

|   |
|---|
| <b>Devoirs surveillé n° 4</b><br><b>8h00 – 12h00 4 heures</b> |
|---|

**Calculatrice NON autorisée**

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

**RAPPEL DES CONSIGNES**

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

**Le devoir se compose de 4 problèmes indépendants.**  
**Un document réponse est à rendre avec le problème 2.**

**1<sup>er</sup> problème : Synthèse de l'acide phosphorique  $\text{H}_3\text{PO}_4$**

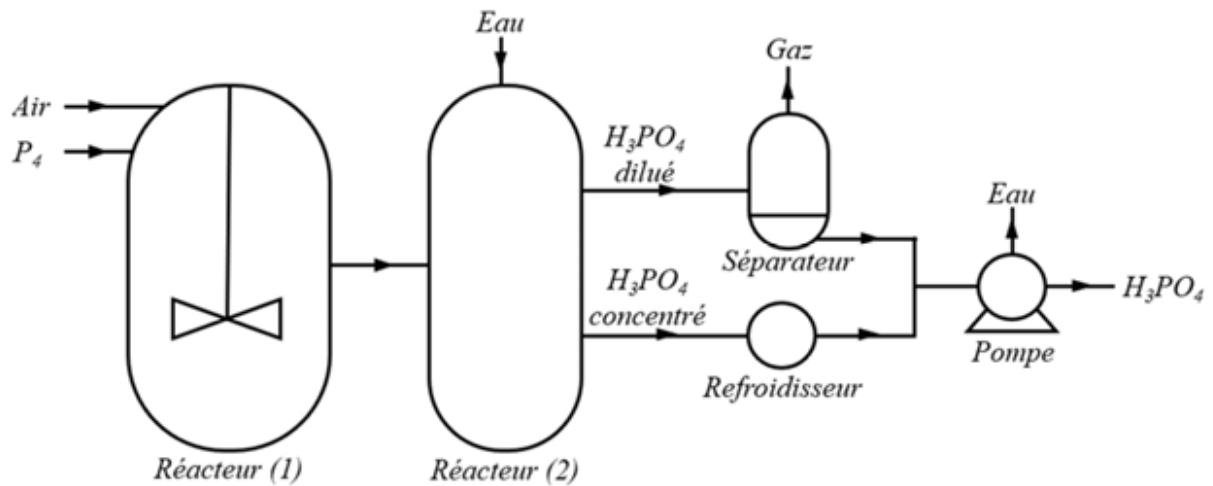
L'un des procédés les plus utilisés pour former de l'acide phosphorique à partir du phosphore blanc, dont la formule brute est  $\text{P}_4$  est le procédé thermique. L'acide phosphorique ainsi obtenu présente une haute pureté et peut être utilisé dans les engrais ou pour des applications pharmaceutiques ou alimentaires.

Il se décompose en trois étapes :

- i. combustion du phosphore blanc à l'état gazeux au contact de l'air pour former du pentaoxyde de diphosphore ( $\text{P}_2\text{O}_5$ ) gazeux selon la réaction (1) qui sera étudiée à la question **Q1** . Cette étape est réalisée dans un réacteur ouvert parfaitement agité continu isochore (RPAC), qui fonctionne en régime permanent stationnaire à une pression de 2 bar et à une température de 1 700 K ;
- ii. hydratation du pentaoxyde de diphosphore à l'aide de vapeur d'eau pour former l'acide phosphorique selon la réaction (2)  $\text{P}_2\text{O}_5 (g) + 3 \text{H}_2\text{O} (g) = 2 \text{H}_3\text{PO}_4 (aq)$  (2)
- iii. refroidissement de l'acide phosphorique obtenu et retraitement des vapeurs issues du réacteur pour en extraire l'acide phosphorique avant de les rejeter vers l'extérieur.

On s'intéressera dans cette partie uniquement à la première étape. Le schéma global du procédé thermique est présenté à la figure 5.

