

Devoirs surveillé n° 1 8h00 – 12h00 4 heures
--

Calculatrice NON autorisée

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 4 parties indépendantes.

Préliminaire : valable pour tous les circuits à ALI du devoir

Un ALI est supposé idéal de gain différentiel infini.

Ses tensions de saturation sont $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$.

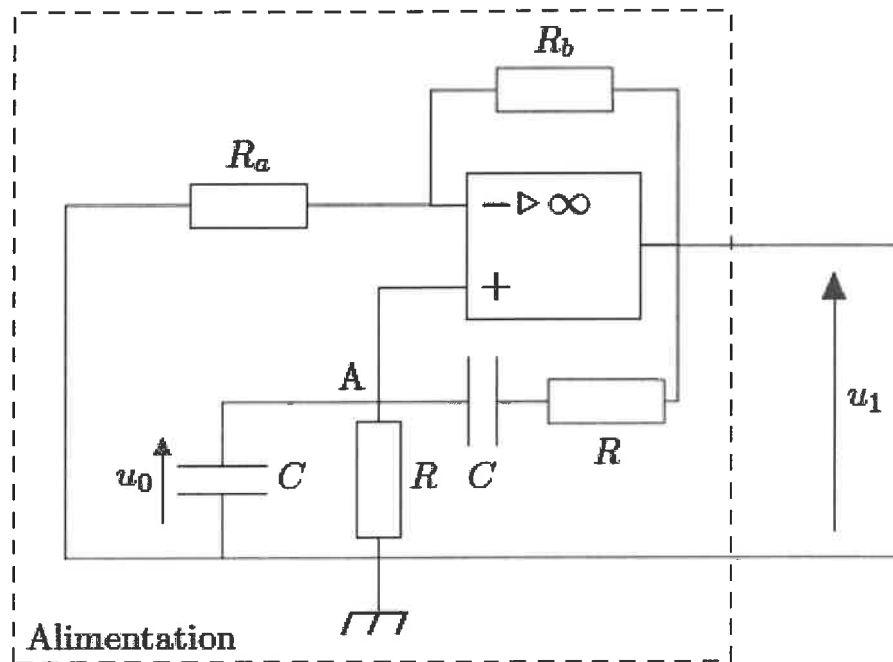
On suppose également que ses limites de saturation en courant ne sont jamais atteintes.

On note V_+ le potentiel électrique à l'entrée non-inverseuse, et V_- le potentiel électrique à l'entrée inverseuse. Soit V_s la tension de sortie.

1. Représenter le schéma électrique du composant. Que signifie ALI idéal de gain différentiel infini ?
2. Tracer l'allure de la caractéristique $V_s = f(V_+ - V_-)$ sous ces hypothèses.
3. Donner une condition nécessaire sur un montage pour que l'ALI puisse fonctionner en régime linéaire. Quelle relation alors a-t-on entre V_+ et V_- ?

1^{ère} partie : Alimentation sinusoïdale

On considère le circuit d'alimentation ci-dessous où l'ALI est supposé idéal de gain différentiel infini et fonctionne en régime linéaire.



4. En appliquant une loi des mailles, déterminer une relation entre $\frac{du_0}{dt}$, $\frac{du_1}{dt}$, R , C et le courant i circulant dans l'association RC série ainsi que $\frac{di}{dt}$, puis en appliquant une loi des nœuds au point A, montrer que la tension u_0 repérée sur le schéma vérifie l'équation différentielle

$$\frac{du_1}{dt} = \frac{1}{\omega_0} \frac{d^2 u_0}{dt^2} + 3 \frac{du_0}{dt} + \omega_0 u_0$$

où l'on précisera l'expression de ω_0 .

5. Démontrer par ailleurs que $u_1 = Gu_0$ où l'on exprimera G en fonction de Ra et Rb .
6. En déduire une condition sur G , puis sur Ra et Rb pour que le système d'alimentation délivre une tension façon sinusoïdale. On exprimera la fréquence f_0 de ces oscillations en fonction de R et C .
7. A quelle condition les oscillations démarrent-elles ?

2^e partie : Mesure de la température du lac de Joux

Le lac de Joux en Suisse est le plus grand plan d'eau du massif jurassien. On cherche à mesurer sa température.

En été, la température du lac fluctue entre 18°C et 24°C (soit entre 291 K et 297 K).

