

Vélocimétrie laser Doppler

Alors même que la simulation numérique en mécanique des fluides est de plus en plus performante, le recours à l'expérimentation reste nécessaire, ne serait-ce que pour valider ces simulations. À cette fin, la détermination de cartes de vitesses au sein d'un écoulement est un outil précieux. Ce sujet s'intéresse à une méthode peu invasive : la vélocimétrie laser Doppler. Le fluide dont on souhaite étudier l'écoulement est ensemencé à l'aide de particules le plus souvent solides, qui se déplacent au sein du fluide, idéalement à la même vitesse et sans le perturber. Lors du passage de ces particules à travers un ou plusieurs faisceaux laser, la lumière est diffusée et son analyse permet la détermination de la vitesse de la particule, et donc localement du fluide qui la porte. On propose en figure 1 une vue d'ensemble du dispositif de mesure à deux faisceaux, sur laquelle on ne représente pas le dispositif destiné à analyser la lumière diffusée par les particules ensemencées dans le fluide.

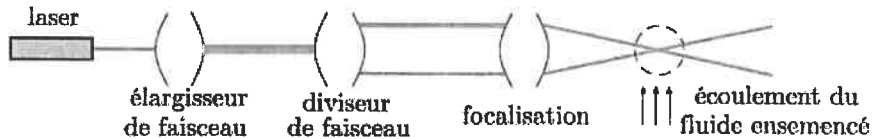


FIGURE 1 – Vue d'ensemble du dispositif.

Les applications numériques seront données avec 1 seul chiffre significatif. Les vecteurs sont surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires $\hat{u}$ ou d'une flèche dans le cas général $\vec{v}$. Les vecteurs unitaires de la base cartésienne sont notés $(\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z)$ et ceux de la base cylindrique d'axe Ox $(\hat{u}_r, \hat{u}_\theta, \hat{u}_z)$. En fin de sujet sont regroupées des constantes de la physique utiles, ainsi qu'un formulaire d'analyse vectorielle.

I Principe de la vélocimétrie laser

Dans toute cette partie, le fluide en écoulement est supposé transparent. On note c_0 la vitesse de la lumière dans le vide et dans le fluide, assimilé au vide du point de vue des ondes électromagnétiques.

I.A Montage à 1 faisceau

L'effet Doppler décrit le décalage en fréquence d'une onde, observé entre les mesures à l'émission et à la réception, lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps. Dans le référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire, supposé galiléen, on fixe un laser et un récepteur lumineux. Le laser à argon utilisé émet une onde plane progressive monochromatique (OPPM) électromagnétique de fréquence f_e et longueur d'onde $\lambda_e = 5,2 \times 10^2$ nm, dirigée selon $\hat{u}_e$ et se propageant à c_0 .

Une particule solide P , supposée ponctuelle et possédant une vitesse $\vec{V}$ dans $\mathcal{R}$, constitue un observateur mobile par rapport à l'émetteur laser fixe. Par effet Doppler, elle perçoit donc une fréquence f_p différente de la fréquence f_e émise.

La figure 2 décrit une période spatiale λ_e de l'OPPM délimitée par deux fronts d'onde Π_1 et Π_2 à l'instant t , et par deux fronts d'ondes Π'_1 et Π'_2 à l'instant $t' = t + \Delta t$ avec $\Delta t = 1/f_p$. P appartient à Π_1 à l'instant t puis à Π'_2 à l'instant t' .

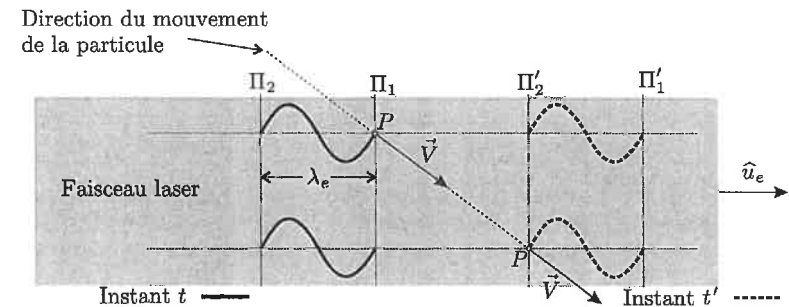


FIGURE 2 – Effet Doppler.

