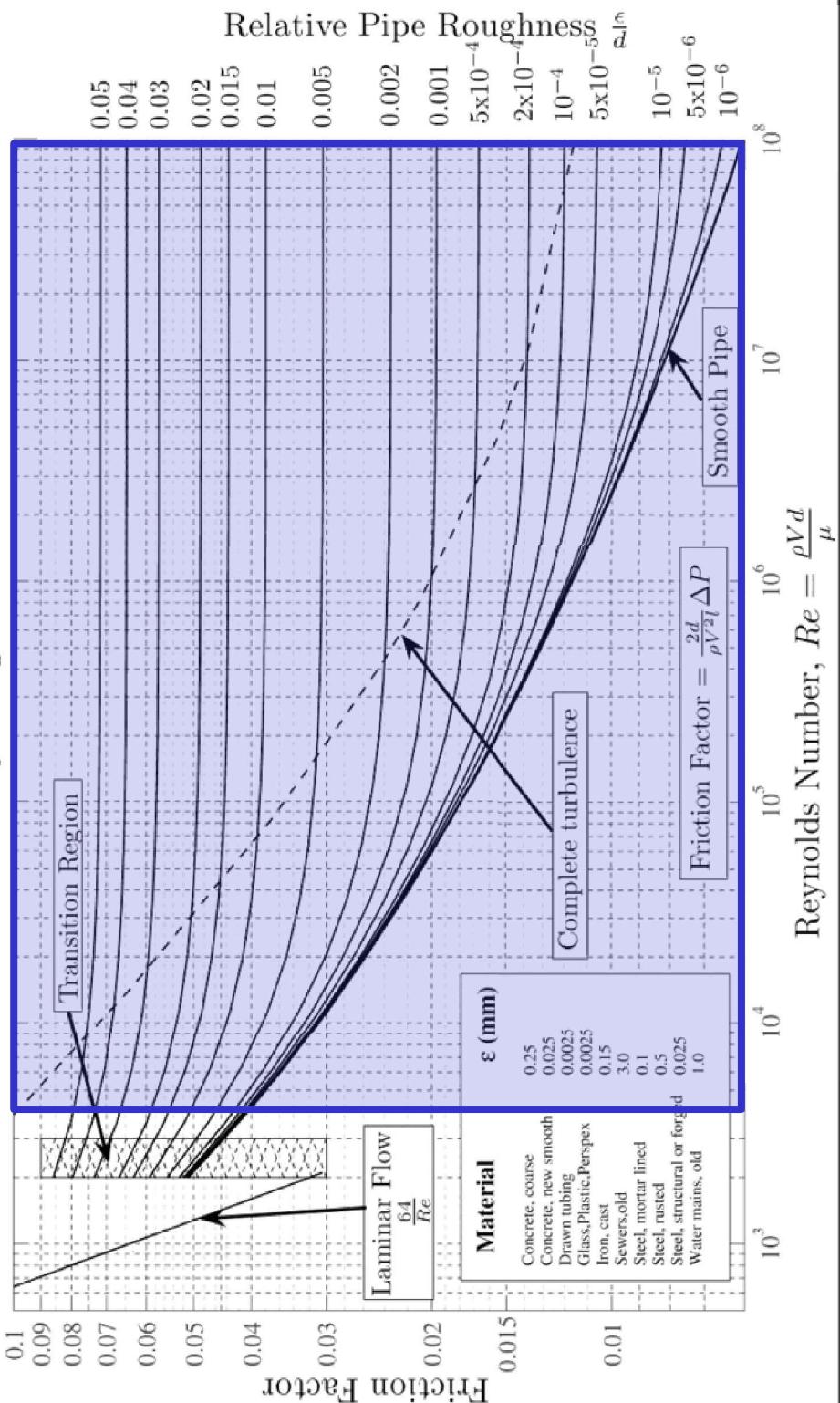


## B. Régime turbulent

**Pour des Reynolds suffisamment élevés, on est en régime turbulent.** Il faut d'abord calculer la rugosité relative de la paroi interne de la conduite.