Pour la mesurer, on se propose d'utiliser une thermistance : il s'agit d'un composant ohmique dont la résistance dépend de la température selon la loi :

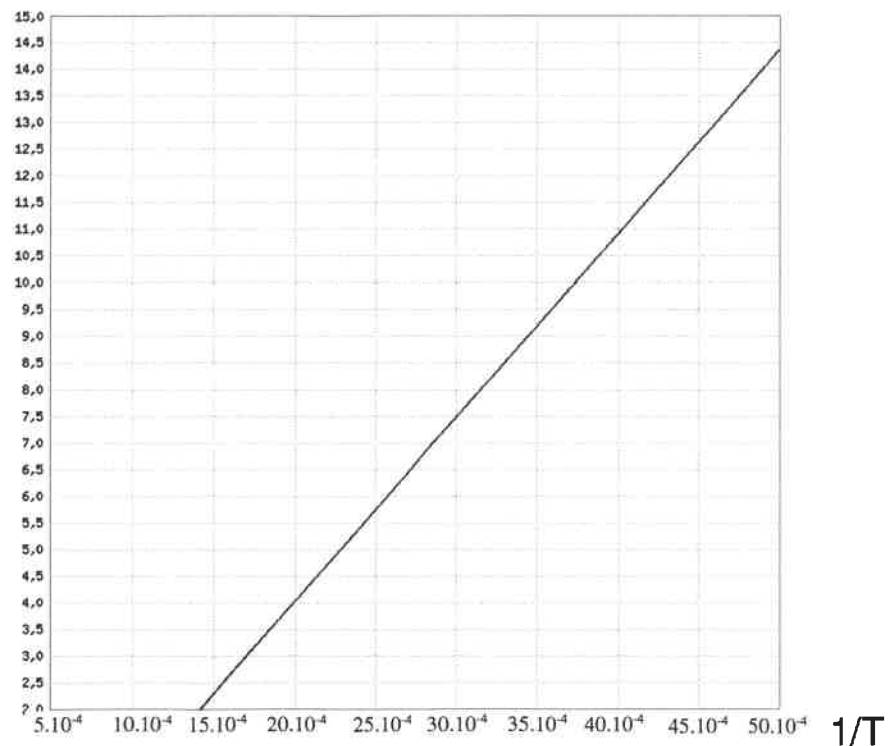
$$R(T) = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \quad \text{où } T \text{ est la température absolue en K et } T_0 = 294 \text{ K.}$$

et où R_0 et B sont des constantes positives.

8. Tracer l'allure de la courbe $R(T)$.

9. Des mesures expérimentales ont permis de tracer ci-dessous en échelle semi-logarithmique, la courbe $\ln(R)$ en fonction de $1/T$.

$\ln R$



Expliquer en quoi ce graphe permet de valider la loi $R(T)$ et de déterminer B et R_0 .

On détermine ainsi : $B = 3500 \text{ K}$ et $R_0 = 8000 \Omega$.

10. On définit la sensibilité s (appelée aussi coefficient de température) de la thermistance par :

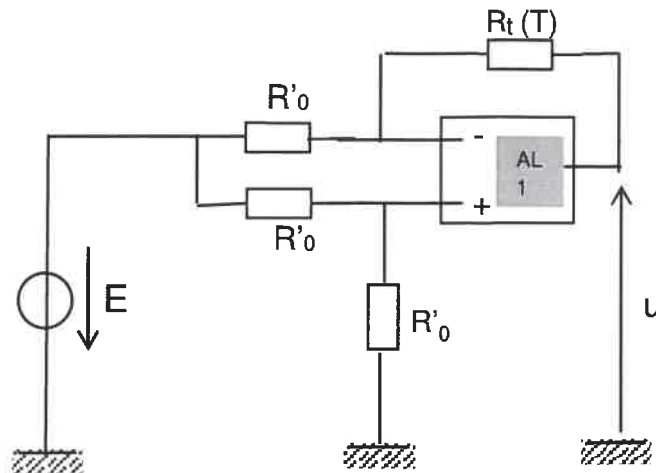
$$s = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}$$

Déterminer, pour une température T voisine de T_0 , l'expression de s en fonction de B et T_0 .

