Devoirs surveillé n° 4
8h00 – 12h00   4 heures

Calculatrice NON autorisée

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Toutes les interprétations seront comptabilisées
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

• Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
• Ne pas utiliser de correcteur.
• Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 4 problèmes indépendants.

1er problème : Mesure de l'humidité relative

Pour évaluer la pression partielle de vapeur d'eau dans l'atmosphère, les ballons–sondes utilisent des hygromètres capacitifs ; il s'agit de condensateurs formés de deux plaques métalliques planes, de grande surface S, disposées en vis à vis et séparées sur une épaisseur e par un milieu isolant : nous considérerons tout d'abord que ce milieu est électriquement équivalent au vide (figure 6). En présence d'une tension de polarisation U_0, des charges surfaciques $\pm \sigma_0$ apparaissent sur les faces en regard du condensateur.

1. En supposant les dimensions transverses des électrodes très grandes devant e, préciser la direction du champ électrique $\vec{E}$ au sein de l'isolant. Montrer aussi que ce champ est uniforme au sein du milieu isolant.

2. Déduire, par exemple du théorème de Gauss, la relation liant σ_0, $\vec{E}$ et la permittivité diélectrique du vide ε_0.

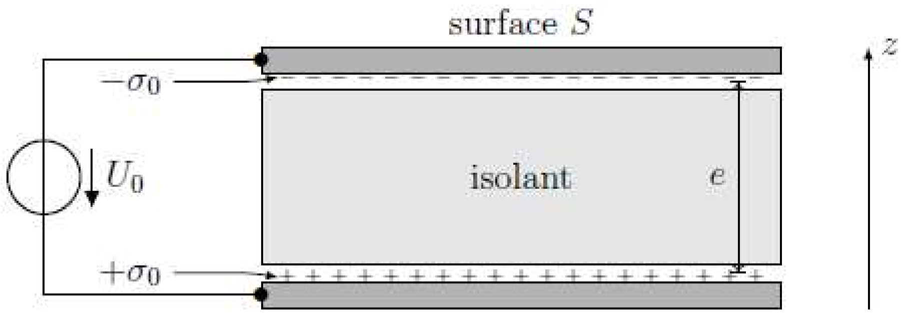

FIGURE 6 – Hygromètre capacitif en l'absence d'humidité

3. Calculer U_0 et définir puis exprimer la capacité C_0 du condensateur ainsi réalisé.

En milieu humide l'isolant se charge de molécules d'eau, décrites ici comme des dipôles électrostatiques qui, sur le schéma de la figure 7, sont tous alignés sur la direction du champ électrique. Dans le volume central de l'isolant ces charges ± se compensent deux à deux mais ce n'est pas le cas sur les surfaces supérieure et inférieure de l'isolant où on voit apparaître des charges surfaciques dites de dépolarisation ± σ.

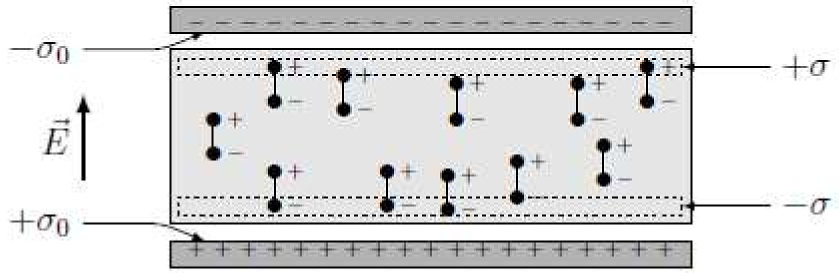

FIGURE 7 – Hygromètre capacitif avec isolant humide

4. Exprimer, dans cette situation, la capacité du condensateur C en fonction de C_o, σ_o et σ.

La mesure de C est une mesure de n_p, densité particulaire de dipôles électriques au sein de l'isolant donc, au moyen d'un étalonnage à réaliser, une mesure électrique et interfaçable de l'hygrométrie ambiante.

