

ELECTROMAGNETISME Chapitre 1 : Electrostatique

Notions et contenus	Capacités exigibles	CdE
4.1. Symétries du champs électrique		
Symétries pour le champ électrique, caractère polaire du champ électrique.	Exploiter les symétries et invariances d'une distribution de charges pour en déduire des propriétés du champ électrique	CdE 2 : 2.4 ; 2.8 à 2.10
4.2. Champ électrique en régime stationnaire		
Équations de Maxwell-Gauss et de Maxwell-Faraday.	Citer les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-Faraday en régime variable et en régime stationnaire.	
Potentiel scalaire électrique.	Relier l'existence du potentiel scalaire électrique au caractère irrotationnel du champ électrique. Exprimer une différence de potentiel comme une circulation du champ électrique.	CdE2 : 2.17 ; 2.19 CdE1 : 14.7 à 14.9
Propriétés topographiques.	Associer l'évasement des tubes de champ à l'évolution de la norme du champ électrique en dehors des sources. Représenter les lignes de champ connaissant les surfaces équipotentielles et inversement. Évaluer la valeur d'un champ électrique à partir d'un réseau de surfaces équipotentielles.	CdE1 : 15.3 ; 15.4 CdE2 : 2.21
Équation de Poisson.	Établir l'équation de Poisson reliant le potentiel à la densité volumique de charge.	
Théorème de Gauss.	Énoncer et appliquer le théorème de Gauss. Établir le champ électrique et le potentiel créés par une charge ponctuelle, une distribution de charge à symétrie sphérique, une distribution de charge à symétrie cylindrique. Exploiter le théorème de superposition.	CdE2 : 2.12 ; 2.16
Distribution surfacique de charge.	Utiliser le modèle de la distribution surfacique de charge. Établir le champ électrique créé par un plan infini uniformément chargé en surface.	CdE2 : 2.3 ; 2.5
Énergie potentielle électrique d'une charge ponctuelle dans un champ électrique extérieur.	Établir la relation entre l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle et le potentiel. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à une particule chargée dans un champ électrique.	
Champ gravitationnel.	Établir les analogies entre les champs électrique et gravitationnel.	
4.3. Condensateur		

Phénomène d'influence électrostatique.	Décrire qualitativement le phénomène d'influence électrostatique.	CdE 2 : 2.18
Capacité d'un condensateur plan.	Déterminer l'expression du champ d'un condensateur plan en négligeant les effets de bord. Déterminer l'expression de la capacité.	
Rôle des isolants.	Prendre en compte la permittivité du milieu dans l'expression de la capacité.	
Densité volumique d'énergie électrique.	Déterminer l'expression de la densité volumique d'énergie électrique dans le cas du condensateur plan à partir de celle de l'énergie du condensateur. Citer l'expression de la densité volumique d'énergie électrique.	

Rappels de première année : Mécanique 1

Notions et contenus	Capacités exigibles	CdE
2.4. Mouvement de particules chargées dans un champs électrique uniformes et stationnaires		
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique.	Évaluer les ordres de grandeur de la force électrique et la comparer à ceux des forces gravitationnelles.	CdE1 : 14.1 à 14.3
Puissance de la force de Lorentz.	Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule	CdE1 : 14.4
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant. Effectuer un bilan énergétique pour déterminer la valeur de la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.	CdE1 : 15.1 ; 15.8 : 15.9

Appendice 2 : outils mathématiques

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse vectorielle	
Rotationnel.	Citer et utiliser le théorème de Stokes.

Les équations de Maxwell (1831 – 1879)

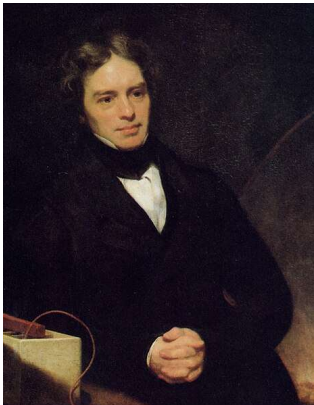
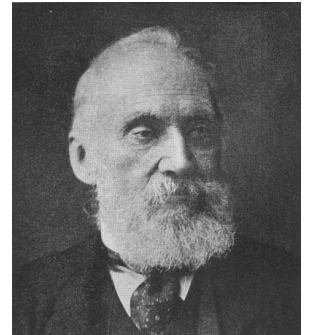


Maxwell-Gauss (1777 - 1835) : $\text{div } \vec{E}(M, t) = \frac{\rho(M, t)}{\epsilon_0}$



Maxwell – Thomson (1824 – 1907):

$$\text{div } \vec{B}(M, t) = 0$$



Maxwell – Faraday (1791-1867) : $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M, t) = -\frac{\partial \vec{B}(M, t)}{\partial t}$

Maxwell – Ampère (1775 – 1836) :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M, t) = \mu_0 \left(\vec{j}_{el}(M, t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M, t)}{\partial t} \right)$$



$\vec{E}(M, t)$: vecteur champ électrique en V.m^{-1}

$\vec{B}(M, t)$: vecteur champ magnétique en T (Tesla)

$\rho(M, t)$: densité volumique de charge en C.m^{-3}

$\vec{j}_{el}(M, t)$: vecteur densité de courant électrique en A.m^{-2}

ϵ_0 : permittivité du vide en F.m^{-1}

μ_0 : perméabilité du vide en H.m^{-1}

$$\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1 \text{ où } c \text{ est la vitesse de la lumière dans le vide}$$

ELECTROSTATIQUE : 2 équations locales. Les champs sont indépendants du temps.

Les équations locales de l'électrostatique :

Maxwell-Gauss : $\text{div } \vec{E}(M) = \frac{\rho(M)}{\epsilon_0}$

Maxwell – Faraday : $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) = \vec{0}$

I. Propriétés topographiques du champ électrique : analyse des cartes de champ :

1. Lignes de champ électrique créées par une charge ponctuelle

Rappel : loi de Coulomb, expression de la force électrostatique entre deux charges : $\vec{F}_{q(O) \rightarrow q(M)} = \frac{q(O)q(M)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{OM}}{(OM)^3}$

Définition du champ électrique $\vec{E}(M)$ en M créé par une charge ponctuelle q en O : $\vec{E}(M) = \frac{\vec{F}_{q(O) \rightarrow q(M)}}{q(M)}$

L'expression du champ électrique au point M créé par la charge q qui se trouve en O est :

$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{OM}}{(OM)^3} \quad \vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{u_r}}{r^2} = E(r) \overrightarrow{u_r}$$

En coordonnées sphériques : (r, θ, φ) ; $\overrightarrow{OM} = r \overrightarrow{u_r}$

Le champ électrique est un vecteur polaire car colinéaire à \overrightarrow{OM} .