14. L'expression précédente conduit à la valeur $s = -0,04 \text{ K}^{-1}$. Serait-il préférable d'utiliser une résistance métallique dont le coefficient de température est typiquement de l'ordre de $0,5 \% \text{ K}^{-1}$?
14. En ajoutant en parallèle avec la thermistance, un résistor convenablement choisi, on obtient une résistance totale R_t qui varie de façon quasi-affine avec la température autour de la valeur T_0 , selon la loi : $R_t(T) = R'_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$ avec $R'_0 = 5000 \Omega$ et $\alpha = -2 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$.

Quel inconvénient la linéarisation ainsi effectuée présente-t-elle ?

On souhaite obtenir une tension proportionnelle à la température. Pour cela, la résistance R_t est insérée dans le montage suivant :



Le montage comprend un générateur idéal de tension continue de force électromotrice $E = 400 \text{ V}$ et un A.L.I. (AL1) dont l'alimentation (+15 V, -15 V) n'est pas représentée.

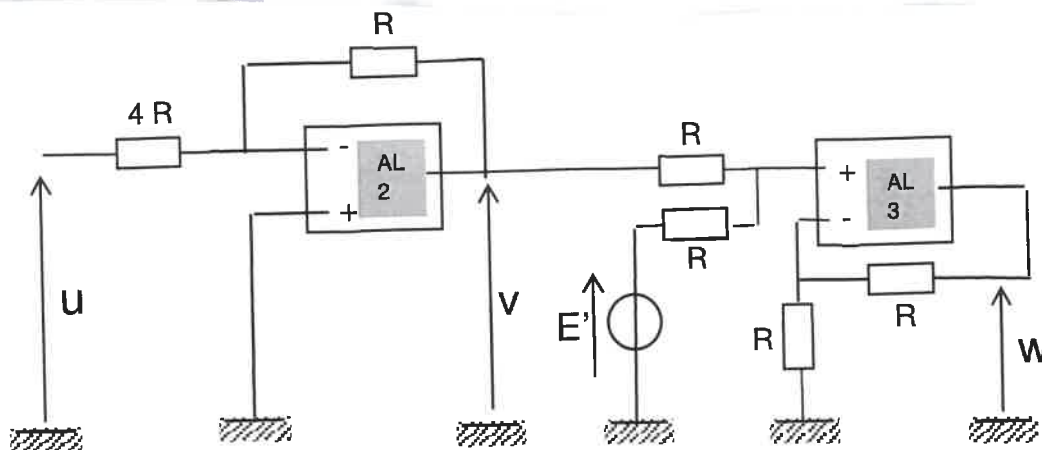
La tension de saturation est $U_{\text{sat}} = 15 \text{ V}$. *AL1 fonctionne en régime linéaire.*

13. Exprimer u en fonction de E et des résistances R'_0 et $R_t(T)$.

14. Déterminer la tension de sortie u du montage en fonction de E , α et de la différence $(T - T_0)$.

15. Vérifier que pour la plage de température considérée, l'hypothèse du régime linéaire est validée.

16. La tension u précédente est placée à l'entrée du montage suivant dans lequel AL2 et AL3 sont des A.L.I. idéaux, identiques à AL1 et alimentés de la même façon. On donne $R = 1 \text{ k}\Omega$.

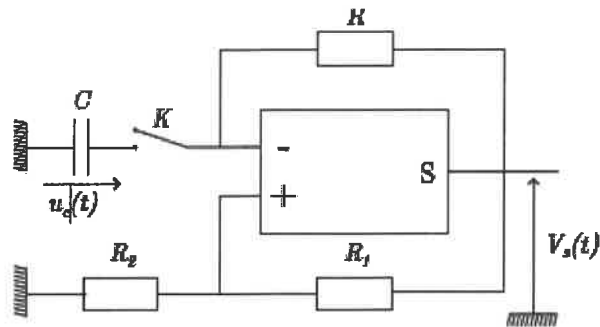


Exprimer v en fonction de u puis w en fonction de v et E' .

17. Montrer que pour une valeur bien choisie de E' que l'on précisera, la tension w correspond exactement à la température θ exprimée en $^{\circ}\text{Celsius}$. (On rappelle $\theta(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273$).

3^e partie : Clignotement

Le but de cette partie est de proposer un modèle de circuit électronique pouvant contrôler un phénomène de clignotement d'ampoules.



À $t = 0$, le condensateur est déchargé et on ferme l'interrupteur K .
La tension de sortie $V_s(t = 0^+)$ vaut alors $+V_{sat}$ juste après la fermeture de K .
L'ALI fonctionne en régime saturé.

