

Devoirs surveillé n° 2
8h00 – 12h00 4 heures

Calculatrice NON autorisée

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 4 problèmes indépendants.

Les différentes parties de chaque problème sont indépendantes entre elles.

1^{er} problème : Chimie

A- Etude thermodynamique de l'obtention de tétrafluorouranium

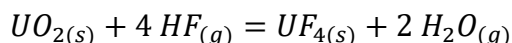
Grandeurs thermodynamiques considérées comme indépendantes de la température :

	$UO_{2(s)}$	$UF_{4(s)}$	$HF_{(g)}$	$H_2O_{(g)}$
$\Delta_f H^\circ$ (kJ.mol ⁻¹)	- 1085	- 1921	- 273	- 242
S° (J.K ⁻¹ .mol ⁻¹)	77	152	174	189

Valeurs approchées :

$$\sqrt{2} = 1,4 ; \sqrt{3} = 1,7 ; \sqrt{5} = 2,2$$

Une des étapes de transformation de l'uranium est l'obtention d'un composé fluoré à partir d'uranite. Cette réaction peut se traduire par le bilan suivant :



A l'état initial, on place dans le réacteur initialement vide à 500 °C, $HF_{(g)}$ et $UO_{2(s)}$ (celui-ci étant introduit en excès par rapport à $HF_{(g)}$).

- 1) Calculer la valeur de l'enthalpie standard de réaction à 298 K.
- 2) Calculer et commenter le signe de l'entropie standard de la réaction à 298 K.
- 3) La constante d'équilibre vaut environ 5.10^2 à 500 °C. Expliciter la démarche réalisée pour obtenir ce résultat à partir des valeurs calculées lors des questions précédentes.

- 4) Discuter du choix de la température utilisée dans le processus industriel en considérant les aspects thermodynamique et cinétique de la réaction.

On appelle α le rapport entre la quantité de matière de HF qui a réagi et la quantité de matière initiale de HF notée n_0 .

- 5) Ecrire le tableau d'avancement associé à la réaction et exprimer α en fonction de l'avancement ξ et n_0 .
- 6) Montrer la relation suivante entre la constante d'équilibre K° , la valeur de α à l'équilibre α_{eq} et la pression totale P_T dans l'enceinte :

$$K^\circ = \frac{(\alpha_{eq} (2 - \alpha_{eq}))^2}{16 (1 - \alpha_{eq})^4} \left(\frac{P^\circ}{P_T}\right)^2$$

- 7) Déterminer la pression totale du réacteur P_T pour que la valeur de α_{eq} soit égale à 0,9 lorsque l'équilibre est atteint à 500 °C.
- 8) Prévoir l'évolution de α lorsque la pression totale dans le réacteur est augmentée, la température restant constante.

B – Enthalpie de dissolution du chlorure de sodium dans l'eau

Expérience 1

On place dans un calorimètre une masse $m_1 = 300$ g d'eau ainsi qu'un thermomètre et un barreau aimanté. L'ensemble est à température ambiante $T_1 = 20^\circ\text{C}$. On ajoute rapidement une quantité $m_2 = 200$ g d'eau à $T_2 = 60^\circ\text{C}$. À l'équilibre, on relève une température $T_3 = 35^\circ\text{C}$.

Expérience 2

On introduit dans le même calorimètre, toujours équipé d'un thermomètre et d'un barreau aimanté, une masse $m_3 = 500$ g d'eau. Le tout est à température ambiante $T_1 = 20^\circ\text{C}$.

Puis on introduit rapidement une masse $m_4 = 50$ g de chlorure de sodium initialement à la température ambiante $T_1 = 20^\circ\text{C}$.

On mesure alors une baisse brutale de température $\Delta T = -1,5^\circ\text{C}$.

On note c_e la capacité calorifique massique de l'eau à pression constante, supposée indépendante de la température. De plus, la capacité calorifique d'une solution sera assimilée à celle de l'eau pure qu'elle contient.

- 9) Exprimer la capacité thermique C du calorimètre équipé de ses accessoires (thermomètre + barreau aimanté) en fonction de c_e, m_1, m_2, T_1, T_2 et de T_3 .
- 10) Exprimer l'enthalpie massique de dissolution de NaCl dans l'eau, notée $\Delta_{\text{diss}} h$, en fonction de c_e, C, m_3, m_4 et de ΔT .
- 11) Quel est l'effet d'une augmentation de température, à pression constante, sur la solubilité du chlorure de sodium dans l'eau pure ? Justifier.

PROBLÈME 2 : Mesure de la vitesse d'un fluide

Données :

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$
$$\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1$$

Célérité :

de l'onde acoustique dans le vide : $c_e = 1,5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

de l'onde lumineuse dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Caractéristiques de la sonde à effet Doppler

- fréquence acoustique : 10 MHz
- gamme de vitesse : $1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à $5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- précision de la vitesse : $\pm 1\%$ de la vitesse mesurée
- résolution de la vitesse : $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- précision de la température : $0,1^\circ\text{C}$
- résolution de la température : $0,01^\circ\text{C}$

Afin de mesurer les vitesses dans un cours d'eau, on utilise une sonde montée sur une perche que l'on place à différentes profondeurs (Photo 1).



Photo 1 - Mesure de la vitesse d'écoulement d'une rivière par sonde à effet Doppler

La sonde émet une onde ultrasonore focalisée dans un volume précis de l'écoulement. Lorsque des particules entraînées par le courant traversent la zone de détection, elles réfléchissent l'onde qui est alors captée par trois récepteurs (figure 6a). L'analyse des signaux réfléchis permet de déterminer la vitesse de l'écoulement.