Le champ électrique est radial, il est colinéaire à $\overrightarrow{u_r}$, il décroît en $1/r^2$.

Les points tels que la valeur du champ est constante se trouvent sur une sphère de rayon r.

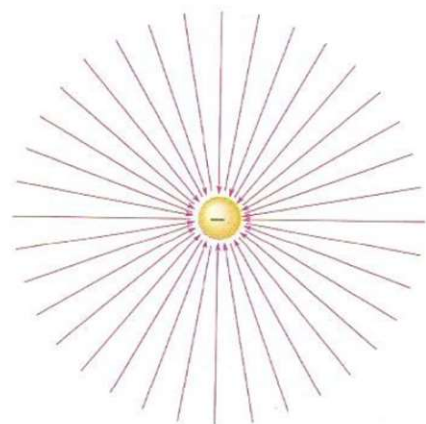
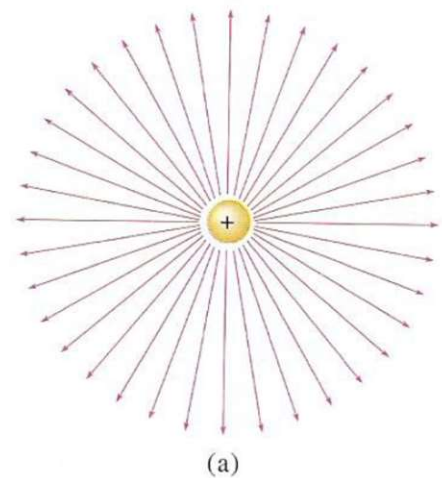
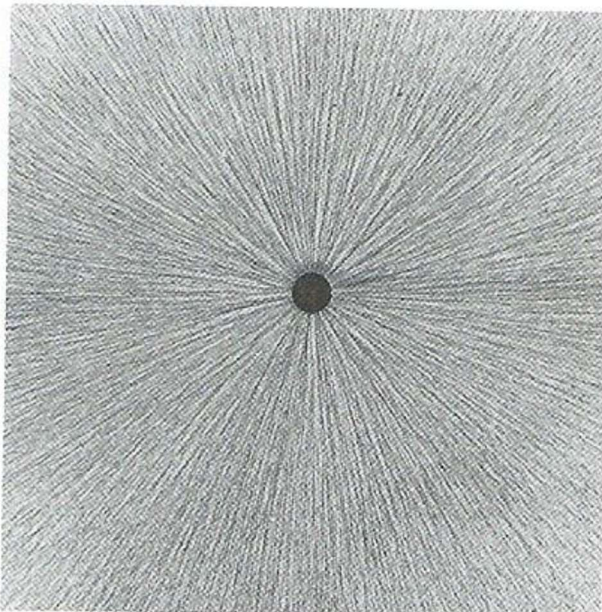
La valeur du champ électrique ne dépend que de la coordonnée r de M.

Elle ne dépend pas des coordonnées angulaires θ et φ . Le champ électrique est à symétrie sphérique.

Lignes de champ électrique : courbe orientée, tangente au champ électrique en tout point

Des fibres fines de rayonne suspendues dans l'huile tendent à s'aligner au voisinage d'un objet chargé.

Lignes de champ créées par une charge ponctuelle

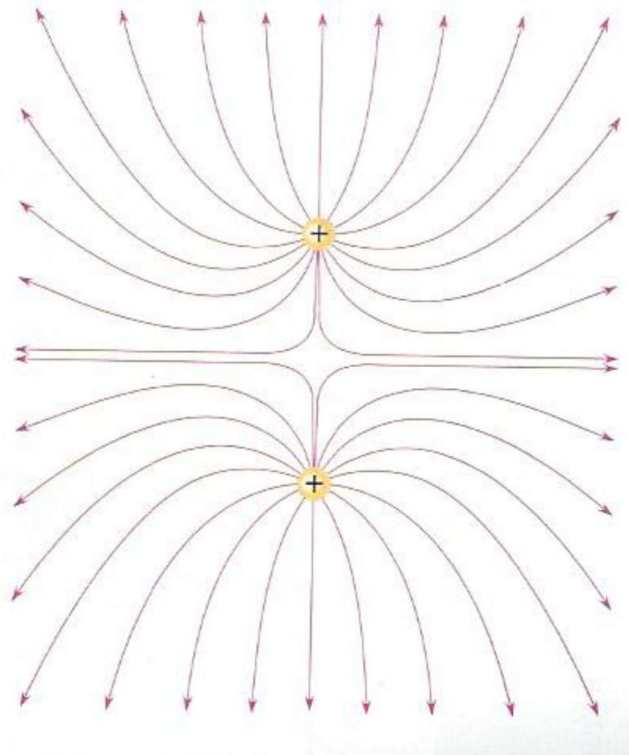
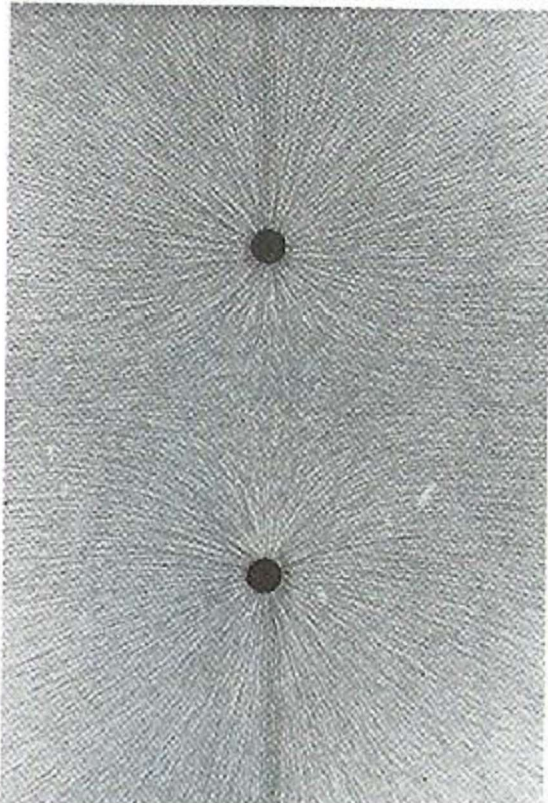


Sites de visualisation du tracé des lignes de champ électrique :

<https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Elec/Champs/champE.php> :

<https://www.falstad.com/vector3de/>

2. Lignes de champ électrique créées par deux charges identiques de même signe.



Propriétés de symétrie d'un vecteur polaire \vec{E} :

Π_S est un plan de symétrie des charges q_A et q_B si les charges sont à la même distance du plan et si $q_A = q_B$.