- – 1. En faisant apparaître $\vec{V} \cdot \hat{u}_e$, exprimer la distance parcourue par l'onde pendant Δt en fonction de la distance parcourue par la particule et de λ_e . En déduire la relation

$$f_p = f_e \left(1 - \frac{\hat{u}_e \cdot \vec{V}}{c_0} \right)$$

La particule mobile diffuse à son tour de la lumière vers un photorécepteur fixe, selon la direction de $\hat{u}_d$. Par effet Doppler, ce dernier perçoit une fréquence f_d différente de la fréquence f_p émise.

- – 2. Dans le référentiel $\mathcal{R}'$ lié à la particule et en translation par rapport à $\mathcal{R}$, la particule émettrice de lumière est fixe et le récepteur mobile. En le justifiant, adapter le résultat de la question précédente afin de relier f_d et f_p .
- – 3. Pour une vitesse $\|\vec{V}\| \ll c_0$ de l'ordre de 10 cm.s^{-1} , en déduire que :

$$f_d \simeq f_e + \frac{(\hat{u}_d - \hat{u}_e) \cdot \vec{V}}{\lambda_e} \quad (1)$$

Pour un laser à argon, que penser de l'écart relatif en fréquence, entre OPPM émise et reçue au niveau du photorécepteur ? On s'appuiera sur une analyse numérique.

I.B Montage à 2 faisceaux

Afin d'améliorer la précision des vitesses mesurées, ainsi que la localisation de celles-ci dans le fluide, on a recours à un dispositif à deux faisceaux laser.

I.B.1 Élargisseur et diviseur de faisceau

L'élargisseur de faisceau, présenté en figure 3-a, transforme un faisceau cylindrique laser de largeur d_0 , en un autre de largeur $d'_0 > d_0$. Le diviseur de faisceau, présenté en figure 3-b, le sépare ensuite en deux faisceaux parallèles de largeur identiques d''_0 qui ne se recouvrent pas et dont les axes sont distants de D .

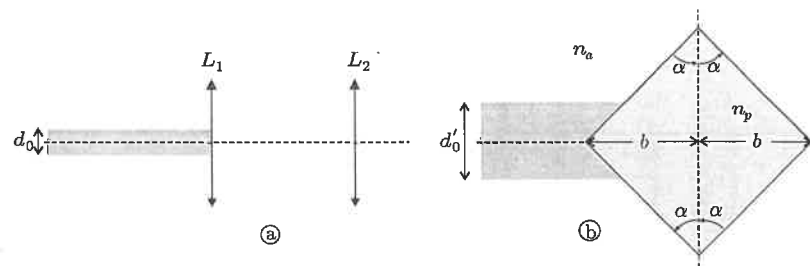


FIGURE 3 – Élargisseur (a) et diviseur de faisceau (b)

- – 4. Reproduire le schéma de l'élargisseur de faisceau de la figure 3-a et positionner les foyers des deux lentilles permettant d'obtenir un faisceau de largeur d'_0 supérieur à d_0 . Exprimer alors d'_0 en fonction de d_0 et des distances focales f'_1 et f'_2 de L_1 et L_2 .

Exprimer l'encombrement de ce dispositif, défini comme sa longueur sur l'axe optique, en fonction de f'_1 , d_0 et d'_0 .

Proposer un dispositif permettant de réduire cet encombrement sans changer d'_0 . On exprimera le nouvel encombrement et on justifiera qu'il est inférieur à celui du premier dispositif.

Le faisceau de largeur d'_0 arrive sur un prisme diviseur de faisceau en verre d'indice n_p dont les caractéristiques géométriques sont précisées sur le schéma de la figure 3-b. On note $2b$ la largeur du prisme et on prendra $\alpha = \pi/4$.

- – 5. Reproduire le schéma et le compléter afin d'expliquer son fonctionnement : on y indiquera d'_0 , d_0 et D . En justifiant rapidement sa réponse, donner la valeur de d'_0 . Pourquoi parle-t-on de diviseur de faisceau à différence de marche nulle ? Proposer un autre dispositif permettant d'obtenir la division d'un faisceau. Est-il à différence de marche nulle ?