**Q1.** Écrire l'équation de la réaction (1).



**Figure 5** - Schéma du procédé thermique pour la production d'acide phosphorique

Les débits en quantité de matière pour le phosphore blanc dans le réacteur (1) sont notés  $F_e(P_{4(g)}) = 1,1 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$  en entrée et  $F_s(P_{4(g)})$  en sortie. Le débit en volume total en sortie de réacteur est  $Q_{V,s} = 140 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le taux de conversion au sein de ce réacteur est  $X_s = 99,9 \%$ . La loi de vitesse de la réaction (1) peut s'écrire sous la forme :  $v = k[P_4]$ , avec une constante de vitesse  $k = 50 \text{ s}^{-1}$ .

**Q2.** Effectuer un bilan de matière sur le phosphore blanc au sein du réacteur (1). En déduire une relation entre la vitesse de réaction  $v$ , le volume  $V$  du réacteur et les débits en quantité de matière de phosphore blanc en entrée  $F_e(P_{4(g)})$  et sortie  $F_s(P_{4(g)})$ .

**Q3.** Déterminer la valeur du volume du réacteur (1) pour un fonctionnement avec le taux de conversion souhaité.

**Q4.** Le taux de conversion obtenu en remplaçant le réacteur (1) par un réacteur RPAC de volume  $V' = 6 \text{ m}^3$ , le débit sortant étant inchangé, est  $X'_s = 99,95 \%$ . Commenter.

## 2<sup>e</sup> problème : Pompe à chaleur

Dans le cadre de la rénovation énergétique des bâtiments afin de lutter contre le réchauffement climatique, il est préconisé l'installation de pompe à chaleur. En effet, ce dispositif permet d'effectuer des économies d'énergie pour le chauffage des habitations et la production d'eau sanitaire.

### PARTIE A : Modèle ditherme

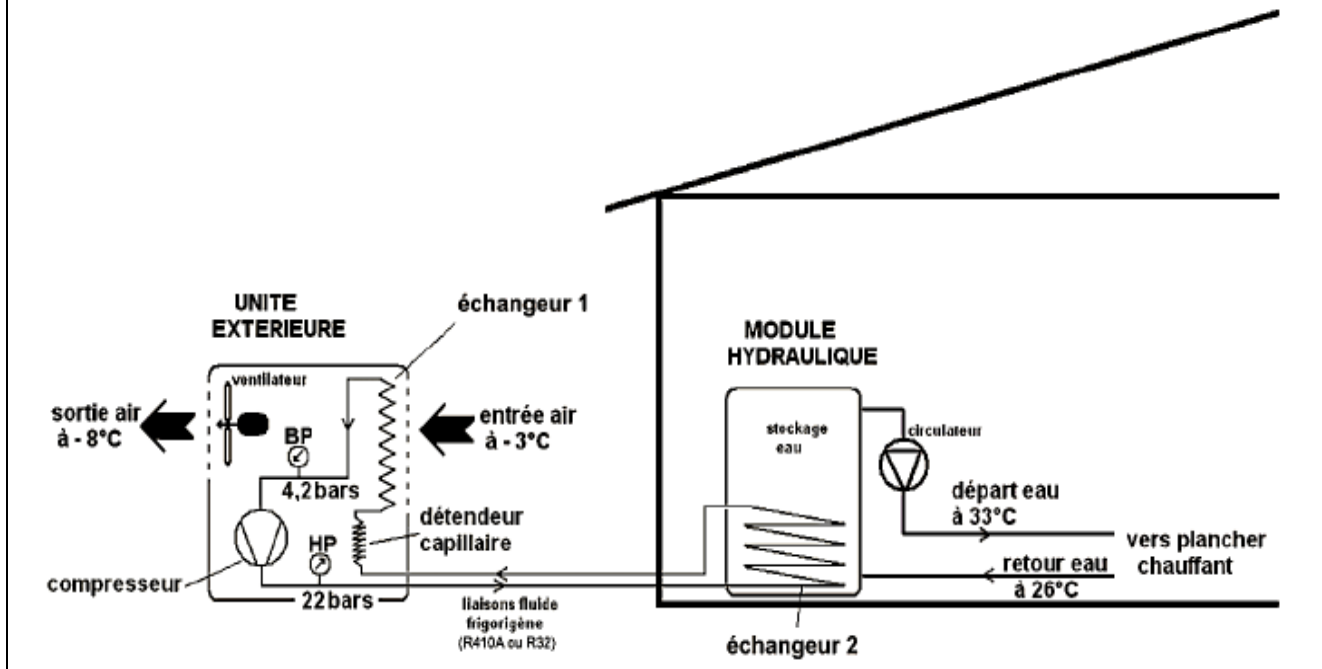
1. Présenter sous forme de schéma annoté, le principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur ditherme fonctionnant entre une source chaude thermostatée (de température  $T_C$ ) et une source froide thermostatée (de température  $T_F$ ).
2. On considère comme système thermodynamique le fluide de la pompe à chaleur. Préciser, en justifiant, les signes de  $Q_C$  transfert thermique reçu par le système de la part de la source chaude, de  $Q_F$  transfert thermique reçu par le système de la part de la source froide et de  $W$  travail mécanique reçu de la part du système mécanique sur un cycle de fonctionnement.
3. Définir l'efficacité (ou  $COP$ ) de cette pompe à chaleur. L'exprimer en fonction uniquement des transferts thermiques  $Q_C$  et  $Q_F$ .
4. Déterminer l'expression de l'efficacité (ou  $COP$ ) de la pompe à chaleur en fonction de  $T_C$  et  $T_F$  respectivement température de la source chaude et température de la source froide, de l'entropie créée au cours d'un cycle de fonctionnement que l'on notera  $S_C$  et de  $W$ . Donner son ordre de grandeur pour une machine réelle.
5. Représenter graphiquement l'évolution du  $COP$  en fonction de  $S_C$  (en considérant  $W$ ,  $T_C$  et  $T_F$  constants).
6. Interpréter physiquement le cas  $S_C = 0$ .