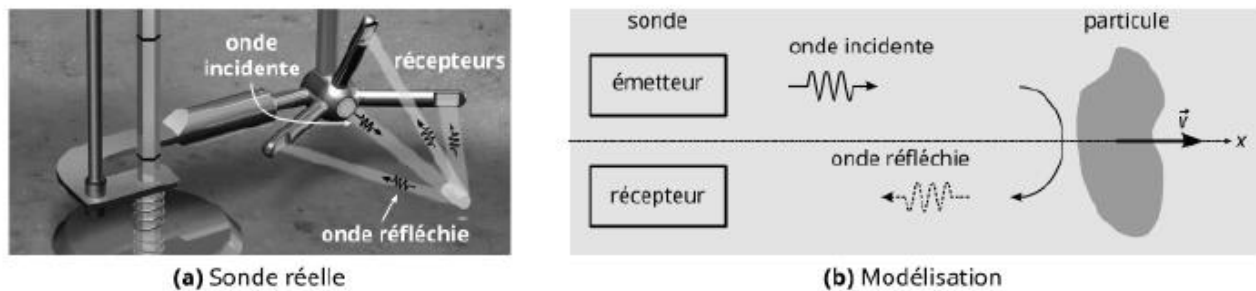


Figure 6 - Modélisation d'une sonde réelle

Pour simplifier la modélisation, on travaille uniquement le long de l'axe des x (**figure 6b**). On note c_e la célérité de l'onde ultrasonore de fréquence f_i envoyée par l'émetteur fixe et $\vec{v} = v\vec{u}_x$ la vitesse d'une particule entraînée par l'écoulement.

Du fait de ce mouvement, la fréquence de l'onde réfléchie par la particule vaut : $f_r = f_i \frac{1 - \frac{v}{c_e}}{1 + \frac{v}{c_e}}$

Le détecteur reçoit l'onde de fréquence f_r et calcule l'écart de fréquences $\Delta f = f_i - f_r$.

Q12. Expliquer pourquoi l'opérateur doit éviter de bouger la perche lors de la mesure.

Q13. Compte tenu des valeurs de v et de c_e montrer que $\Delta f \approx 2f_i \frac{v}{c_e}$

Q14. Quelle information le signe de Δf donne-t-il ?

Pour accéder à la vitesse v , il faut d'abord déterminer Δf . Pour ce faire, on multiplie la tension du signal incident U_i par celle de l'onde réfléchie U_r (figure 7), puis on filtre le signal U_m pour obtenir la tension U_f .

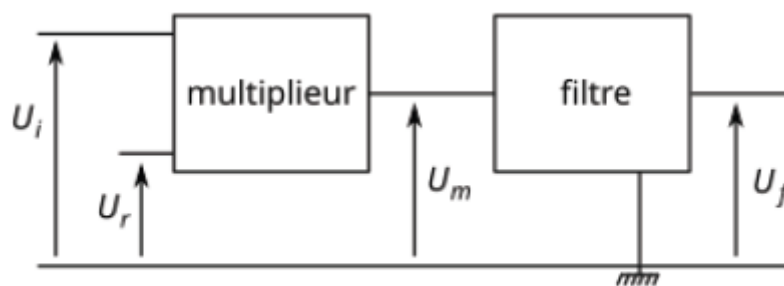


Figure 7 - Circuit de détection de l'écart Δf

Q15. En posant U_{mi} et U_{mr} les amplitudes d'une part et φ_i et φ_r les phases d'autre part, donner les expressions de U_i et de U_r .

Q16. Linéariser l'expression de la tension $U_m = K U_i U_r$ et donner l'expression des fréquences f_1 et f_2 des deux signaux obtenus, en supposant que $f_1 < f_2$. Tracer le spectre du signal U_m .

Pour traiter la tension Um , on dispose de deux filtres de fréquence de coupure f_c dont les fonctions de transfert sont données ci-dessous.

$$\text{Filtre A : } \underline{H}_A = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad \text{Filtre B : } \underline{H}_B = \frac{j \frac{f}{f_c}}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad (\text{avec } j \text{ tel que } j^2 = -1)$$

Q17. Indiquer, en justifiant votre choix, quel filtre choisir pour isoler la tension de fréquence Δf .

Q18. En exploitant les caractéristiques de la sonde données en début de problème, proposer une valeur numérique de la fréquence de coupure f_c .

Q19. Donner alors le schéma d'un filtre à l'aide de deux dipôles à choisir parmi un résistor, une bobine et une capacité. Proposer des valeurs usuellement rencontrées en travaux pratiques pour R , L ou C permettant de satisfaire au problème étudié.

PROBLÈME 3 : Autocuiseur

L'autocuiseur (**photo 1**), couramment appelé "cocotte-minute®", a été inventé en 1679 par le français Denis Papin.

Il s'agit d'un dispositif de cuisson des aliments sous une pression supérieure à la pression atmosphérique. L'augmentation de pression s'accompagne d'une augmentation de la température maximale atteinte, ce qui accélère la cuisson des aliments. Une soupape permet de limiter la pression intérieure en évacuant la vapeur d'eau formée et assure une cuisson à température constante.

L'autocuiseur contient toujours un peu d'eau en plus des aliments à cuire. La cuisson se déroule alors en trois étapes :

- un régime transitoire de montée en pression (et en température) du contenu de l'autocuiseur ;
- un régime de cuisson durant lequel la pression et la température de la vapeur d'eau restent constantes (la vapeur qui s'échappe par la soupape est compensée par la vaporisation de l'eau contenue dans l'autocuiseur) ;
- une décompression, souvent rapide, pour arrêter la cuisson.



