

# Médecine et physique

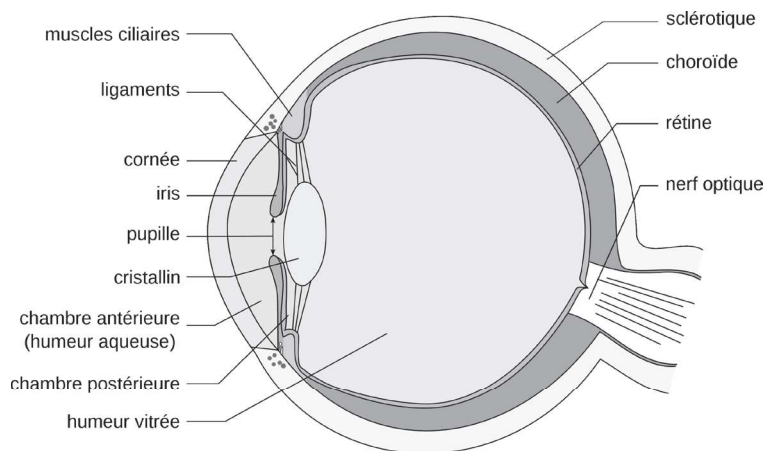
Ce sujet aborde différents aspects physiques en lien avec la médecine. On s'intéressera à la chirurgie réfractive, à la description du système vasculaire, ainsi qu'à l'étude de quelques propriétés chimiques du titane, métal utilisé pour réaliser des prothèses. Aucune connaissance particulière concernant les dispositifs mentionnés précédemment n'est demandée.

## Partie I - Quelques aspects liés à la chirurgie réfractive

### I.1 - Étude préliminaire : étude optique de l'œil

L'œil est l'organe de la vision. Il capte la lumière et transforme celle-ci en signaux électriques transmis au cerveau via le nerf optique. La cornée est la membrane transparente par laquelle la lumière entre dans l'œil. Ce dernier est de forme approximativement sphérique avec un diamètre typique d'environ 25 mm. Il est maintenu dans la cavité orbitaire par un ensemble de muscles qui assure aussi son mouvement. La **figure 1** donne une représentation simplifiée de l'œil.

La forme de la cornée permet la focalisation de la lumière sur la rétine, partie interne photosensible de l'œil. La mise au point s'effectue à l'aide du cristallin qui a la forme d'une lentille biconvexe. Sous l'action des muscles ciliaires, la courbure du cristallin est modifiée, si besoin, de façon à pouvoir former une image nette sur la rétine. Ce processus est appelé accommodation.



**FIGURE 1** – Représentation simplifiée de l'œil [1]

- Q1.** La constitution de l'œil présente des analogies avec celle d'un appareil photographique. Regrouper dans un tableau trois éléments de l'œil et de l'appareil photographique pouvant être mis en correspondance.
- Q2.** En assimilant l'œil emmétrope (c'est-à-dire l'œil sans défaut) au repos à un ensemble {lentille mince - écran} distants de 17 mm, donner la valeur correspondante de la vergence de l'œil.
- Q3.** Comment la forme du cristallin est-elle modifiée lors de l'accommodation ? Comment appelle-t-on le point le plus proche que l'œil peut voir en accommodant ? Ce point est typiquement situé à 25 cm devant l'œil emmétrope. Trouver la valeur de la vergence de l'œil dans ce cas de figure.

La myopie est un défaut de la vision caractérisé par une perception floue d'objets éloignés. L'image de ces derniers se forme en avant de la rétine lorsque l'œil est au repos.

**Q4.** Un œil myope possède un punctum remotum situé à 2,0 m. Quelle est la vergence de la lentille correctrice à utiliser ? Faire un schéma montrant la marche de rayons lumineux incidents sur l'ensemble {lentille correctrice - œil}. On représentera l'œil par un ensemble {lentille mince - écran}.

Les cônes sont les cellules photoréceptrices permettant la perception de la couleur. Ils sont concentrés dans la zone centrale de la rétine avec une densité typique de  $\sigma = 2,0 \cdot 10^5$  cellules/mm<sup>2</sup>. On modélise toujours l'œil par un ensemble {lentille mince - écran} distants de 17 mm. Le pouvoir séparateur de l'œil est caractérisé par l'angle qui doit séparer deux points à l'infini pour qu'ils soient distingués.