Si $M \in \Pi_S$ alors $\vec{E}(M) \in \Pi_S$.

Si $P' = \text{sym}(P) / \Pi_S$ alors $\vec{E}(P') = \text{sym } \vec{E}(P) / \Pi_S$

Théorème de superposition : $\vec{E}(M) = \vec{E}_{q_A}(M) + \vec{E}_{q_B}(M)$

Comme le plan de la feuille est un plan de symétrie des charges $\vec{E}(M)$ appartient à ce plan, donc

$$\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r + E_\theta(M) \vec{u}_\theta$$

En coordonnées sphériques, $M(r, \theta, \varphi)$ la carte de champ est la même quel que soit φ donc **les composantes $E_r(M)$ et $E_\theta(M)$ du champ électrique ne dépendent pas de la coordonnée angulaire φ de M , mais uniquement des coordonnées r et θ .**

$$\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r + E_\theta(M) \vec{u}_\theta = E_r(r, \theta) \vec{u}_r + E_\theta(r, \theta) \vec{u}_\theta$$

La distribution de charges est invariante par rotation d'angle φ .

Remarque : on peut faire le même raisonnement en **coordonnées cylindriques $M(r_{\text{cyl}}, \theta, z)$**

Comme le plan de la feuille est un plan de symétrie des charges $\vec{E}(M)$ appartient à ce plan, donc

$$\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r + E_z(M) \vec{u}_z$$

\vec{u}_r est le vecteur unitaire **radial cylindrique** $\neq \vec{u}_r$ le vecteur unitaire **radial sphérique**

Pour donner la position d'un point en coordonnées cylindriques il faut préciser la valeur de :

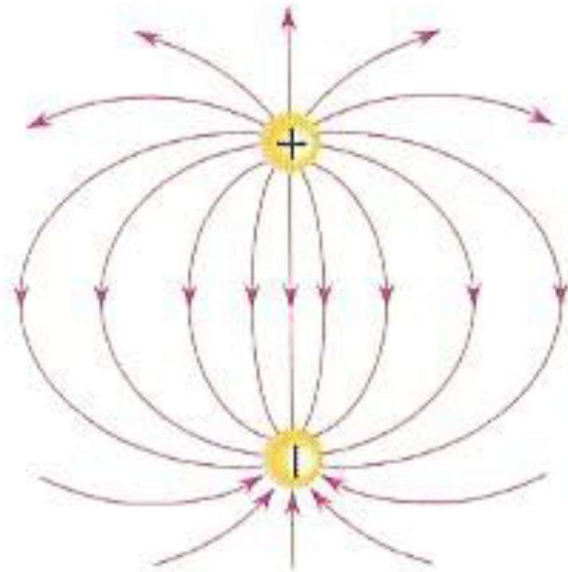
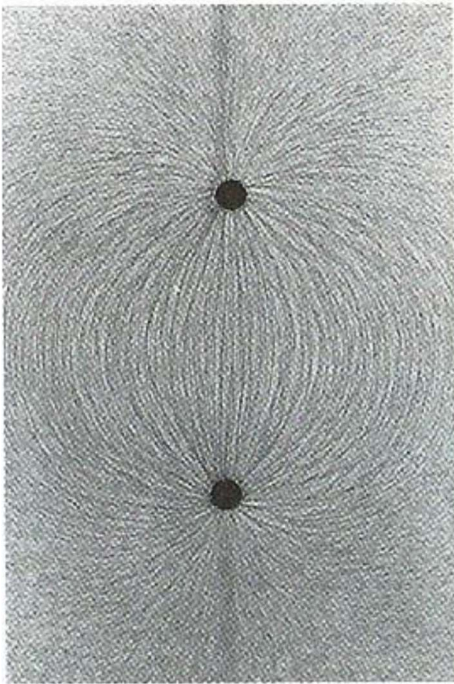
r distance entre le point M et l'axe vertical z ; θ angle entre OM et l'axe z , vertical ; θ angle entre le projeté de M sur le plan horizontal (Oxy) et l'axe Ox ; z valeur algébrique du projeté de M sur l'axe z .

La carte de champ est la même quel que soit θ donc **les composantes $E_r(M)$ et $E_z(M)$ du champ électrique ne dépendent pas de la coordonnée angulaire de M , mais uniquement des coordonnées r et z .**

$$\overrightarrow{E(M)} = E_r(M) \vec{u}_r + E_z(M) \vec{u}_z = E_r(r, z) \vec{u}_r + E_z(r, z) \vec{u}_z$$

La distribution de charges est invariante par rotation d'angle θ .

3. Lignes de champ électrique créées par deux charges opposées = dipôle électrique



Propriétés d'antisymétrie d'un vecteur polaire \vec{E} :

Π_{AS} est un plan d'antisymétrie des charges q_A et q_B si les charges sont à la même distance du plan et si $q_A = -q_B$.

Si $M \in \Pi_{AS}$ alors $\overrightarrow{E(M)} \perp \Pi_{AS}$.