### PARTIE B : Fonctionnement de la pompe à chaleur à fluide R410A

Le schéma de principe d'une telle installation est présenté dans le document 1.

7. A l'aide du document 1, identifier la source chaude et la source froide ainsi que le système mécanique qui échange un travail avec le fluide de la pompe à chaleur.

### Document 1



On étudie dans cette partie le fonctionnement réel de la pompe à chaleur fonctionnant avec le fluide *R410A*. Cette pompe à chaleur est composée des organes thermodynamiques suivants : un compresseur, un condenseur (dans lequel a lieu une liquéfaction), un détendeur et un évaporateur. Le fluide *R410A* subit alors les transformations décrites dans le document 2.

### Document 2

En régime permanent d'écoulement, le fluide *R410A* subit les transformations suivantes :

- 1 → 2 : le fluide à l'état gazeux sous la pression  $P_b = 4,2$  bars et à la température de  $-12$  °C subit une compression isentropique jusqu'à la pression  $P_h = 22$  bars dans un compresseur ;
- 2 → 3 : le gaz entre dans le condenseur où il subit dans un premier temps un refroidissement isobare selon une désurchauffe, pour atteindre un état de vapeur juste saturante ;
- 3 → 4 : toujours dans le condenseur, le fluide subit une liquéfaction jusqu'au liquide juste saturé à la pression  $P_h$  ;
- 4 → 5 : le liquide subit alors un sous-refroidissement isobare jusqu'à la température de  $30$  °C et sort du condenseur ;
- 5 → 6 : le liquide entre dans le détendeur (adiabatique et sans partie mobile) pour y subir une détente jusqu'à la pression  $P_b$  ;
- 6 → 7 : le fluide entre dans l'évaporateur pour y subir une vaporisation totale à la pression  $P_b$  pour se retrouver sous forme de vapeur juste saturante ;
- 7 → 1 : avant de sortir de l'évaporateur, la vapeur juste saturante subit une surchauffe avant de rentrer dans le compresseur.