**Q5.** Donner une estimation, en radians, du pouvoir séparateur de l'œil en supposant que celui-ci est lié à la distance entre deux cônes voisins.

**Q6.** (\*) La lumière est diffractée lorsqu'elle passe à travers la pupille. L'image d'un point objet à l'infini correspond alors à une tache sur la rétine. Si l'on tient compte du diamètre de la pupille (dont vous estimerez la valeur), peut-on conclure que le pouvoir séparateur est déterminé par la diffraction ?

## I.2 - Chirurgie LASIK

Le LASIK (acronyme de Laser Assisted In-Situ Keratomileusis) est une technique de chirurgie réfractive couramment utilisée depuis le début des années 2000. En 1993, Detao Du, chercheur à l'université du Michigan, reçoit par accident un faisceau laser femtoseconde dans l'œil. Les médecins qui l'examinent sont surpris par la netteté de l'impact du laser. Ils constatent que les impulsions laser ultra-courtes permettent de limiter la brûlure des tissus à une zone très restreinte, contrairement aux impulsions lasers utilisées à l'époque en ophtalmologie. Cet événement fortuit a contribué à initier le développement de la chirurgie oculaire au laser.

Du point de vue pratique, une intervention chirurgicale LASIK se déroule en trois étapes (**figure 2**) :

- Une lamelle d'épaisseur d'environ 100  $\mu\text{m}$  est découpée avec un laser à impulsions femtosecondes. Une partie de la lamelle reste attachée à la cornée. La découpe de ce volet cornéen dure environ dix secondes par œil. Ce dernier peut être soulevé de façon à accéder à la partie non superficielle de la cornée, le stroma.
- La forme de la cornée est ensuite remodelée avec un autre type de laser, le laser Excimer. La durée de cette phase est inférieure à la minute.
- Pour finir, le volet cornéen est remis en place.

L'intervention, pour les deux yeux, dure typiquement une trentaine de minutes au bloc opératoire. La cicatrisation s'effectue en quelques heures. La durée des impulsions est de quelques femtosecondes. Le diamètre de la zone de focalisation du faisceau au niveau de l'impact est d'environ 1  $\mu\text{m}$ .

On étudie tout d'abord l'onde électromagnétique produite par le laser. On propose de modéliser l'onde électromagnétique en un point M de l'espace à un instant t par une onde plane progressive sinusoïdale. Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cartésiennes (x,y,z). On note  $\vec{u}_x$ ,  $\vec{u}_y$  et  $\vec{u}_z$  les vecteurs unitaires portés par les axes du repère cartésien. L'onde est supposée se propager selon la direction  $\vec{u}_x$  et être polarisée suivant la direction  $\vec{u}_y$ . On note  $E_0$  l'amplitude du champ électrique,  $\omega$  sa pulsation et  $k$  son nombre d'onde. La durée  $\tau$  d'une impulsion laser ainsi que les valeurs des constantes c, vitesse de la lumière dans le vide, et  $\epsilon_0$ , permittivité diélectrique du vide, sont données en annexe.

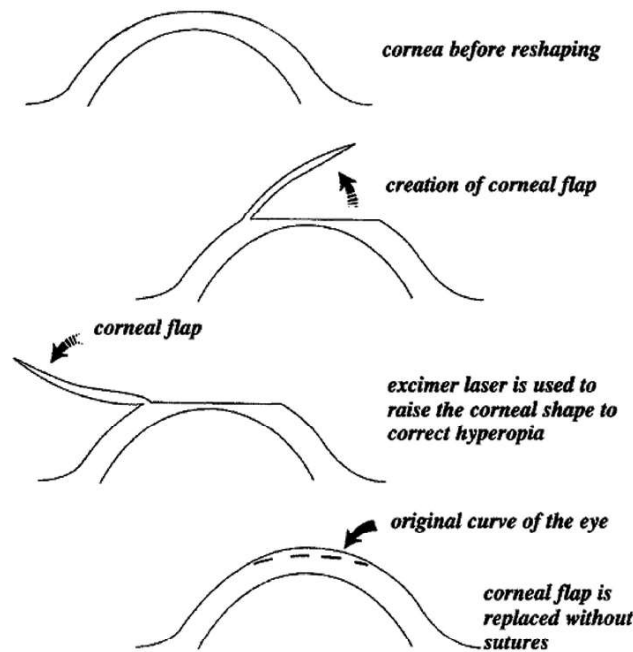


FIGURE 2 – Illustration des étapes opératoires de la chirurgie LASIK [2]