Si $P' = \text{sym}(P) / \Pi_{AS}$ alors $\overrightarrow{E(P')} = - \text{sym} \overrightarrow{E(P)} / \Pi_{AS}$

Comme précédemment, le plan de la feuille est un plan de symétrie des charges $\overrightarrow{E(M)}$ appartient à ce plan

4. Lignes de champ électrique créées par des charges quelconques

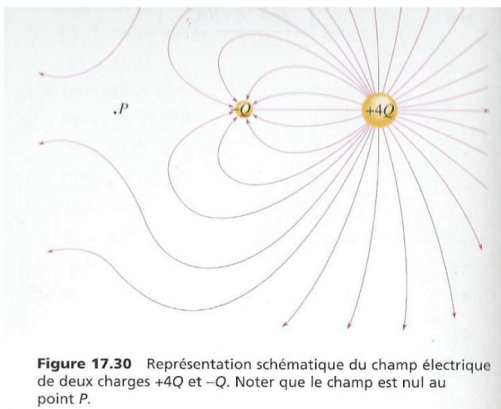
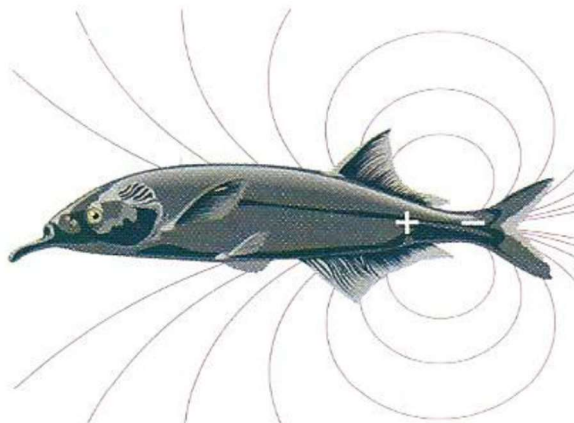


Figure 17.30 Représentation schématique du champ électrique de deux charges $+4Q$ et $-Q$. Noter que le champ est nul au point P .



Le poisson éléphant produit un champ dipolaire et détecte les objets proches par leurs effets sur ce champ

II. Les équations de l'électrostatique

Les équations locales de l'électrostatique :

$$\text{Maxwell-Gauss : } \operatorname{div} \vec{E}(M) = \frac{\rho(M)}{\epsilon_0}$$

$$\text{Maxwell - Faraday : } \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E}(M) = \vec{0}$$

Les équations intégrales de l'électrostatique :

1. Théorème de Gauss

Maxwell-Gauss -> Théorème d'Ostrogradski -> Théorème de Gauss

Mikhaïl Vassilievitch Ostrogradski (1801- 1862, Ukraine)



Interprétation géométrique (voir cartes de champ) :

En dehors des charges : $\operatorname{div} \vec{E}(M) = 0$; \vec{E} est un vecteur à flux conservatif ; le flux de \vec{E} à travers une surface fermée est nul ; dans un tube de champ : flux entrant = flux sortant, l'évasement des lignes de champ s'interprète par une diminution de la valeur du champ électrique.

En présence de charges : $\operatorname{div} \vec{E}(M) = \frac{\rho(M)}{\epsilon_0}$; théorème de Gauss : le flux de champ électrique à travers une surface fermée est égal au rapport de la charge à l'intérieur de cette surface à la permittivité du vide.

2. Potentiel électrique

Maxwell-Faraday -> définition de la circulation d'un vecteur

a. Circulation d'un champ de vecteurs

La circulation élémentaire dC du champ vectoriel $\vec{A}(M, t)$ entre deux points voisins M et M' tels que $\overrightarrow{MM'} = d\vec{\ell}$ est :

$$dC = \vec{A}(M, t) \cdot d\vec{\ell}.$$

Le travail élémentaire est la circulation élémentaire de la force : $\delta W = \vec{F}(M, t) \cdot d\vec{\ell}$

La circulation du champ vectoriel $\vec{A}(M, t)$ entre les points α et β le long de la courbe (Γ) est :

$$C_{\alpha}^{\beta}(\Gamma) = \int_{\alpha(\Gamma)}^{\beta} \vec{A}(M, t) \cdot d\vec{\ell}.$$

Le travail est la circulation de la force entre α et β : $W_{\alpha}^{\beta}(\Gamma) = \int_{\alpha(\Gamma)}^{\beta} \vec{F}(M, t) \cdot d\vec{\ell}.$

La circulation du champ vectoriel $\vec{A}(M, t)$ le long la courbe fermée (Γ) est :

$$C_{\alpha}^{\alpha}(\vec{A}) = C_{\Gamma \text{ fermé orienté}}(\vec{A}) = \oint_{\Gamma} \vec{A}(M, t) \cdot d\vec{\ell}.$$

Le travail le long de la courbe fermée est la circulation de la force entre α et α :

$$W_{\alpha}^{\alpha}(\Gamma) = \oint_{\Gamma} \vec{F}(M, t) \cdot d\vec{\ell}$$

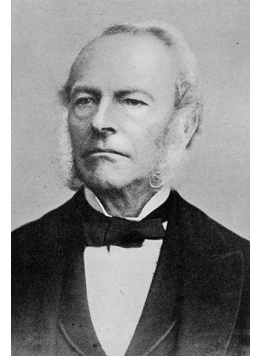
$W_{\alpha}^{\alpha}(\Gamma) = 0$ si la force est conservative, c'est-à-dire que son travail ne dépend pas du chemin suivi.

Exemples de forces conservatives :

force de pesanteur, force de gravitation, force électrostatique, force élastique du ressort

Exemples de forces non conservatives :

Forces de frottements



George Gabriel Stokes (1819-1903)

b. Théorème de Stokes (1849, admis) : définition de l'opérateur rotationnel

Soit $\vec{A}(M,t)$ un champ de vecteur défini sur tout l'espace. Il existe un unique champ de vecteurs appelé rotationnel de \vec{A} , noté $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ tel que pour toute surface S s'appuyant sur un contour Γ **fermé** et **orienté** la circulation de \vec{A} le long de Γ est égale au flux de $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ à travers S

$$C(\vec{A})_{\text{sur } \Gamma \text{ fermé orienté}} = \oint_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{S(\Gamma)} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) \cdot d\vec{S} = \iint_{S(\Gamma)} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) \cdot \vec{n} dS = \Phi(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A})_{\text{à travers } S(\Gamma) \text{ ouverte}}$$

Schémas Γ et S

Remarque: $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ est un champ de vecteurs.

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{vecteur}}) = \overrightarrow{\text{vecteur}}$$

c. Application en électrostatique, définition de la tension U_{AB}

$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) = \vec{0}$; la circulation du champ électrique sur un contour fermé est nulle $C(\vec{E})_{\text{sur } \Gamma \text{ fermé, orienté}} = 0$,

\vec{E} est un vecteur à circulation conservative.

Comme les forces conservatives.