Pour un fluide en écoulement permanent à travers un organe thermodynamique à une entrée et une sortie, on rappelle le premier principe industriel :

$$\Delta_{(e,s)}(h + e_c + e_p) = w_i + q$$

avec  $h$  enthalpie massique du fluide,  $e_c$  énergie cinétique massique du fluide,  $e_p$  énergie potentielle massique du fluide,  $w_i$  travail massique reçu par le fluide et  $q$  transfert thermique massique reçu par le fluide.

Dans la suite, on négligera les variations d'énergies cinétique et potentielle massiques devant la variation d'enthalpie massique. On négligera les pertes de charge dans les canalisations.

Sur le document 1 figurent les deux échangeurs (échangeur 1 et échangeur 2) de la pompe à chaleur : l'un est le condenseur, l'autre est l'évaporateur.

8. Au contact de quelle source doit être mis le condenseur ? Identifier l'échangeur, présent sur le document 1, concerné en justifiant la réponse.
9. Au contact de quelle source doit être mis l'évaporateur ? Identifier l'échangeur, présent sur le document 1, concerné en justifiant la réponse.
10. En appliquant le premier principe à l'écoulement permanent à travers le détendeur, en déduire la nature de la transformation subie par le fluide.
11. La transformation subie par le fluide dans le compresseur est considérée isentropique dans un premier temps. Comment peut-on justifier cette hypothèse ?

On fournit le diagramme enthalpique en annexe (à rendre avec la copie) du fluide *R410A*.

12. A l'aide du document 2, représenter les différents points du cycle effectué par le fluide *R410A* notés de 1 à 7 sur le diagramme fourni en annexe. On précisera le sens d'évolution le long de ce cycle.
13. Sans s'aider des isotitres figurant sur le diagramme fourni, déterminer le titre massique du seul point du cycle dans un état diphasique. Commenter.
14. Déterminer à l'aide du diagramme :
  - le travail massique indiqué reçu par le fluide de la part du compresseur ;
  - le transfert thermique massique reçu par le fluide à la traversée du condenseur ;
  - le transfert thermique massique reçu par le fluide à la traversée de l'évaporateur.
15. Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
16. Calculer l'efficacité de la pompe à chaleur fonctionnant avec le fluide *R410A* (on donnera le résultat avec deux chiffres significatifs). Quel est l'intérêt d'une pompe à chaleur par rapport à un chauffage électrique ?
17. En réalité, la transformation subie par le fluide à la traversée du compresseur n'est pas isentropique. L'efficacité réelle vaut 90 % de l'efficacité calculée à la question précédente et le reste du cycle est inchangé. Quelle est alors la température en sortie du compresseur ?

## PARTIE C : Remplacement du fluide *R410A* par le fluide *R32*

### Document 3

Dans la majorité des modèles de pompes à chaleur air/eau, la production de chaleur était réalisée avec un fluide surnommé *R410A*, un gaz fluoré qui est progressivement retiré du marché, depuis 2016, au bénéfice d'un autre, considéré comme plus compatible avec la question environnementale : le *R32*.

La réglementation européenne CE 517/2014, ou réglementation F-Gaz, a été mise en place dans l'ensemble de l'Union afin de cadrer l'usage des fluides fluorés. Entrée en vigueur au 1<sup>er</sup> janvier 2015, elle a pour objectif final de réduire les émissions de gaz à effet de serre à hauteur de 80 %, d'ici 2050. Répondant aux exigences européennes sur la réduction des émissions de gaz à effet de serre, le gaz *R32* est un atout pour les nouvelles pompes à chaleur arrivant sur le marché. Voici ses différents avantages :

- Un impact 75 % moins élevé sur l'environnement par rapport aux autres fluides frigorigènes tels que le *R410A* grâce à un PRG (Pouvoir de Réchauffement Global) à 675 kg éq CO<sub>2</sub>.
- Le *R32* permet d'obtenir un gain de performance thermique de 6 à 7 % par rapport aux équipements alimentés en *R410A*.
- Sa performance augmentée permet de réaliser des économies sur votre facture énergétique et de rendre votre habitat moins énergivore.
- La composition du fluide le rend plus manipulable, avec la possibilité de le charger dans votre système de chauffage à l'état liquide comme gazeux, contrairement au *R410A*.
- A composant unique et donc totalement pur, il est plus facilement recyclable et a un impact nul sur la couche d'ozone.