- Q7.** Écrire les expressions des champs  $\vec{E}(M, t)$  et  $\vec{B}(M, t)$ , ainsi que du vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}(M, t)$ .  
On donnera les expressions en fonction, notamment, de  $E_0$ ,  $\omega$ ,  $k$ ,  $c$  et  $\epsilon_0$ .

On s'intéresse maintenant aux interactions entre le faisceau laser et les tissus constitutifs de l'œil. L'utilisation d'impulsions très courtes et la forte focalisation du faisceau laser permettent de produire des champs électriques intenses. Dans ces conditions, le laser provoque la vaporisation de la matière. Une cavité est alors formée dans le stroma cornéen. Le champ électrique de l'impulsion laser est suffisamment intense pour ioniser la matière et la transformer en plasma. Ce mécanisme est appelé claquage optique. La bulle de gaz produite génère des contraintes dans la cornée qui provoquent une rupture localisée du tissu. La production de centaines de milliers de bulles permet de réaliser une incision nette pour former le volet cornéen.

- Q8.** Donner la relation entre l'amplitude  $E_0$  du champ électrique et l'énergie  $E_{imp}$  d'une impulsion en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $c$  et  $\tau$ .
- Q9.** Quelle est l'expression du champ créé par le noyau d'un atome d'hydrogène sur son électron ? On notera  $r_H$  le rayon de l'orbite de l'électron.
- Q10.** Comparer les valeurs des champs électriques perçus par un électron. Le champ électrique associé à une impulsion laser femtoseconde permet-il d'effectuer l'ionisation des atomes ? Les valeurs numériques de l'énergie et de la durée caractérisant l'impulsion laser sont données en annexe.

On étudie la propagation du laser dans la bulle de plasma formée dans la cornée. On note  $n$  la densité d'électrons libres du plasma et  $m_e$  la masse d'un électron. On utilisera le modèle du plasma dilué.

On fait les hypothèses suivantes :

- on néglige les interactions entre les particules ;
- les ions sont supposés immobiles ;
- le plasma est localement neutre ;
- la composante magnétique de la force de Lorentz est négligeable devant la composante électrique.

On considérera une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale de la forme  $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 \exp(i(\omega t - kx))$ .

**Q11.** Montrer que le vecteur densité de courant vérifie en notation complexe la relation :  $\underline{j} = \underline{\gamma} \underline{E}$ .  
On donnera l'expression de  $\underline{\gamma}$  en fonction de  $m_e$ ,  $\omega$ ,  $n$  et de la charge élémentaire  $e$ .

**Q12.** Écrire les équations de Maxwell, sous leurs formes locales, dans le plasma.

**Q13.** À partir des équations de Maxwell, établir la relation de dispersion. On donnera l'expression de la pulsation plasma  $\omega_p$ .

**Q14.** Montrer que l'onde ne peut pas se propager dans le plasma si la pulsation est inférieure à  $\omega_p$ .  
Quelle est l'expression du champ électrique dans ce cas ? On introduira la distance  $\delta$  définie par  $\delta = \frac{c}{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}$ .

**Q15.** (\*) Donner une estimation de la surface du volet cornéen à découper. Quelle est le nombre d'impulsions nécessaires pour effectuer cette découpe ? En prenant une durée de découpe de 10 secondes pour un œil, donner une estimation de la fréquence des impulsions du laser utilisé.

On se propose de déterminer la taille de la zone susceptible d'être vaporisée par une impulsion du laser femtoseconde. On fait l'hypothèse que le claquage optique dans un volume sphérique de rayon  $R$  du stroma cornéen conduit à la formation de gaz. On supposera que la cornée est constituée d'eau et que le gaz formé est un mélange de  $H_2$  et  $O_2$ .