Si une force est conservative, il existe une fonction scalaire appelée énergie potentielle telle que

$$W_{\alpha}^{\beta}(\Gamma) = \int_{\alpha(\Gamma)}^{\beta} \vec{F}(M,t) \cdot d\vec{\ell} = -(Ep(\beta) - Ep(\alpha))$$

$$\delta W = \vec{F}(M,t) \cdot d\vec{\ell} = -dEp$$

Par analogie, on définit la fonction scalaire V , appelée potentiel électrique, telle que

$$dC(\vec{E}) = \vec{E}(M) \cdot d\vec{\ell} = -dV$$

$$C_{\alpha}^{\beta}(\vec{E}) = \int_{\alpha}^{\beta} \vec{E}(M) \cdot d\vec{\ell} = \int_{\alpha}^{\beta} -dV = -(V(\beta) - V(\alpha)) = V(\alpha) - V(\beta) = V_{\alpha\beta}$$

On retient que la tension $U_{AB} = C_A^B(\vec{E}) = \int_A^B \vec{E}(M) \cdot d\vec{\ell}$

d. Relation locale entre le champ et le potentiel, opérateur gradient

Le potentiel $V(M)$ est une fonction de l'espace.

En coordonnées cartésiennes $V(M) = V(x, y, z)$

La différentielle de $V(x, y, z)$ est notée $dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$ par définition d'une fonction de 3 variables

$$\text{Or } dV = - \vec{E}(M) \cdot d\vec{\ell}$$

$$\text{Avec } \vec{E}(M) = E_x(x, y, z) \vec{u}_x + E_y(x, y, z) \vec{u}_y + E_z(x, y, z) \vec{u}_z \text{ et } d\vec{\ell} = dx \vec{u}_x + dy \vec{u}_y + dz \vec{u}_z$$

$$\text{Soit } \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz = - (E_x(x, y, z) \cdot dx + E_y(x, y, z) \cdot dy + E_z(x, y, z) \cdot dz)$$

$$\text{Par identification } \frac{\partial V}{\partial x} = -E_x(x, y, z) ; \frac{\partial V}{\partial y} = -E_y(x, y, z) ; \frac{\partial V}{\partial z} = -E_z(x, y, z)$$

$$\vec{E}(M) = \begin{pmatrix} E_x(x, y, z) \\ E_y(x, y, z) \\ E_z(x, y, z) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} V(x, y, z) = - \overrightarrow{\text{grad}} V(M)$$

$$\text{Ce qui définit l'opérateur gradient, uniquement en coordonnées cartésiennes } \overrightarrow{\text{grad}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Relation entre le champ électrique et le potentiel électrique :

$$\vec{E}(M) = - \overrightarrow{\text{grad}} V(M) \text{ et } dV = - \vec{E}(M) \cdot d\vec{\ell}$$

Les surfaces équipotentielles sont perpendiculaires aux lignes de champ

Potentiel créé par une charge ponctuelle : $\vec{E}(M) = - \overrightarrow{\text{grad}} V(M)$ en coordonnées sphériques

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{OM} \qquad V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

Potentiel créé par deux charges ponctuelles : théorème de superposition

$$V(M) = V_{qA}(M) + V_{qB}(M) = \frac{q_A}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{AM} + \frac{q_B}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{BM}$$

Potentiel créé par deux charges ponctuelles : $\vec{E}(M) = - \overrightarrow{\text{grad}} V(M) = - \overrightarrow{\text{grad}} V(r, z)$ en coordonnées

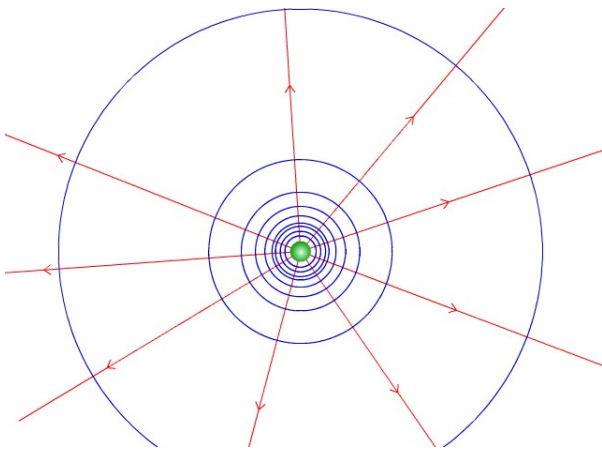
$$\text{cylindriques : } E_r(r, z) = - \frac{\partial V(r, z)}{\partial r} \qquad \text{et} \qquad E_z(r, z) = - \frac{\partial V(r, z)}{\partial z}$$

e. Tracé des surfaces équipotentielle et des lignes de champs

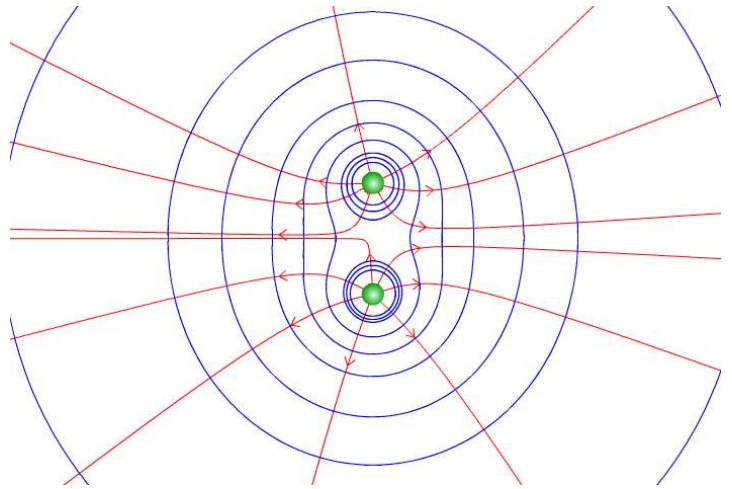
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Champs/