Photo 1 - Autocuiseur

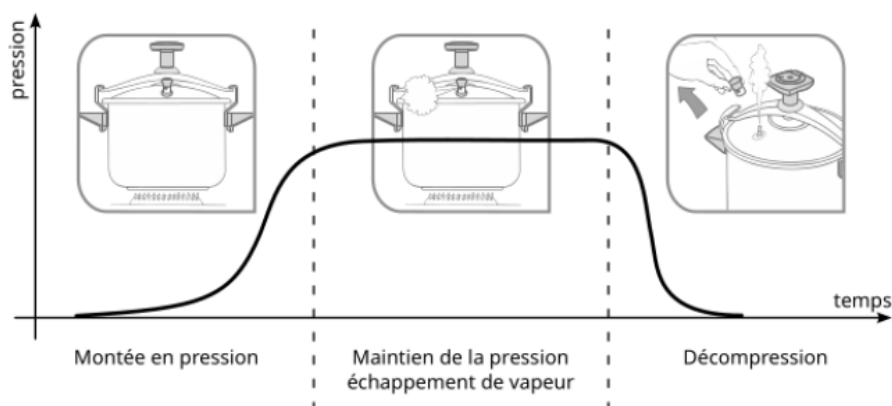


Figure 1 - Étapes de cuisson dans un autocuiseur

Partie I - La soupape

I.1 - Masse de la soupape

La soupape d'échappement de la vapeur est un cylindre de masse m placé sur le couvercle de l'autocuiseur. Elle peut coulisser verticalement sans frottement sur un cylindre creux qui fait communiquer l'intérieur de l'autocuiseur avec l'extérieur (**figure 2**).

Lorsque la pression augmente dans l'autocuiseur, la soupape monte, ce qui permet à la vapeur de s'échapper. En régime permanent, la soupape reste à hauteur constante (**figure 2c**) et est en équilibre sous l'effet de son poids et des forces de pression.

La pression extérieure vaut $P_{\text{ext}} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

On note P_{int} la pression à l'intérieur de l'autocuiseur.

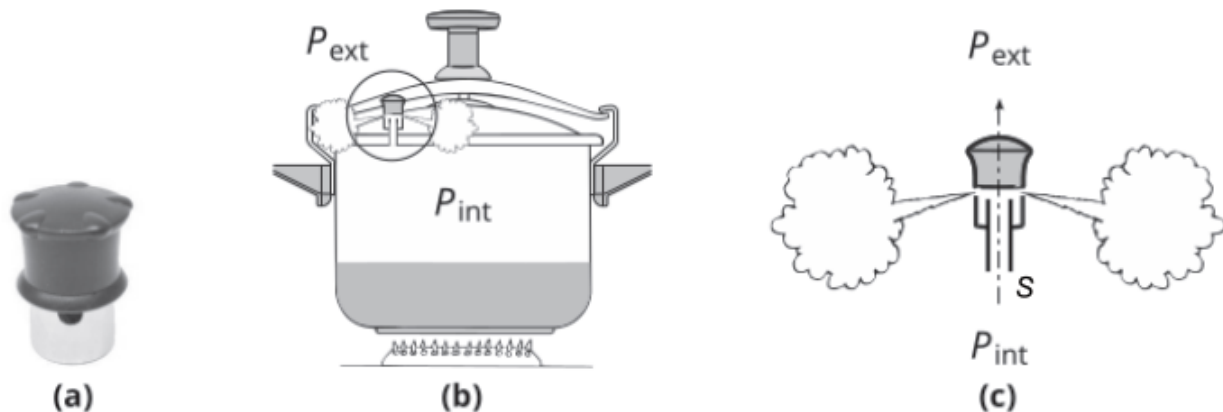


Figure 2 - Schéma de fonctionnement de la soupape d'échappement

La soupape est pesée sur une balance de cuisine (**figure 3a**) dont un extrait de la notice est donné (**figure 3b**).



(a)

On lit 39 sur la balance

Caractéristiques particulières

- Gamme de pesée : 10 g à 5 kg, avec une précision de mesure de l'ordre de 1 gramme.

(b)

Figure 3 - Balance de pesée

20) En tenant compte de l'indication de précision mentionnée par la notice de la balance, écrire la valeur numérique de la masse m de la soupape. L'évaluation de son incertitude-type associée serait-elle de type A ou de type B ? Aucun calcul d'incertitude n'est demandé par la suite.

I.2 - Équilibre de pression

La section du conduit cylindrique d'évacuation de la vapeur vaut $S = 8,0 \text{ mm}^2$. Des indications de pression et le volume de l'autocuiseur sont gravés sur celui-ci (**figure 4**).

On note $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ la valeur du champ de pesanteur.



Figure 4 - Indications sur l'autocuiseur

21) Représenter, à l'équilibre, la soupape et les trois forces qui s'exercent sur elle.

22) Déterminer l'expression littérale de P_{int} en fonction de P_{ext} , m , g et de S . Déterminer la valeur numérique de P_{int} .

23) L'une des indications gravées sur l'autocuiseur permet-elle de confirmer ce résultat ? À quoi correspond vraisemblablement l'autre indication de pression ?

Partie II - Mesures dans l'autocuiseur et exploitation

On verse un volume $V_e = 1,0\text{L}$ d'eau dans l'autocuiseur que l'on ferme et que l'on place sur une plaque chauffante délivrant la puissance thermique $P_{th} = 1,5\text{ kW}$. Des capteurs placés dans l'autocuiseur permettent d'enregistrer la température de l'eau, la température de la phase vapeur ainsi que la pression de la phase vapeur au cours du temps (**figure 5**).