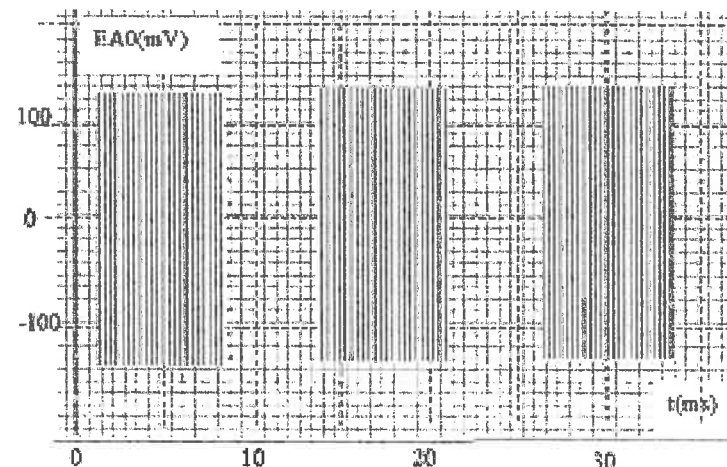
- – 6. À la limite de non recouvrement des faisceaux, déterminer la relation entre b , d'_0 et n_p sous la forme

$$b = \frac{d'_0}{2} \left[\frac{g(n_p)}{g(n_p) - 1} \right]$$

où g est une fonction de n_p que l'on explicitera, sans fonction trigonométrique. En déduire une condition sur b pour que les faisceaux soient effectivement séparés.

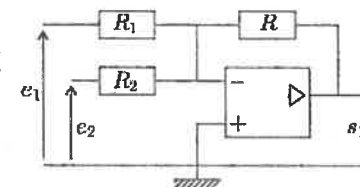
II. Production d'une onde acoustique

Pour émettre des ondes acoustiques par salves, l'émetteur doit être alimenté par un générateur de trains de sinusoïdes à 40 kHz.



Considérons tout d'abord le montage de la figure ci-dessous où l'ALI, supposé idéal, de gain différentiel infini, est alimenté par des tensions ± 15 V et dont les tensions de saturation sont alors également $\pm V_{\text{sat}} = \pm 15$ V.

7. Exprimer la tension s_1 en fonction des données du montage. Représenter un montage permettant d'obtenir une tension $s = -s_1$



On adapte ce montage de la façon suivante :

$R = R_1 = R_2 = 47 \text{ k}\Omega$;

$e_1(t)$: tension sinusoïdale de fréquence $f_1 = 40 \text{ kHz}$ et d'amplitude crête à crête 8 V ;

$e_2(t)$: **tension en créneau** de fréquence $f_2 = 5,0 \text{ kHz}$ et d'amplitude crête à crête 12 V.

8. Tracer l'allure de la courbe $s(t)$ en fonction du temps, sur une durée de 4.10^{-4} s. On précisera les coordonnées des points remarquables.

On modifie l'alimentation de l'ALI, initialement de ± 15 V, par deux tensions de 0 V et 15 V.

9. Reprendre la question précédente : en quoi l'allure de $s(t)$ est-elle modifiée. L'objectif d'un générateur de salves semble-t-il atteint ?
10. La fiche technique de l'ALI LM741 utilisé indique une vitesse limite de balayage de $0,5 \text{ V}/\mu\text{s}$. Pourquoi le signal $s(t)$ sera-t-il déformé ? Comment minimiser les effets de ce défaut sans changer de composant ?

III. - Sonogramme

On enregistre, à l'aide d'un microphone, le son d'une note de musique tenue produite en sifflant avec la bouche.

On note $s_a(t)$ le signal obtenu. Le spectre d'amplitude du signal en sortie du microphone est donné sur la figure 3, l'échelle verticale étant graduée en décibels. L'amplitude du pic 1 vaut $a_1 = 100$ mV.

- 11 - Déterminer la fréquence f_1 du fondamental (pic 1) de cette note ainsi que l'amplitude a_2 du pic 2. On donne $10^{0,5} \approx 3,16$.

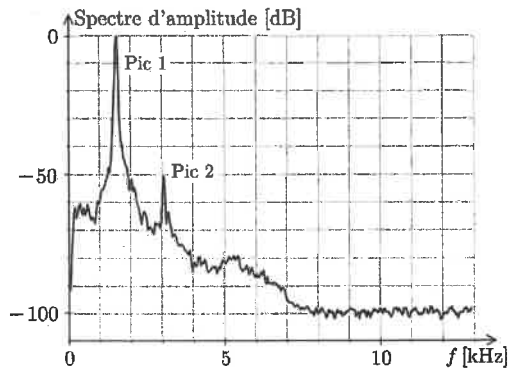


FIGURE 3 - Spectre d'amplitude d'un son sifflé tenu.