Visualisation lignes de champ en3D

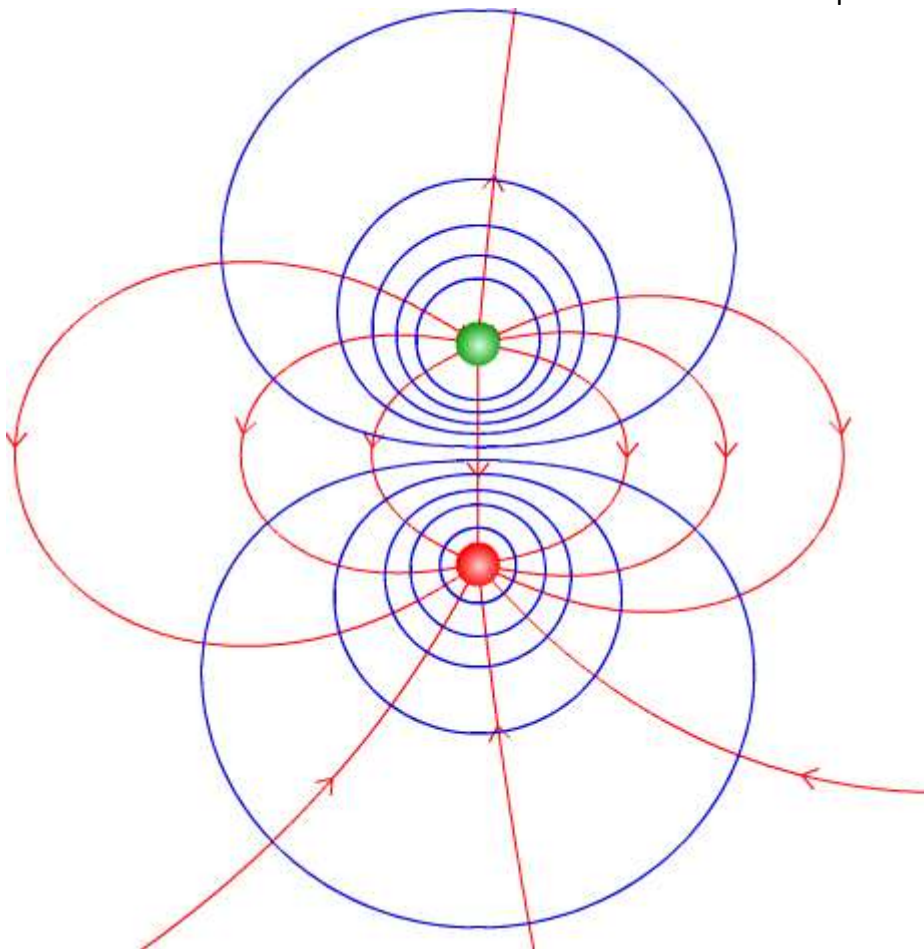
<https://www.falstad.com/vector3de/>



Charge ponctuelle positive, la différence de potentiel est de 10 V entre chaque équipotentielle



Deux charges positives identiques, la différence de potentiel est de 5 V entre chaque équipotentielle

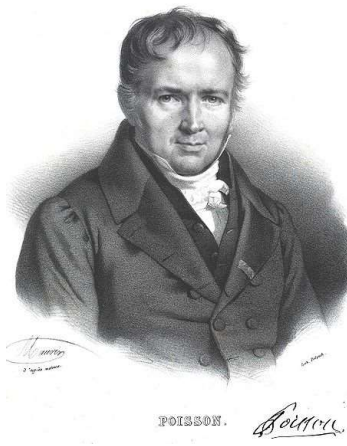


Dipôle électrostatique : la différence de potentiel entre chaque équipotentielle est de 5 V

Plus les équipotentielle sont rapprochées pour une même différence de potentiel, plus la valeur du champ est importante.

Résumé : Maxwell-Faraday -> définition de la circulation d'un vecteur, Théorème de Stokes -> Existence du potentiel électrostatique, définition de la tension, relation locale entre le champ électrique et le potentiel, notion de surfaces équipotentiels.

3. Equation de Poisson



Siméon Denis Poisson (1781-1840)

Conclusion : il existe deux méthodes pour déterminer un champ électrique

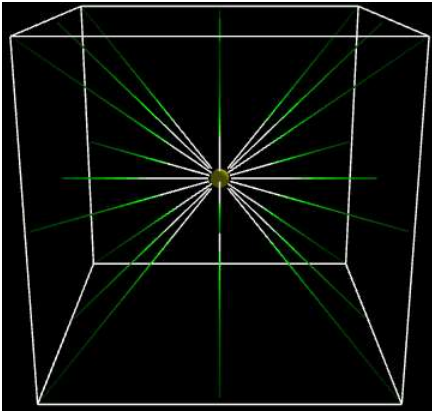
- si la répartition des charges est connue : Maxwell - Gauss
- si le potentiel est connu : relation entre champ et potentiel

L'équation de Poisson permet de déterminer le potentiel directement à partir de la répartition des charges, sans passer par le champ.

III. Champ et potentiel électriques créés par des distributions continues de charges, application du théorème de Gauss

1. Définition d'une distribution continue de charges : $\mathcal{D}_{\text{charges}}$

2. Champ et potentiel électriques créés par une sphère uniformément chargée en volume



Observation : la charge est à symétrie sphérique le champ électrique est radial sphérique

$$\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r$$

Montrons que l'étude des symétries de la distribution des charges permet de prédire que le champ est radial :

Coordonnées adaptées : sphériques.

Rappel : les 3 systèmes de coordonnées

<http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/meca/reperes.html>

Recherche des plans de symétrie des charges passant par le point M quelconque de l'espace :

Seuls 3 plans passent par M

$$\Pi_1 (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta) = \Pi_s$$

$$\Pi_2 (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\phi) = \Pi_s$$

$$\Pi_3 (M, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\phi) \neq \Pi_s \text{ ne coupe pas les charges}$$

$$\vec{E}(M) \in (\Pi_1 \cap \Pi_2) \text{ donc } \vec{E}(M) \text{ est colinéaire à } \vec{u}_r$$

$$\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r$$

Le champ électrique est radial sphérique conformément à l'observation.

L'étude des **plans de symétrie des charges** permet de déterminer la direction du champ électrique.

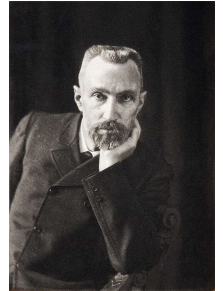
La distribution de charges étant invariante par rotation d'angles θ et φ , la carte de champ est la même quel que soit θ et quel que soit φ donc la composante radiale du champ électrique $E_r(M)$ ne dépend ni θ , ni de φ mais uniquement de r .

$$\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r = E_r(r) \vec{u}_r$$

L'étude des invariances de la distribution des charges permet de déterminer de quelles coordonnées spatiales dépendent les composantes du champ électrique.