18. Exprimer $V_+(t)$ en fonction de R_1 , R_2 et $V_s(t)$.
19. En déduire l'expression de $\varepsilon(t = 0^+) = V_+(t = 0^+) - V_-(t = 0^+)$
20. Montrer que $u_C(t > 0)$ est solution de l'équation différentielle $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{V_{sat}}{\tau}$.
21. Résoudre cette équation différentielle.
22. Montrer qu'à un instant t_1 à exprimer en fonction de R_1 , R_2 , et R et C , la tension V_s bascule de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$.
23. Montrer que la sortie va basculer de nouveau de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ à l'instant t_2 tel que :

$$t_2 = t_1 + RC \ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)$$

Par une méthode similaire, on peut montrer que la sortie va basculer à nouveau de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ à l'instant t_3 tel que $t_3 - t_2 = t_2 - t_1$, ce que l'on pourra admettre dans la suite.

24. Représenter sur un même graphique les évolutions temporelles de $u_C(t)$, $V_+(t)$ et $V_s(t)$ entre $t = 0$ et $t = t_3$.
25. On construit ce montage avec $R = 470 \text{ k}\Omega$, $C = 500 \text{ nF}$, $R_1 = 1,00 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 3,30 \text{ k}\Omega$. Déterminer numériquement un ordre de grandeur de la fréquence de l'oscillateur en régime établi. On donne $\ln(7,6) \approx 2,0$.
26. On dispose au laboratoire des composants requis, sauf pour le condensateur : on ne dispose que de condensateurs de capacité $1,000 \text{ }\mu\text{F}$. Comment peut-on faire pour construire quand même le montage avec les valeurs de la question précédente ? Justifier.

4^e partie : Résolution de problème

Conditionnement d'un pluviomètre

La mesure des précipitations sur un territoire est importante pour prévoir l'évolution du débit de ses cours d'eau, et gérer de manière optimale les ressources en eau. Le volume de précipitations est généralement mesuré à l'aide d'un réseau de pluviomètres répartis sur le territoire, qui déterminent localement la hauteur d'eau tombée au sol par unité de surface pendant un intervalle de temps donné. Parmi les différents types de pluviomètre qui existent, nous allons étudier dans cette partie le fonctionnement d'un pluviomètre capacitif, qui est basé sur la mesure d'une capacité électrique $C(h)$ où h est la hauteur des précipitations.

Pour mesurer la capacité électrique $C(h)$ du pluviomètre, ce dernier est inséré dans le multivibrateur astable présenté en **Figure 7**, qui est constitué de deux amplificateurs linéaires intégrés (ALI).

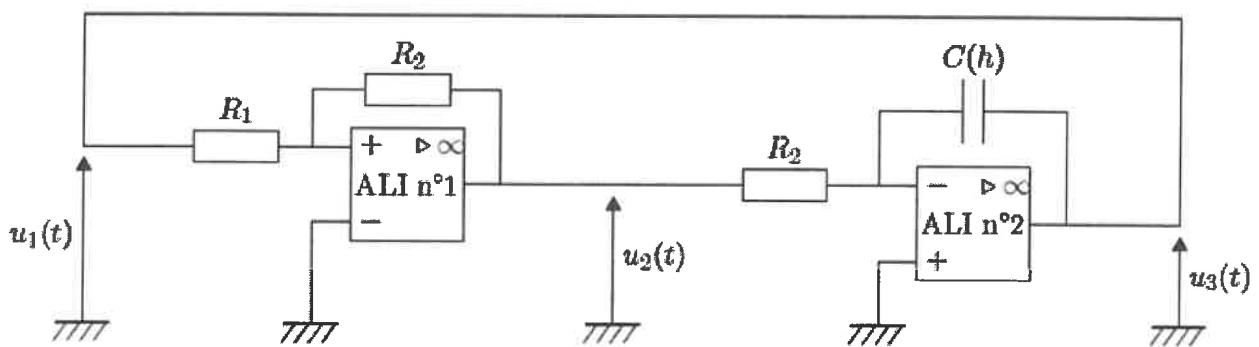


Figure 7 : Multivibrateur astable réalisant le conditionnement du pluviomètre.

27. Montrer que la période des tensions électriques de ce montage est proportionnelle à la capacité $C(h)$ du pluviomètre.