Les pics 1 et 2 sont assimilés à des composantes harmoniques et on néglige tout autre contenu spectral. On note T_a la durée totale de l'enregistrement et f_e la fréquence d'échantillonnage. La méthode d'analyse spectrale employée génère un spectre dont la résolution spectrale, notée δf , est l'inverse de la durée d'acquisition du signal.

- 2 - Calculer numériquement la plus petite valeur de f_e respectant la condition de Nyquist-Shannon, et la durée d'acquisition T_a donnant une résolution spectrale de 100 Hz.

Un sonogramme est une représentation graphique permettant de visualiser l'évolution des composantes harmoniques d'un son au cours du temps. Dans sa version simplifiée, c'est un diagramme à deux dimensions ayant en abscisse le temps et en ordonnée les fréquences. À un instant t donné, une composante harmonique de fréquence f est représentée par un point de coordonnées (t, f) . Le sonogramme simplifié de $s_a(t)$ est représenté sur la figure 4a. Dans un sonogramme complet, on ajoute l'information sur l'amplitude des composantes harmoniques en grisant les points du diagramme à l'aide d'une échelle allant du blanc pour les faibles amplitudes (< -50 dB), au noir pour les fortes (> 0 dB). Le sonogramme complet de $s_a(t)$ est donné sur la figure 4b. Pour construire un sonogramme, on calcule les spectres successifs du signal entre les dates $n.T_a$ et $(n+1).T_a$, n étant un entier positif ou nul et T_a la durée des intervalles temporels d'acquisition.

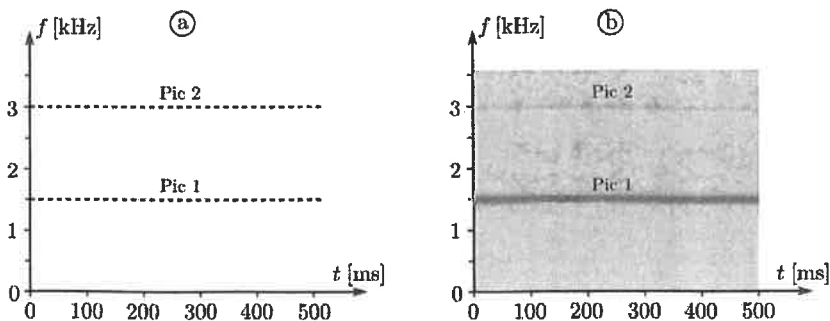


FIGURE 4 - Sonogramme d'un son sifflé tenu a) simplifié b) complet.

- 12 - On note T la durée totale de l'enregistrement sonore. La résolution spectrale δf du sonogramme dépend-elle de T_a ou de T ? Combien de pixels (rectangles élémentaires composant le sonogramme) comporte un sonogramme de fréquence maximale f_M et de durée T ? Effectuer l'application numérique lorsque $f_M = 3,5$ kHz et $T = 500$ ms.

On produit un nouveau son sifflé, $s_b(t)$, mais cette fois, de hauteur décroissante (donc vers les sons graves). Ce son possède encore deux composantes harmoniques, mais la fréquence f_1 du fondamental décroît au cours du temps de manière affine : $f_1'(t) = f_1 * (1 - t/\tau_d)$, $\tau_d > 0$ étant une constante temporelle.

- 13 - Quelle condition doit vérifier τ_d afin que l'on puisse suivre l'évolution temporelle de la fréquence du fondamental sur le sonogramme? Construire le sonogramme simplifié de $s_b(t)$ dans l'intervalle temporel $[0 ; 0,5 \tau_d]$. On prendra soin de mentionner sur le graphique toutes les informations connues.

Le chant d'un oiseau est plus riche en harmoniques que le sifflement précédent.

Le sonogramme d'un quetzal jeune est représenté sur la figure 5 extraite de Lubman, D., J. Acoust. Soc. Am. 112 (5), 2008.

- 14 - Déterminer la durée approximative τ_q du chant du quetzal puis mesurer, à la date $t = 140$ ms, la fréquence $f_{q,1}$ du fondamental du chant ainsi que celles $f_{q,i}$ (i entier) des autres harmoniques visibles sur le sonogramme.

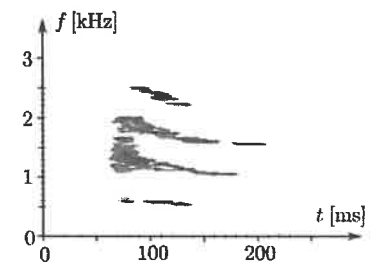


FIGURE 5 - Sonogramme du quetzal