On note : m_e la masse de l'eau, $c_e = 4,2\text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ la capacité thermique massique de l'eau, $C_a = 1,2\text{ kJ.K}^{-1}$ la capacité thermique de l'autocuiseur.

L'eau et l'autocuiseur sont constamment à la même température et on note T_i leur température initiale.

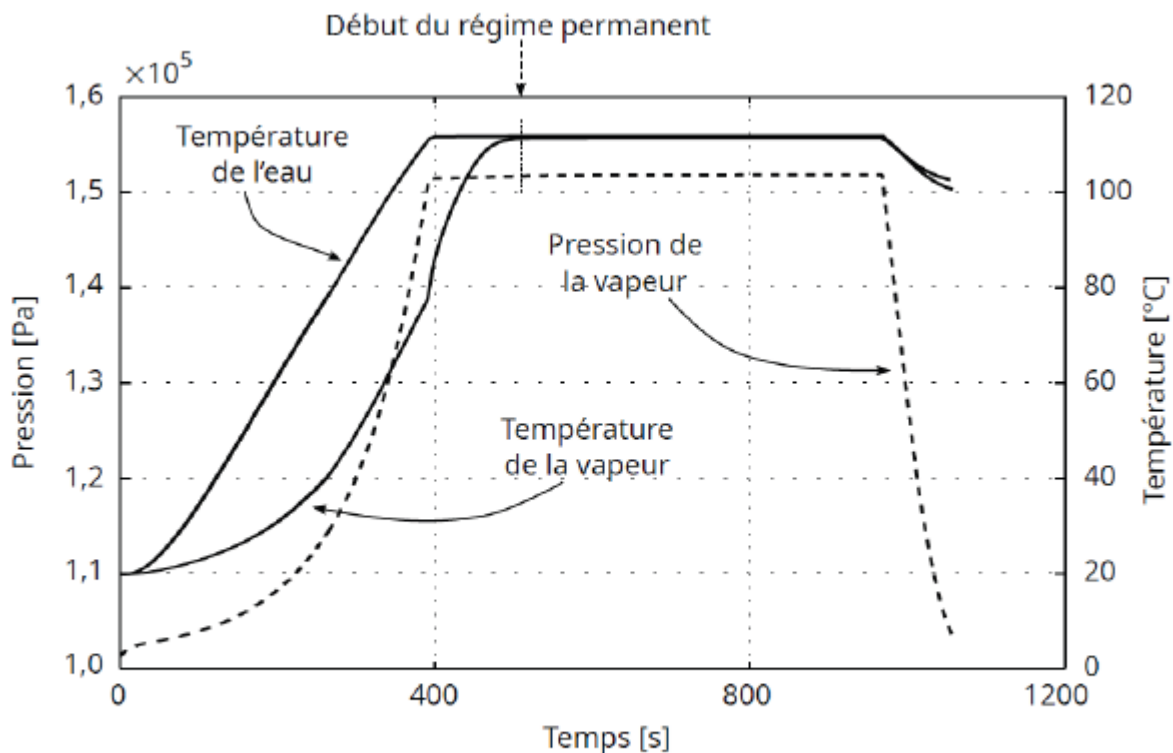


Figure 5 - Mesure de températures et de pression dans l'autocuiseur

II.1 - Premier modèle

Dans un premier temps, on suppose que toute la puissance thermique P_{th} est transférée à l'autocuiseur et à l'eau.

24. Relever et noter sur la **figure 5 du document réponse** la température initiale T_i .

25. On note Δt la durée au bout de laquelle l'eau et l'autocuiseur atteignent la température $T_f = 100^\circ\text{C}$. Déterminer l'expression littérale de la durée Δt en fonction de m_e , c_e , C_a , T_f , T_i et de P_{th} . Déterminer la valeur numérique de Δt .

26. Cette durée est-elle compatible avec les données de la **figure 5** ? On utilisera la **figure 5 du document réponse** pour justifier. Si non, donner deux arguments permettant de justifier cet écart.

II.2 - Second modèle

Dans un second temps, on tient compte des pertes thermiques de l'autocuiseur vers son environnement au cours du temps sous la forme d'une puissance thermique de fuite

$$P_f(t) = k [T(t) - T_{ext}] \text{ où } k \text{ et } T_{ext} \text{ sont des constantes.}$$

27. En effectuant un bilan thermique sur le système {eau + autocuiseur} pendant l'intervalle de temps infinitésimal dt , montrer que la température du système satisfait l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} [T(t) - T_{ext}] = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{P_{th}}{k}$$

et déterminer l'expression de τ en fonction de m_e , c_e , C_a et de k .

28. Résoudre entièrement cette équation différentielle.

Le tracé de la solution de l'équation est présenté sur la **figure 6**.