Principe de Curie : « les conséquences ont au moins les symétries des causes »

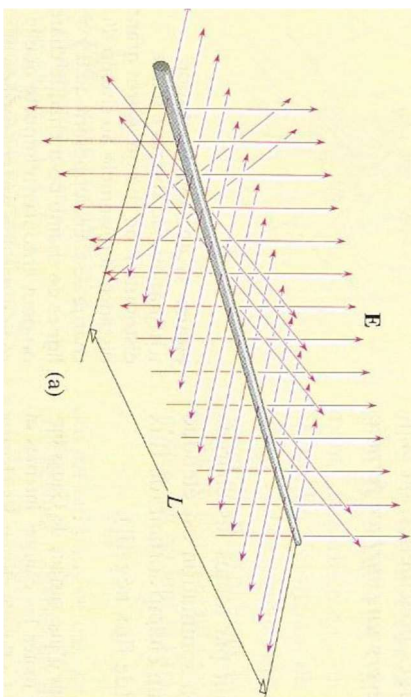
Pierre Curie (1859-1906)



Méthodologie de détermination d'un champ électrique créé par une distribution continue de charges :

- La forme de la distribution permet de choisir le repère d'étude (cylindrique ou sphérique)
- La détermination des plans de symétrie des charges donne la direction de champ électrique
- La détermination des opérations de translation et de rotation laissant les charges invariantes permet de déterminer de quelles coordonnées spatiales dépendent les composantes du champ électrique.
- Choisir une surface de Gauss adaptée qui passe par le point M où on veut déterminer le champ. La surface de Gauss est fermée, sphérique ou cylindrique en fonction de la géométrie de la distribution des charges.
- Appliquer le théorème de Gauss pour en déduire $E(M)$
- Utiliser la relation locale entre \vec{E} et V pour déterminer $V(M)$

3. Champ et potentiel électriques créés par un cylindre infini uniformément chargé en volume



Tige rigide de plexiglas frottée par une peau de chat

Observation : le champ électrique est radial cylindrique $\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r$

Montrons que l'étude des symétries de la distribution des charges permet de prédire que le champ est radial :

Coordonnées adaptées : cylindriques.

Recherche des plans de symétrie des charges passant par le point M quelconque :

Seuls 3 plans passent par M

$$\Pi_1 (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z) = \Pi_s$$

$$\Pi_2 (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta) = \Pi_s$$

$$\Pi_3 (M, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z) \neq \Pi_s \text{ ne coupe pas les charges}$$

$$\vec{E}(M) \in (\Pi_1 \cap \Pi_2) \text{ donc } \vec{E}(M) \text{ est colinéaire à } \vec{u}_r$$

$$\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r$$

Le champ électrique est radial cylindrique conformément à l'observation.

La distribution de charges étant invariante par rotation d'angle θ et par translation selon z , la carte de champ est la même quel que soit θ et quel que soit z donc la **composante radiale du champ électrique $E_r(M)$ ne dépend ni θ , ni de z mais uniquement de r .**

$$\vec{E}(M) = E_r(M) \vec{u}_r = E_r(r) \vec{u}_r$$

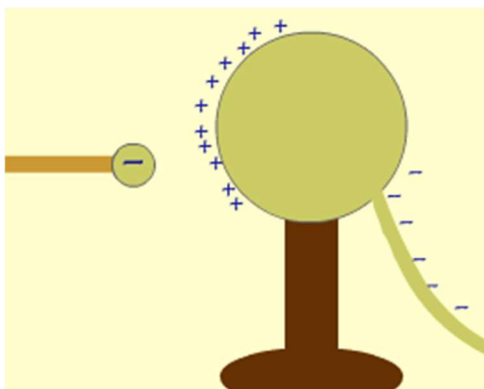
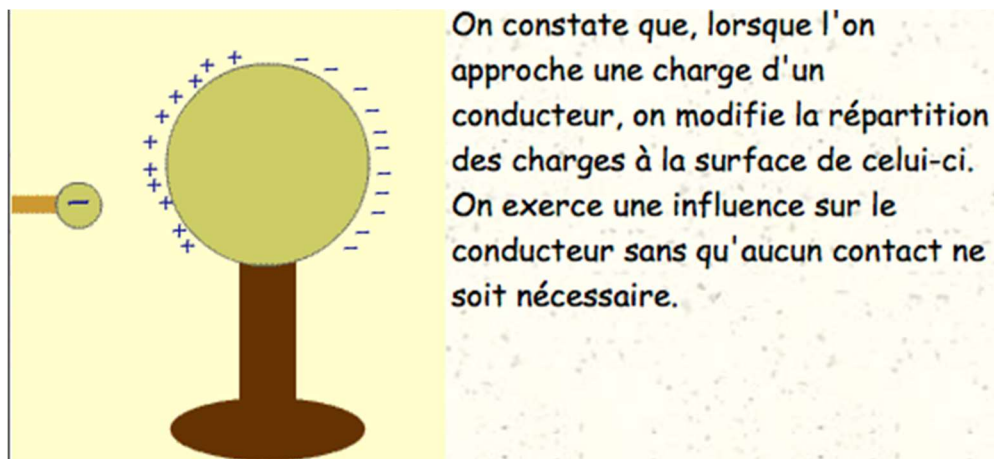
4. Champ et potentiel électriques créés par un plan infini uniformément chargé

Définition de la densité surfacique de charge σ en $C.m^{-2}$

IV. Les condensateurs

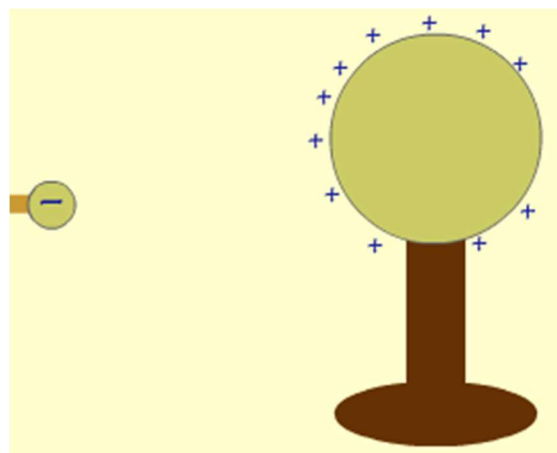
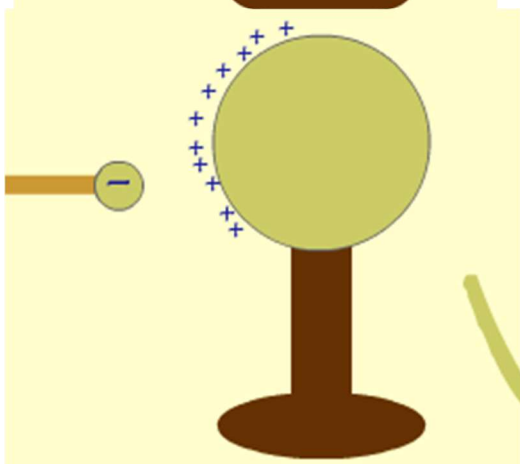
1. Phénomène d'influence électrique