**Q16.** (\*) Déterminer la valeur de  $R$ , rayon de la zone supposée sphérique de la cornée vaporisée par une impulsion laser.

### I.3 - Mesure de l'épaisseur de la cornée

Il existe certaines contre-indications au LASIK. L'épaisseur de la cornée du patient doit par exemple être supérieure à  $500 \mu\text{m}$ . La mesure de l'épaisseur de la cornée, ou pachymétrie, peut s'effectuer à l'aide d'ondes ultrasonores.

On considère la propagation d'une onde plane progressive sinusoïdale ultrasonore dans la cornée. Celle-ci sera considérée comme un fluide sans viscosité de masse volumique  $\rho_0$ , de pression  $P_0$  et de vitesse nulle. L'onde se propage le long de l'axe  $Ox$  (de vecteur unitaire  $\vec{u}_x$ ) dans le sens des  $x$  positifs avec une célérité  $c$ . Lors du passage de l'onde, on notera la pression  $P(x, t) = P_0 + p(x, t)$ , la masse volumique  $\rho(x, t) = \rho_0 + \mu(x, t)$  et la vitesse du fluide  $\vec{v} = v(x, t)\vec{u}_x$ .

On supposera que les perturbations associées à l'onde sonore sont de faible amplitude :  $P_0 \gg |p|$  et  $\rho_0 \gg |\mu|$  (hypothèse de l'approximation acoustique).

On notera  $\chi_s = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s$  le coefficient de compressibilité adiabatique du fluide.

On définit l'impédance acoustique  $Z$  comme le rapport de la surpression sur la vitesse. On notera  $Z_1$  l'impédance acoustique de la cornée et  $Z_2$  celle de l'humeur aqueuse, liquide intra-oculaire de la partie antérieure de l'œil.

**Q17.** Donner l'expression du coefficient de compressibilité adiabatique dans le cadre de l'approximation acoustique.

**Q18.** Utiliser l'équation associée à la dynamique du fluide appliquée à une particule de celui-ci et simplifier son expression dans le cadre de l'approximation acoustique.

**Q19.** Écrire l'équation locale de conservation de la masse et simplifier son expression dans le cadre de l'approximation acoustique.

## Annexe 1 - Données relatives à la partie I

- Charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Perméabilité du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
- Permittivité du vide :  $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
- Rayon de l'atome d'hydrogène :  $r_H = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
- Masse volumique de l'eau :  $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse molaire de l'eau :  $M = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Compressibilité adiabatique de la cornée :  $\chi_s = 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$
- Énergie massique de vaporisation de l'eau :  $L_{vap} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Enthalpie de standard de formation de l'eau :  $\Delta_f H^0 = -241 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Énergie d'une impulsion laser :  $E_{imp} = 4,0 \mu\text{J}$
- Durée d'une impulsion du laser :  $\tau = 2 \text{ fs}$
- Longueur d'onde du laser femtoseconde :  $\lambda = 1,0 \mu\text{m}$
- Dimension de la zone de focalisation :  $d = 1,0 \mu\text{m}$
- On donne pour une lentille mince de centre O, de distance focale image  $f'$  et conjuguant un objet A et une image A' , la relation de conjugaison avec origine au centre :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

## Annexe 2 - Données relatives à la partie II

- Masse volumique du sang :  $\rho_s = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Viscosité du sang :  $\eta = 4,0 \text{ mPa} \cdot \text{s}$

## Annexe 3 - Données relatives à la partie III

- Nombre d'Avogadro :  $\mathcal{N}_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Numéro atomique du titane :  $Z = 22$
- Rayon de l'atome de Titane :  $R = 150 \text{ pm}$
- Le titane ( $\alpha$ ) possède une maille dont la géométrie correspond à un prisme droit à base losange. Les quatre atomes situés à la base du prisme sont tangents les uns les autres. L'atome au milieu de la maille est au contact avec les trois atomes situés au-dessus et les trois atomes situés au-dessous.

	H	O	Ti
Masse molaire en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$	1,0	16,0	47,9