Source : [www.izi-by-edf-renov.fr](http://www.izi-by-edf-renov.fr)

On fait l'hypothèse que le cycle subi par le fluide *R32* est approximativement le même que celui du fluide *R410A*. Le tableau suivant donne les valeurs massiques pour les points 1 à 7 :

| Points                      | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $h$ en kJ.mol <sup>-1</sup> | 518 | 588 | 512 | 268 | 254 | 254 | 510 |

18. Vérifier le gain de performance annoncé dans le document 3.

### 3è problème : Mesure de l'humidité relative

Pour évaluer la pression partielle de vapeur d'eau dans l'atmosphère, les ballons-sondes utilisent des hygromètres capacitifs ; il s'agit de condensateurs formés de deux plaques métalliques planes, de grande surface  $S$ , disposées en vis à vis et séparées sur une épaisseur  $e$  par un milieu isolant : nous considérerons tout d'abord que ce milieu est électriquement équivalent au vide (figure 6). En présence d'une tension de polarisation  $U_0$ , des charges surfaciques  $\pm \sigma_0$  apparaissent sur les faces en regard du condensateur.

1. En supposant les dimensions transverses des électrodes très grandes devant  $e$ , préciser la direction du champ électrique  $\vec{E}$  au sein de l'isolant. Montrer aussi que ce champ est uniforme au sein du milieu isolant.
2. Dédire, par exemple du théorème de Gauss, la relation liant  $\sigma_0$ ,  $\vec{E}$  et la permittivité diélectrique du vide  $\epsilon_0$ .

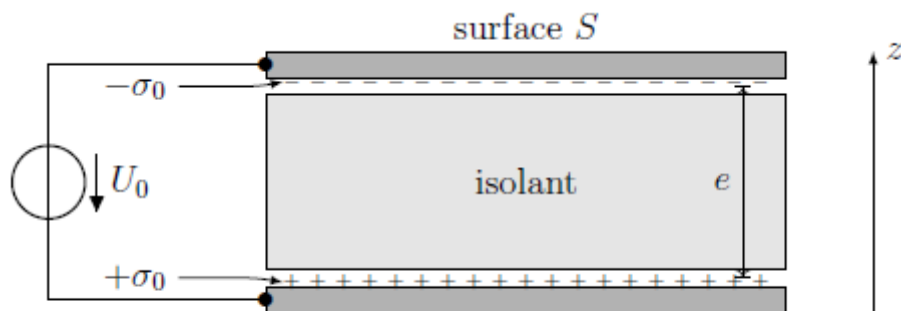


FIGURE 6 – Hygromètre capacitif en l'absence d'humidité

3. Calculer  $U_0$  et définir puis exprimer la capacité  $C_0$  du condensateur ainsi réalisé.

En milieu humide l'isolant se charge de molécules d'eau, décrites ici comme des dipôles électrostatiques qui, sur le schéma de la figure 7, sont tous alignés sur la direction du champ électrique. Dans le volume central de l'isolant ces charges  $\pm$  se compensent deux à deux mais ce n'est pas le cas sur les surfaces supérieure et inférieure de l'isolant où on voit apparaître des charges surfaciques dites de dépolarisation  $\pm \sigma$ .

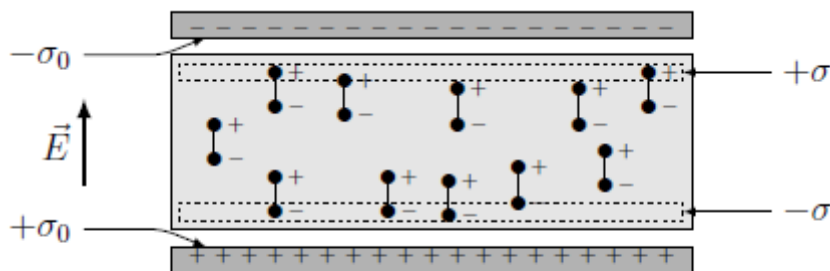


FIGURE 7 – Hygromètre capacitif avec isolant humide

4. Exprimer, dans cette situation, la capacité du condensateur  $C$  en fonction de  $C_0$ ,  $\sigma_0$  et  $\sigma$ .

La mesure de  $C$  est une mesure de  $n_p$ , densité particulière de dipôles électriques au sein de l'isolant donc, au moyen d'un étalonnage à réaliser, une mesure électrique et interfaçable de l'hygrométrie ambiante.