### 4. Diagramme de Moody

Moody Diagram

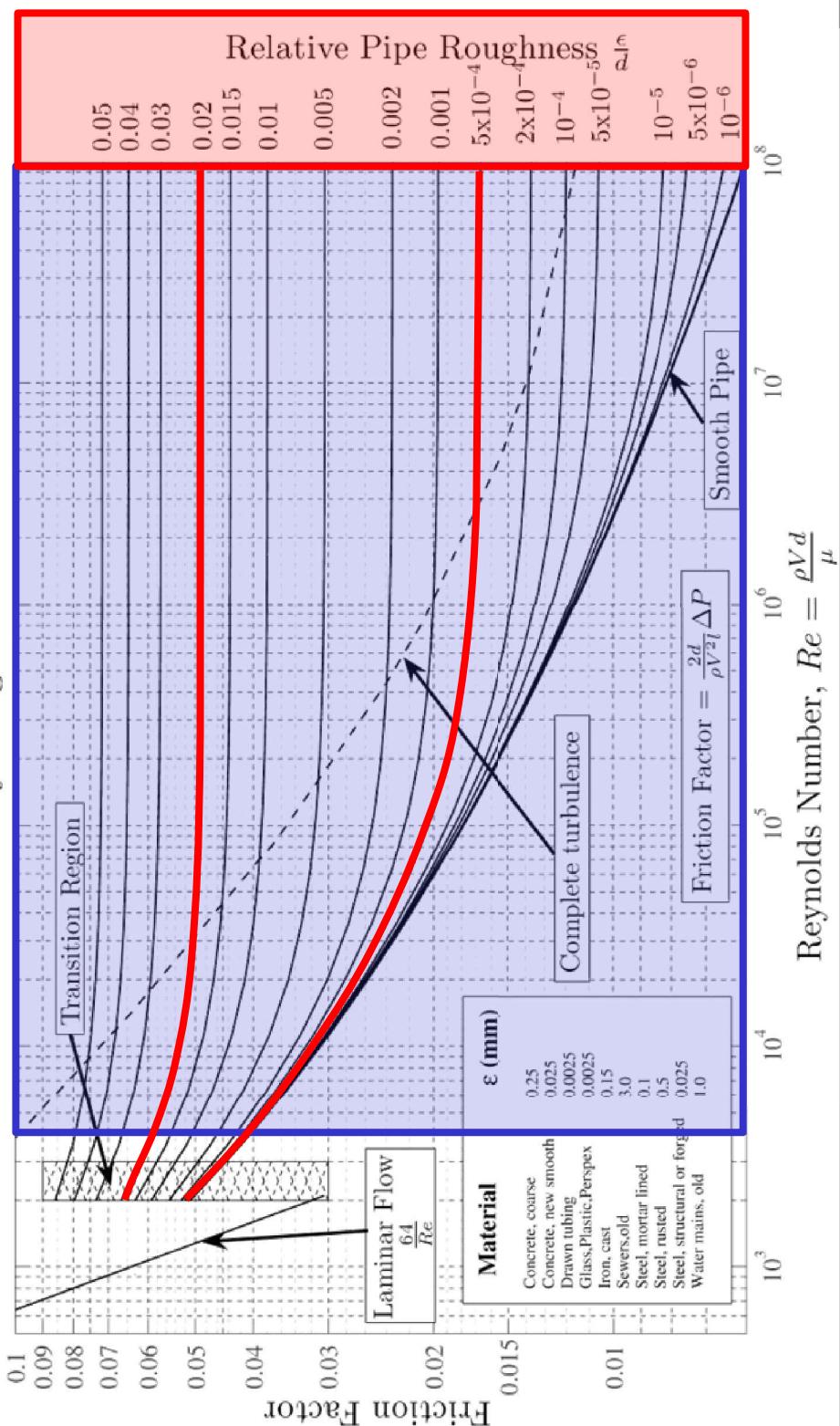


## B. Régime turbulent

**En fonction de la rugosité relative, on sélectionne une ligne en partant de la droite du graphique (par exemple ici pour 0.02 ou 0.0005).**

4. Diagramme de Moody

Moody Diagram



## B. Régime turbulent

**Pour une ligne donnée et pour un Reynolds donné, on trouve le point correspondant sur le graphique et on obtient  $\lambda$  sur l'axe de gauche.**

Exemple :  $Re=200000$

### 4. Diagramme de Moody