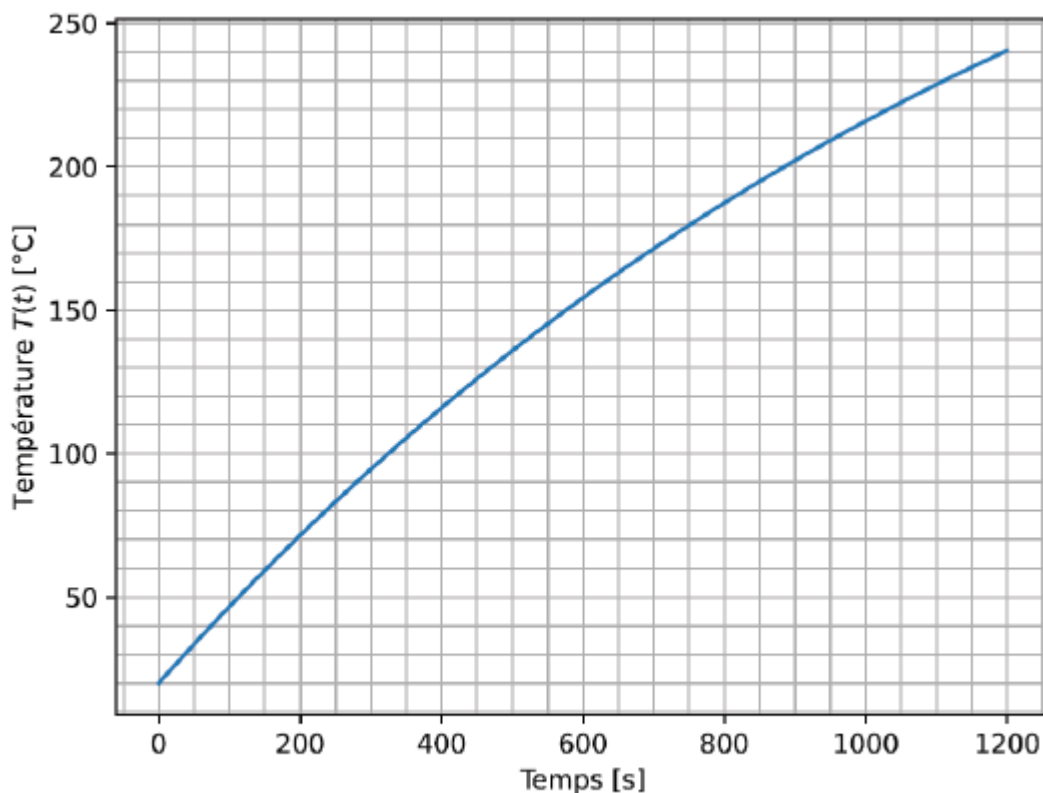


Figure 6 - Évolution de la température intérieure en fonction du temps

29. Dédurre de la **figure 6** la durée $\Delta t'$ nécessaire pour atteindre la température $T_f = 100^\circ\text{C}$. on utilisera la **figure 6 du document réponse pour justifier**. Le résultat est-il cohérent avec la durée Δt trouvée précédemment ? Justifier. Le résultat est-il satisfaisant ? Justifier.

II.3 - Augmentation de la vitesse de cuisson

On observe sur la **figure 5** qu'au-delà de 500 s, le régime permanent de cuisson est atteint. On note T_p la température de cuisson et P_p la pression de cuisson en régime permanent.

30. Relever sur la **figure 5 du document réponse** la température de cuisson T_p et la pression de cuisson P en régime permanent.

31. Préciser la raison thermodynamique pour laquelle la température et la pression sont devenues constantes.

La pression de vapeur saturante de l'eau dépend de la température, comme le montre la **figure 7**.

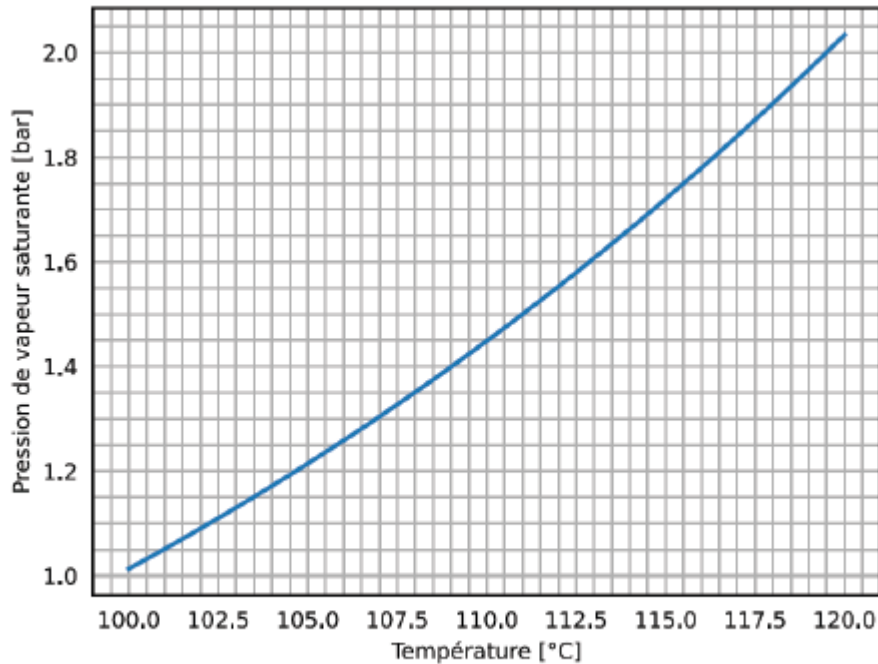


Figure 7 - Évolution de la pression de vapeur saturante en fonction de la température

32. Sur la **figure 7 du document réponse** positionner :

- le point de cuisson en régime permanent dans un autocuiseur (T_p, P_p) ;
- le point de cuisson à ébullition sous pression ambiante (T_a, P_a) (qui correspond par exemple à la cuisson de pâtes dans une casserole d'eau bouillante).

La **figure 8** donne le facteur de vitesse de la cuisson en fonction de la température de cuisson. La référence est prise à 100°C. Par exemple, une cuisson à 80,0°C a un facteur de cuisson de 0,25 et est donc quatre fois plus lente qu'à 100°C.

33. Sachant que la cuisson de légumes dans une casserole d'eau bouillante à l'air libre s'est faite en 20 minutes, estimer la durée nécessaire à la cuisson de la même quantité de légumes dans un autocuiseur. On justifiera à l'aide de la **figure 8 du document réponse**.