<https://www.youtube.com/watch?v=My0Sa0q5MeI> ou vidéo Influence électrostatique



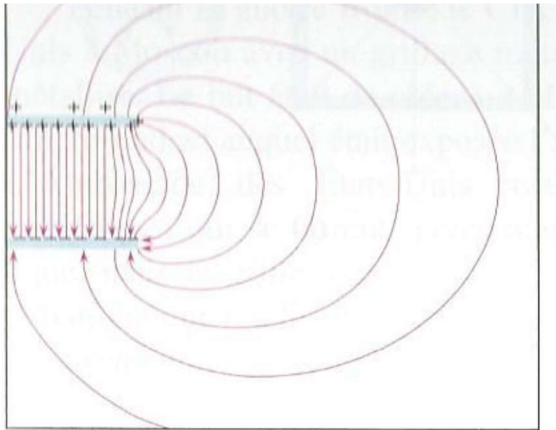
La terre est un réservoir de charges électriques.

Elle va évacuer le surplus de charges négatives, pour que l'ensemble reste neutre.



On déconnecte le conducteur de la terre puis on retire la charge négative, le conducteur reste chargé positivement. Le conducteur a été chargé par influence.

2. Application au condensateur plan

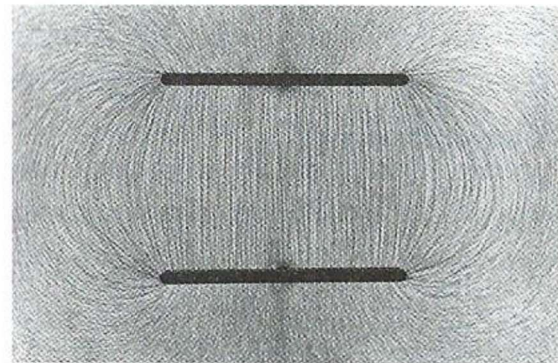


(b)

Expression de la capacité du condensateur



Lignes de champ



(c)

Figure 17.31 (a) Le champ électrique d'un condensateur plan (b) Vue rapprochée de l'effet de bord. (c) Le champ révélé par des fibres de rayon suspendues dans l'huile.

Permittivité relative

Substance	vide	air sec	eau	verre	nylon	huile	Plexiglas
ϵ_r	1	1.0006	78.5	5 - 7	3.5	2.2	2-4

3. Energie stockée dans un condensateur

Densité d'énergie électrique

V. Particule dans un champ

1. Analogie formelle entre champ électrique et champ de gravitation

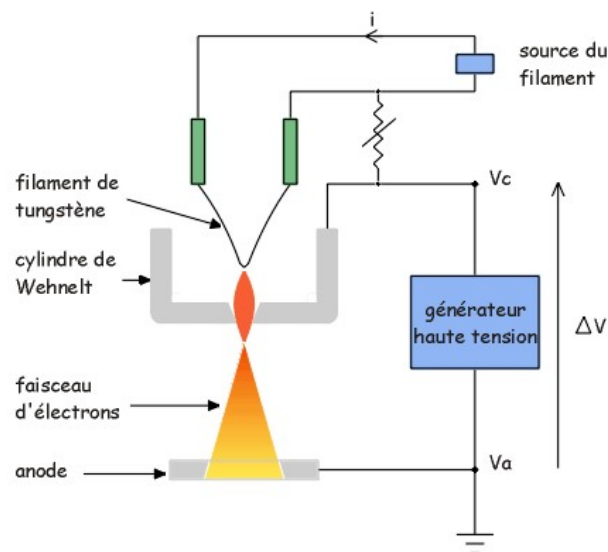
2. Energie d'une particule dans un champ

Les accélérateurs de particules

Le diagramme de Livingston : progrès exponentiels de l'énergie des faisceaux de particules accélérées

Accélérateurs linéaires

Le **canon à électrons** est un des composants essentiels d'un [tube cathodique](#) ou d'instruments comme les [microscopes électroniques](#). Ces appareils mettent en jeu un faisceau d'électrons et le canon à électrons constitue la source en électrons de ce faisceau.



constitution d'un canon à électrons

- ⇒ Un filament de tungstène ou en LaB6 (rôle d'émettrice)
- ⇒ Un cylindre de Wehnelt (rôle de focalisation)
- ⇒ Une anode (rôle d'accélération)

Fonctionnement

Le filament de tungstène (en forme d'épingle à cheveux, de diamètre de quelques dizaines de mm) est chauffé à une température voisine de 2700°C. Ainsi, les électrons sont extraits du métal et forment un nuage entourant le filament (principe de l'émission thermoélectronique). L'électrode de Wehnelt est portée à un potentiel négatif de quelques centaines de Volts par rapport au filament, pour réunir les électrons en un point finement focalisé, le cross-over. Les électrons sont ensuite accélérés en direction de l'anode par la haute tension (plusieurs centaines de milliers de volts).

En effet, le champ électrique existant entre l'anode et le filament permet d'accélérer les électrons libérés et définit la tension de fonctionnement du microscope.

Le faisceau d'électrons accélérés à une vitesse de plusieurs centaines de milliers de km à la seconde émerge de l'autre côté de l'anode percée d'un trou.

Le [microscope électronique](#) est le plus connu des accélérateurs électrostatiques. L'accélération sous quelques centaines de keV fournit des longueurs d'ondes adaptées aux dimensions des cellules, des virus, des microcristaux et des plus grosses molécules.

Questions : expliquer le principe de fonctionnement d'un canon à électrons, quel est le lien quantitatif entre vitesse et tension ? Justifier un ordre de grandeur donné au choix. Pourquoi exprime-t-on des énergies en MeV, GeV, TeV ?