## 4 è problème : La lévitation acoustique

La lévitation acoustique consiste à maintenir de la matière en suspension au sein d'un milieu fluide ambiant, l'air par exemple, en opposant au poids de l'objet lévitant la force résultant de la pression de radiation d'ondes sonores intenses. La possibilité de mettre en lévitation des échantillons solides ou liquides, de faible masse, est maintenant bien établie, et des avancées récentes laissent entrevoir des applications concrètes de ce procédé.

En 2013, une équipe de chercheurs suisses<sup>1</sup> a mis au point un dispositif de lévitation acoustique permettant un transport *contrôlé* de petits objets. Ils sont ainsi parvenus à mélanger une gouttelette d'eau et un granulé de café soluble. Cette expérience *a priori* ludique recèle en réalité des applications technologiques et industrielles extrêmement précieuses, telle que le contrôle de certains procédés chimiques ou biologiques.

En 2015, c'est une équipe de recherche sud-américaine<sup>2</sup> qui a mis au point un dispositif de lévitation acoustique permettant de transporter des objets avec une grande *stabilité* donc sans aucun risque d'en perdre le contrôle mécanique, ce qui intéresse particulièrement les secteurs sensibles du nucléaire et de la chimie, où la dangerosité de la matière transportée impose de prendre en compte les risques inhérents aux chocs ou à la dissémination.

Ce problème aborde le principe de la lévitation acoustique de manière simplifiée.

Les vecteurs seront surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires ( $\hat{e}$ ) et d'une flèche dans le cas général ( $\vec{a}$ ). Ainsi dans l'espace cartésien on notera  $\vec{a} = a_x \hat{e}_x + a_y \hat{e}_y + a_z \hat{e}_z$ .

À l'exception de  $j$ , tel que  $j^2 = -1$ , les nombres complexes seront soulignés.

Dans tout le problème, **exprimer** signifie donner l'expression littérale et **calculer** signifie donner la valeur numérique avec deux chiffres significatifs.

Le dispositif de lévitation acoustique est présenté et modélisé sur la figure 1.

Un transducteur, de surface  $S = 10 \text{ cm}^2$ , est en vibration au voisinage de la hauteur  $h$  à la vitesse  $\vec{u}_m(t) = U_m \sin(\omega t) \hat{e}_z$  avec  $U_m = 10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Il génère une onde sonore de fréquence  $f = 20 \text{ kHz}$  supposée plane, harmonique, et progressive selon la verticale descendante. Cette onde est *totale*ment réfléchiée par une paroi fixe placée en  $z = 0$ .

Le milieu de propagation est de l'air, supposé homogène et compressible. Il est caractérisé au repos (en l'absence d'onde sonore) par une masse volumique  $\mu_0 = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  uniforme. Les champs de température et pression sont eux aussi stationnaires ; la température  $T_0$  étant en outre uniforme alors que la pression est une fonction de  $z$  soit  $P_0 = P_0(z)$ .

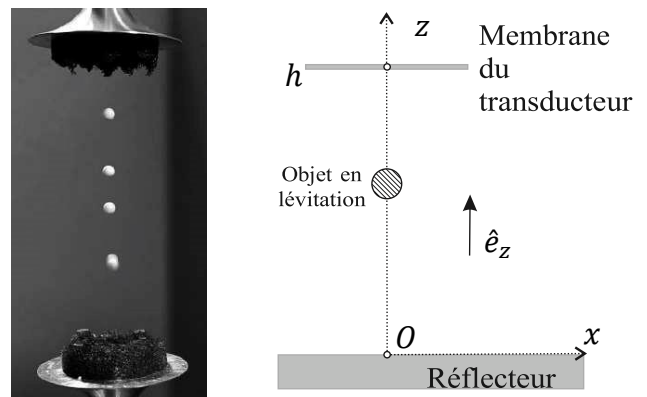


Figure 1 – À gauche : lévitation acoustique de particules de polystyrène expansé. À droite : schéma de principe du dispositif de lévitation acoustique.

