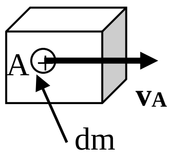
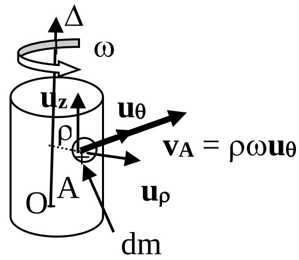
Eléments de mécanique du solide

On considère un solide homogène. A est un point du solide.
dm est un petit élément de masse au voisinage de A, la masse totale du solide est M = $\int_{solide} dm$.

Solide en translation	**Solide en rotation autour d'un axe fixe Δ**
	
Quantité de mouvement (kg.m.s⁻¹) quantité de mouvement du point A : $d\vec{p} = dm\vec{v}_A$ quantité de mouvement totale du solide : $\vec{P} = \int_{solide} d\vec{p} = \int_{solide} dm\vec{v}_A = \vec{v} \int_{solide} dm = M\vec{v}_G$ où G est le centre de gravité du solide $\boxed{P = Mv}$	**Moment cinétique par rapport à O appartenant à Δ (kg.m^2.s^{-1})** moment cinétique du point A par rapport à O $\in \Delta$: $d\vec{L}_{/O} = \overrightarrow{OA} \wedge dm\vec{v}_A = (z\vec{u}_z + \rho\vec{u}_\rho) \wedge dm\rho\omega\vec{u}_\theta$ $= dm\rho\omega(-z\vec{u}_\rho + \rho\vec{u}_z)$ **Moment cinétique scalaire par rapport à Δ (kg.m^2.s^{-1})** Moment cinétique scalaire par rapport à Δ du point A $dL_\Delta = d\vec{L}_{/O}.\vec{u}_z = dm\rho^2\omega$ moment cinétique total du solide par rapport à Δ : $L_\Delta = \int_{solide} dL_\Delta = \int_{solide} dm\rho^2\omega = \omega \int_{solide} \rho^2 dm = J_\Delta\omega$ où $\int_{solide} \rho^2 dm = J_\Delta$ (kg.m^2) est le moment d'inertie par rapport à l'axe Δ du solide $\boxed{L_\Delta = J_\Delta\omega}$
Relation fondamentale de la dynamique Soit $\vec{F}$ la résultante des forces qui s'appliquent au solide $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = M\frac{d\vec{v}}{dt} = M\vec{a}$	**Théorème scalaire du moment cinétique** Soit Γ_Δ la résultante des couples qui s'appliquent au solide par rapport à l'axe Δ $\Gamma_\Delta = \frac{dL_\Delta}{dt} = J_\Delta\frac{d\omega}{dt}$
Puissance d'une force $\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v} = M\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{v} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right)$ C'est le théorème de la puissance cinétique. $E_c = \frac{1}{2}Mv^2$ est l'énergie cinétique du solide en translation	**Puissance d'un couple** $\mathcal{P} = \Gamma_\Delta.\omega = J_\Delta\frac{d\omega}{dt}.\omega = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2\right)$ C'est le théorème de la puissance cinétique. $E_c = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$ est l'énergie cinétique du solide en rotation autour de l'axe Δ fixe.