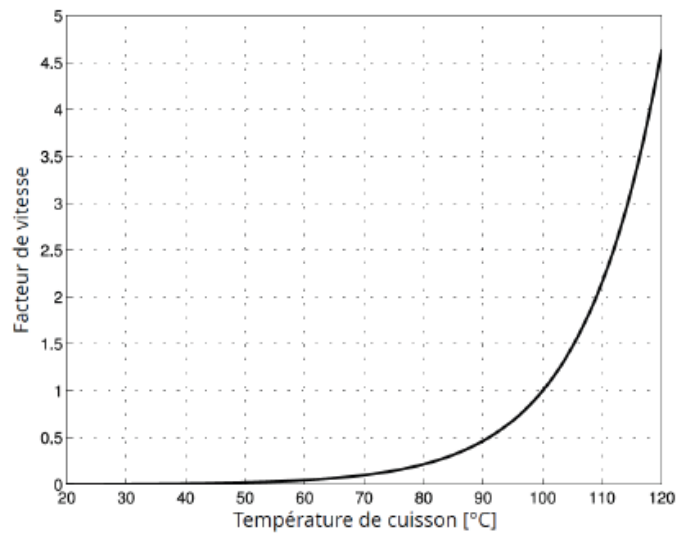


Figure 8 - Évolution du facteur de cuisson en fonction de la température

II.4 - Estimation du débit de vapeur

Lorsque l'autocuiseur fonctionne en régime permanent, la puissance thermique de la plaque chauffante est réduite à $P_{th} = 600W$. Un jet de vapeur d'eau s'échappe continûment par la soupape.

La puissance fournie par la plaque chauffante sert en partie à vaporiser l'eau présente dans l'autocuiseur et est en partie perdue, les pertes étant de l'ordre de $P_f = 350W$.

On admet que la quantité d'eau vaporisée pendant la cuisson reste suffisamment faible pour considérer le volume d'eau liquide présent dans l'autocuiseur comme constant et égal à $V_e = 1,0 L$ (hypothèse \mathcal{H}).

On suppose que le gaz présent dans l'autocuiseur est uniquement constitué de vapeur d'eau. Dans les conditions de cuisson, l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau vaut $\Delta h_{vap} = 2,2 MJ.kg^{-1}$.

34. Expliquer pourquoi il apparaît des gouttelettes d'eau liquide dans le jet de vapeur à sa sortie par la soupape.

35. Déterminer, à l'aide d'un bilan enthalpique, le débit massique du jet de vapeur d'eau en $mg.s^{-1}$.

36. En déduire la masse d'eau perdue dans le jet pour une cuisson de 10 minutes. L'hypothèse \mathcal{H} est-elle toujours vérifiée sur des durées de cuisson usuelles de 30 minutes ?

PROBLÈME 4 : Isolation thermique d'un toit

Dans le cadre de la transition énergétique et écologique, l'Etat a fait de la rénovation énergétique des logements une priorité. Les propriétaires sont ainsi accompagnés, au moyen de subventions, à entreprendre des projets de rénovation énergétique dans leur logement : isolation thermique (toit, murs, combles...), installation d'une chaudière plus performante, de fenêtres à double vitrage, de panneaux solaires... Autant de solutions permettant de réduire les factures d'électricité, en particulier pour les logements les plus énergivores souvent qualifiés de « passoires thermiques »...

Données : Caractéristiques de deux isolants thermiques :

	λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	ρ (kg.m ⁻³)	c (J.K ⁻¹ .kg ⁻¹)
laine de verre	0,032	20	1 030
ouate de cellulose	0,040	35	2 000

Parmi les différentes fuites thermiques d'un logement, les déperditions à travers le toit représentent généralement une part importante. Beaucoup de maisons modernes présentent une architecture à toit plat, comme le montre la **figure 1**. On s'intéresse à l'isolation thermique du toit.

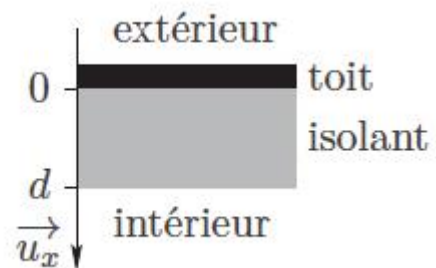


Figure 1 – A gauche : maison à toit plat. A droite : schéma de principe, notations utilisées.

On considère un toit horizontal plat isolé par une couche isolante plane d'aire S , d'épaisseur d , de conductivité thermique λ , de masse volumique ρ et de capacité thermique massique c . Le plan d'équation $x = 0$ correspond à l'interface toit/isolant ; le plan d'équation $x = d$ correspond au plafond (voir **figure 1**).

La conduction thermique est supposée unidimensionnelle : le vecteur densité de courant thermique au sein de la couche isolante est de la forme $\vec{j} = j(x, t)\vec{u}_x$, \vec{u}_x étant le vecteur unitaire orienté selon la verticale descendante, de l'extérieur vers l'intérieur de la maison, et le champ de température est de la forme $T(x, t)$.

37. Rappeler la loi de Fourier exprimant le vecteur densité de courant thermique \vec{j} en fonction de la température T . Justifier la présence du signe « - » apparaissant dans cette loi.

38. Etablir, dans le cas unidimensionnel étudié, l'équation de la diffusion thermique (ou équation de la chaleur) liant les dérivées spatiale et temporelle de la température $T(x, t)$.

39. On se place en régime stationnaire. Définir la résistance thermique R_{th} de la couche isolante, puis déterminer son expression littérale en fonction de S , d et de λ .