On suppose que la propagation est unidimensionnelle, de célérité  $c = 3,4 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  dans le milieu. Dans l'approximation acoustique, les champs de pression, masse volumique, et vitesse sont alors décrits respectivement par :

<sup>1</sup> . D. Foresti, M. Nabavi, M. Klingauf, A. Ferrari and D. Poulikakos, 'Acoustophoretic contactless transport and handling of matter in air', *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, vol. 110 no. 31, Janvier 2013, 12549 - 12554

<sup>2</sup> . M. A. B. Andrade, N. Pérez, J. C. Adamowski, 'Particle manipulation by a non-resonant acoustic levitator', *Appl. Phys. Lett.*, 106, 014101, Janvier 2015



$$\begin{cases} P(z,t) = P_0(z) + p_1(z,t) \\ \mu(z,t) = \mu_0 + \mu_1(z,t) \\ \vec{v}(z,t) = v_1(z,t) \hat{e}_z \end{cases}$$

Les termes  $p_1$  et  $\mu_1$  sont perturbatifs : pour toutes les valeurs de  $t$  et de  $z$  concernées on a donc  $|p_1| \ll |P_0|$  et  $|\mu_1| \ll |\mu_0|$ . L'évolution du fluide mis en mouvement par l'onde sonore est supposée adiabatique et réversible. Le coefficient de compressibilité isentropique sera noté  $\chi_s$  et assimilé à une constante.

❑ 1 — Rappeler les hypothèses de l'approximation acoustique. Sauf mention contraire, on suppose ces hypothèses vérifiées par la suite.

❑ 2 — On considère une particule fluide, de volume  $d\tau$ , mise en mouvement par le passage de l'onde sonore. Montrer que, dans l'approximation acoustique, son accélération peut s'écrire  $\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ .

❑ 3 — Ecrire, en projection sur  $\hat{e}_z$ , l'équation aux dérivées partielles obtenue en appliquant la relation fondamentale de la dynamique à une particule de fluide de volume  $d\tau$  et de masse  $\mu_0 d\tau$ . Que donne cette relation si la particule est au repos ? Compte-tenu de cette seconde relation, déterminer finalement une équation aux dérivées partielles reliant les seules grandeurs  $\mu_0$ ,  $v_1$  et  $p_1$ .

❑ 4 — Donner les expressions linéarisées des relations locales traduisant, d'une part la conservation de la masse, et d'autre part le caractère isentropique de l'évolution du fluide sous l'effet de l'onde acoustique.

❑ 5 — Montrer que le champ des vitesses  $v_1(z,t)$  vérifie une équation de propagation de la forme

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = 0$$

Quel est le nom de cette équation ? Exprimer  $c$  en fonction des paramètres pertinents.

❑ 6 — On note  $\lambda$  la longueur d'onde associée au phénomène propagatif décrit à la question précédente. On suppose que les transferts thermiques dans le milieu sont de type diffusif. On note  $\kappa = 3,0 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  la conductivité thermique de l'air et  $c_p = 1,0 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  sa capacité thermique massique à pression constante. Par un raisonnement en ordre de grandeur, montrer que l'hypothèse d'adiabaticité n'est valide que si la fréquence  $f$  de l'onde est inférieure à une valeur  $f_{\max}$  que l'on exprimera, en fonction de  $\kappa$ ,  $\mu_0$ ,  $c_p$  et  $c$ . Qu'en est-il dans le cadre de cette expérience ?

