

Capacités exigibles de première année exploitées dans le DM1

Le numéro de la question auquel se réfère la capacité sont notés en rouge : Q13

Les capacités surlignées en jaune, objets de ce DM, seront supposées maîtrisées à la rentrée et pourront faire l'objet d'une évaluation

Contenus disciplinaires :	Outils mathématiques	Domaines numériques
Thème 1 : ondes et signaux (1)	1. Equations algébriques	1. Outils graphiques
1.2 Signaux électriques dans l'ARQS	2. Equations différentielles	4. Equations différentielles
1.4 Oscillateurs libres et forcés	3. Fonctions	
1.4 Filtrage linéaire	4. Géométrie	
	5. Trigonométrie	

Contenus disciplinaires

Les capacités écrites en caractère gras relèvent uniquement du domaine expérimental

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.2. Signaux électriques dans l'ARQS	
Association de deux résistances.	Q 15 : Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente. Établir et Q13 : exploiter les relations des diviseurs de tension ou de courant.
1.4. Oscillateurs libres et forces	
Oscillateur harmonique. Exemples du circuit LC et de l'oscillateur mécanique.	Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique ; la résoudre compte tenu des conditions initiales. Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation. Q15 Réaliser un bilan énergétique.

Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux. ----- Stockage et dissipation d'énergie.	Q14 : Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques. Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques. Q13 : Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité. Q14 : Décrire la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité. Q14 : Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique. Q14 : Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire selon la valeur du facteur de qualité. Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique. Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un système linéaire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques. ----- Réaliser un bilan énergétique.
Impédances complexes.	Établir et Q15 : connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.
Association de deux impédances.	Q15 : Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	Q15 : Utiliser la représentation complexe pour étudier le régime forcé. Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité. Q 15 : Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase. Mettre en œuvre un dispositif expérimental visant à caractériser un phénomène de résonance. Mettre en œuvre une démarche expérimentale visant à caractériser des régimes transitoires du premier ou du second ordre (flash, sismomètre, etc.).
1.5. Filtrage linéaire	
Signaux périodiques.	Analyser la décomposition fournie d'un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales. Définir la valeur moyenne et la valeur efficace d'un signal. Établir par le calcul la valeur efficace d'un signal sinusoïdal. Interpréter le fait que le carré de la valeur efficace d'un signal périodique est égal à la somme des carrés des valeurs efficaces de ses harmoniques.

Fonction de transfert harmonique. Diagramme de Bode.	Tracer le diagramme de Bode (amplitude et phase) associé à une fonction de transfert d'ordre 1. Q15 : Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 (ou ses représentations graphiques) pour étudier la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales, à un signal périodique. Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode en amplitude d'après l'expression de la fonction de transfert. Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.
Modèles de filtres passifs : passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.	Choisir un modèle de filtre en fonction d'un cahier des charges. Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre en tant que moyennneur, intégrateur, ou dérivateur. Expliquer l'intérêt, pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascade, de réaliser des filtres de tension de faible impédance de sortie et forte impédance d'entrée. Expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètre, amortisseur, accéléromètre, etc.). Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale. Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences. <u>Capacité numérique</u> : simuler, à l'aide d'un langage de programmation, l'action d'un filtre sur un signal périodique dont le spectre est fourni. Mettre en évidence l'influence des caractéristiques du filtre sur l'opération de filtrage.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
1. Équations algébriques	
Systèmes linéaires de n équations à p inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$.

Équations non linéaires.	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$. Interpréter graphiquement la ou les solutions.
2. Équations différentielles	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.	Identifier l'ordre. Q13 : Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$.	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ (en utilisant la notation complexe).
Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$.	Q14 : Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Q14 : Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec λ complexe. Q14 : Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.
3. Fonctions	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ($x \rightarrow x^a$).
Dérivée. Notation dx/dt .	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.
Développements limités.	Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1+x)^a$, e^x et $\ln(1+x)$, et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$.
Primitive et intégrale.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.
Valeur moyenne.	Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$, $\sin$, $\cos^2$ et $\sin^2$.
Représentation graphique d'une fonction.	Q14 : Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni par un formulaire.
4. Géométrie	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.

Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Utiliser leur effet sur l'orientation de l'espace.
Courbes planes.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle. Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé.
Courbes planes paramétrées.	Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ($x = a \cdot \cos(\omega t)$, $y = b \cdot \cos(\omega t - \varphi)$) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$.
Longueurs, aires et volumes classiques.	Citer les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Énoncer la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène.

5. Trigonométrie

Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\pi/2 \pm x)$, parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels. Citer les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Q15 : Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.