Pour estimer quelques ordres de grandeur, on considère un toit plat de surface $S = 100$ m². Sans isolation, sa résistance thermique vaut $R_{th,toit} = 1,0.10^{-2}$ K.W⁻¹.

40. Exprimer littéralement la résistance thermique d'isolant permettant de diviser les pertes thermiques à travers le toit par 10.

41. En déduire l'épaisseur d'isolant d correspondante. Faire l'application numérique pour la laine de verre puis pour l'ouate de cellulose (épaisseurs respectivement notées d_l et d_o).

Nom :

Document réponse du 3^e problème

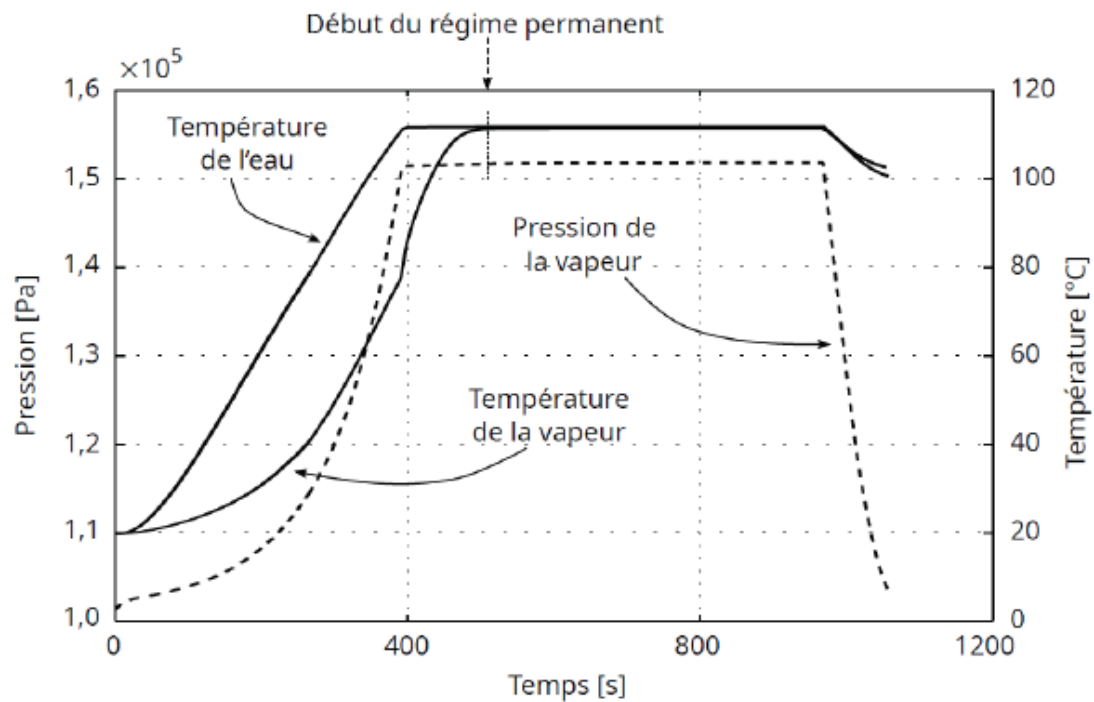


Figure 5 - Mesure de températures et de pression dans l'autocuiseur

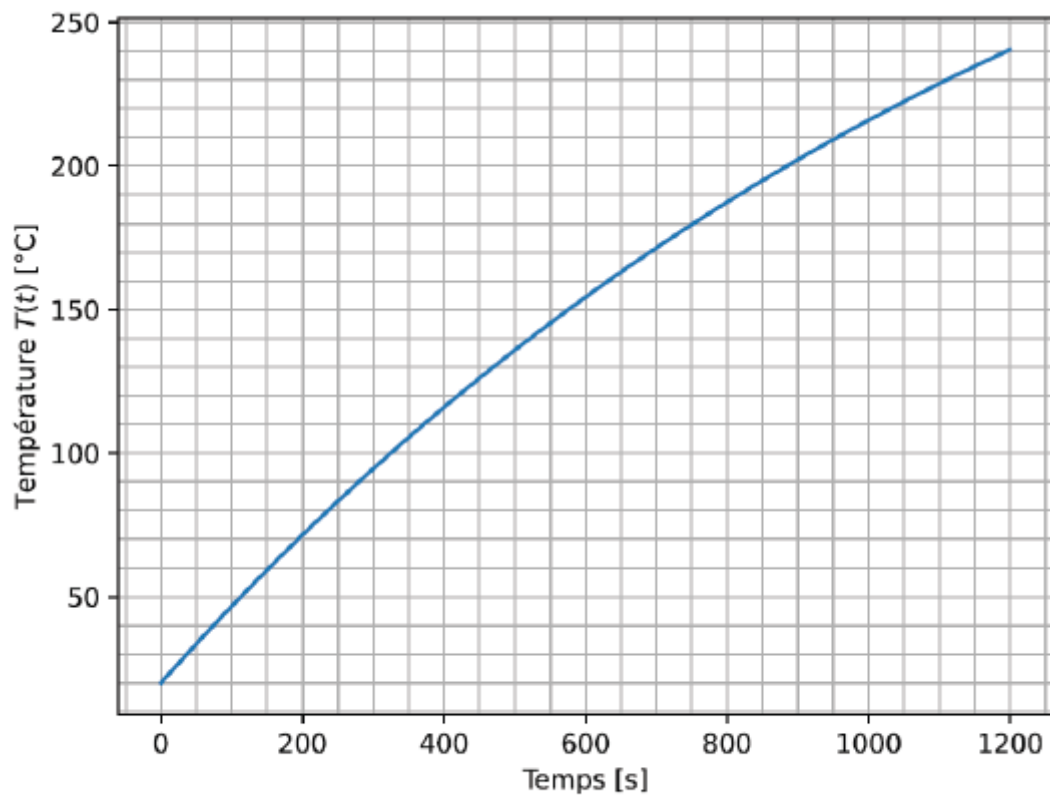


Figure 6 - Évolution de la température intérieure en fonction du temps

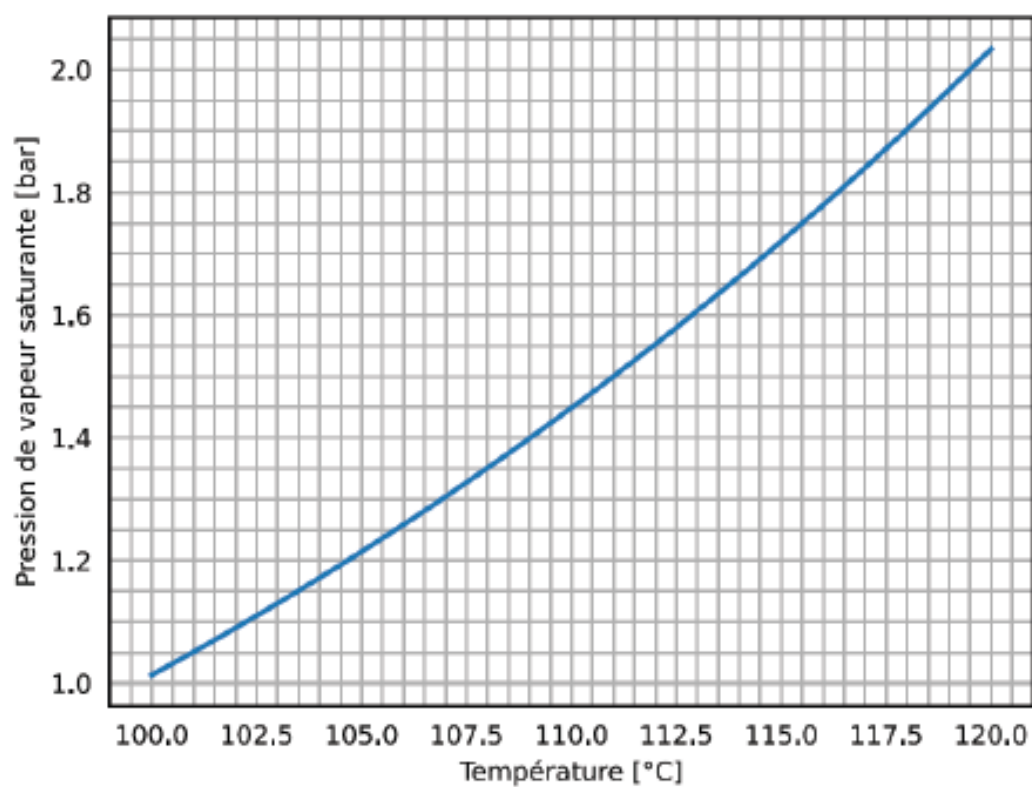


Figure 7 - Évolution de la pression de vapeur saturante en fonction de la température

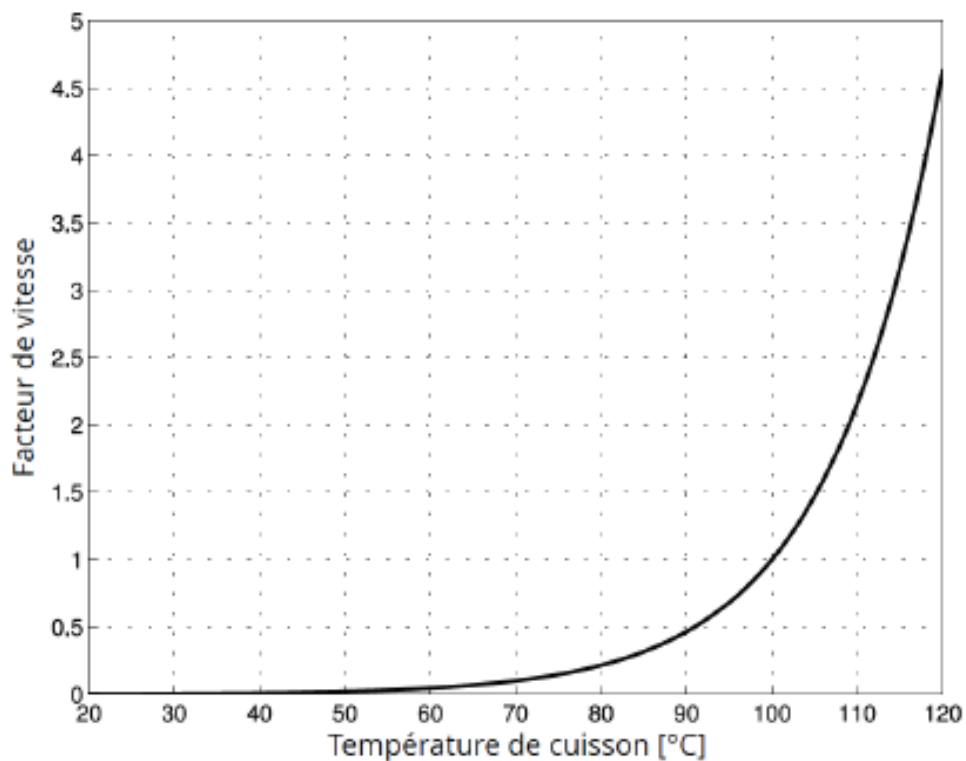


Figure 8 - Évolution du facteur de cuisson en fonction de la température