❑ 7 — On note  $z_m(t)$  la position de la membrane du transducteur au voisinage de  $h$ . Exprimer puis calculer l'amplitude  $Z_m$  de vibration de  $z_m(t)$ . On pourra prendre  $(4\pi)^{-1} = 8,0 \times 10^{-2}$ .

❑ 8 — On s'intéresse à l'onde sonore résultante entre le transducteur et le réflecteur. Justifier la condition aux limites

$$u_m(t) \approx v_1(h,t)$$

❑ 9 — Déterminer complètement la vitesse  $v_1(z,t)$  dans l'espace  $0 \leq z \leq h$  et exprimer son amplitude maximale  $V_1$  en fonction de  $U_m$ ,  $h$ ,  $\omega$  et  $c$ .

❑ 10 — Déterminer les positions spatiales des maxima de vitesse en fonction de  $\lambda$  et d'un entier  $n$ . Commenter ce résultat. Montrer que l'amplitude  $V_1$  des maxima diverge pour certaines pulsations  $\omega_n$ . En pratique, quels phénomènes limitent la valeur de  $V_1$  ?

□ 11 — Exprimer la surpression  $p_1(z, t)$  associée à  $\vec{v}_1(z, t)$ . On considère une bille, de rayon  $a \ll \lambda$  et donc assimilable à un volume élémentaire sans influence sur la propagation de l'onde acoustique. Déterminer la résultante  $\vec{F}$  des forces de pression s'exerçant sur la bille, ainsi que sa moyenne temporelle  $\langle \vec{F} \rangle$ . Le modèle étudié jusqu'à présent permet-il d'interpréter la lévitation de cette bille ?

□ 12 — On règle dorénavant la valeur de  $h$  de manière à obtenir  $V_1 = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Pourquoi n'est-il plus possible de se placer dans l'approximation acoustique ?

On pose maintenant :

$$\begin{cases} P(z, t) = P_0(z) + p_1(z, t) + p_2(z, t) \\ v(z, t) = v_1(z, t) + v_2(z, t) \end{cases}$$

où les termes d'indice 0 sont les grandeurs constantes au repos (en l'absence d'onde sonore), les termes d'indice 1 sont les solutions étudiées précédemment et les termes d'indice 2 sont des corrections d'ordre 2, résultant des termes non linéaires des équations aux dérivées partielles décrivant le phénomène.

□ 13 — On admet que la surpression  $p_2(z, t)$  est de la forme

$$p_2(z, t) = \frac{1}{4} \mu_0^\ell V_1^q \cos\left(\frac{2\omega z}{c}\right) + f(z) \cos(2\omega t)$$

où  $f(z)$  est une fonction dont il n'est pas nécessaire de connaître l'expression.

Déterminer les valeurs des entiers  $\ell$  et  $q$ . Déterminer la moyenne temporelle  $\langle F_z \rangle(z)$  de la résultante des forces de pression qui s'exercent sur la bille.

□ 14 — Montrer, sans les déterminer explicitement, qu'il existe des positions d'équilibre tant que la masse volumique  $\mu_b$  de la bille reste inférieure à une valeur  $\mu_{b, \max}$  dont on précisera l'expression. En vous appuyant sur une représentation graphique de la force moyenne  $\langle F_z \rangle(z)$ , discuter la stabilité des positions d'équilibre.

□ 15 — Calculer  $\mu_{b, \max}$  et proposer une estimation de la masse maximale  $m_{b, \max}$  d'une bille susceptible de léviter avec le dispositif présenté ici. Commenter les valeurs numériques.

□ 16 — Comme on le voit sur la figure 1 le dispositif permet de faire léviter plusieurs objets. Quelle est la distance qui les sépare ? Exprimer le nombre maximal de ces objets en fonction de  $\lambda$  et  $h$ .

□ 17 — On observe que les objets en lévitation dans ce dispositif ont un petit mouvement d'oscillation de pulsation  $\tilde{\omega}$  au voisinage de leurs positions d'équilibre. Déterminer l'expression de  $\tilde{\omega}$  en fonction des paramètres du problème.

# **ANNEXE A RENDRE EN FIN D'EPREUVE**