2è problème : La lévitation acoustique

La lévitation acoustique consiste à maintenir de la matière en suspension au sein d'un milieu fluide ambiant, l'air par exemple, en opposant au poids de l'objet lévitant la force résultant de la pression de radiation d'ondes sonores intenses. La possibilité de mettre en lévitation des échantillons solides ou liquides, de faible masse, est maintenant bien établie, et des avancées récentes laissent entrevoir des applications concrètes de ce procédé.
En 2013, une équipe de chercheurs suisses[1] a mis au point un dispositif de lévitation acoustique permettant un transport *contrôlé* de petits objets. Ils sont ainsi parvenus à mélanger une gouttelette d'eau et un granulé de café soluble. Cette expérience *a priori* ludique recèle en réalité des applications technologiques et industrielles extrêmement précieuses, telle que le contrôle de certains procédés chimiques ou biologiques.
En 2015, c'est une équipe de recherche sud-américaine[2] qui a mis au point un dispositif de lévitation acoustique permettant de transporter des objets avec une grande *stabilité* donc sans aucun risque d'en perdre le contrôle mécanique, ce qui intéresse particulièrement les secteurs sensibles du nucléaire et de la chimie, où la dangerosité de la matière transportée impose de prendre en compte les risques inhérents aux chocs ou à la dissémination.

Ce problème aborde le principe de la lévitation acoustique de manière simplifiée.

Les vecteurs seront surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires ($\hat{e}$) et d'une flèche dans le cas général ($\vec{a}$). Ainsi dans l'espace cartésien on notera $\vec{a} = a_x\hat{e}_x + a_y\hat{e}_y + a_z\hat{e}_z$.
À l'exception de j, tel que $j^2 = -1$, les nombres complexes seront soulignés.
Dans tout le problème, **exprimer** signifie donner l'expression littérale et **calculer** signifie donner la valeur numérique avec deux chiffres significatifs.

Le dispositif de lévitation acoustique est présenté et modélisé sur la figure 1.
Un transducteur, de surface $S = 10\ \mathrm{cm}^2$, est en vibration au voisinage de la hauteur h à la vitesse $\vec{u}_m(t) = U_m \sin(\omega t)\,\hat{e}_z$ avec $U_m = 10\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$.
Il génère une onde sonore de fréquence $f = 20$ kHz supposée plane, harmonique, et progressive selon la verticale descendante. Cette onde est *totalement* réfléchie par une paroi fixe placée en $z = 0$.

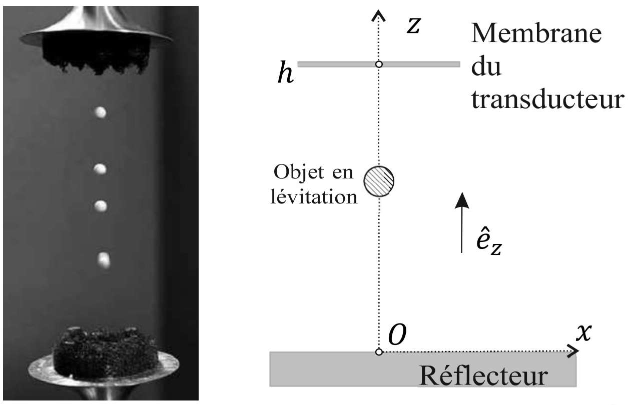

Figure 1 – À gauche : lévitation acoustique de particules de polystyrène expansé. À droite : schéma de principe du dispositif de lévitation acoustique.

Le milieu de propagation est de l'air, supposé homogène et compressible. Il est caractérisé au repos (en l'absence d'onde sonore) par une masse volumique $\mu_0 = 1{,}2\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ uniforme. Les champs de température et pression sont eux aussi stationnaires ; la température T_0 étant en outre uniforme alors que la pression est une fonction de z soit $P_0 = P_0(z)$.

On suppose que la propagation est unidimensionnelle, de célérité $c = 3{,}4 \times 10^2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ dans le milieu. Dans l'approximation acoustique, les champs de pression, masse volumique, et vitesse sont alors décrits respectivement par :

[1] . D. Foresti, M. Nabavi, M. Klingauf, A. Ferrari and D. Poulikakos, « Acoustophoretic contactless transport and handling of matter in air », *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A*, vol. 110 no. 31, Janvier 2013, 12549 - 12554

[2] . M. A. B. Andrade, N. Pérez, J. C. Adamowski, « Particle manipulation by a non-resonant acoustic levitator », *Appl. Phys. Lett.*, 106, 014101, Janvier 2015

$$\begin{cases} P(z,t) = P_0(z) + p_1(z,t) \\ \mu(z,t) = \mu_0 + \mu_1(z,t) \\ \vec{v}(z,t) = v_1(z,t)\,\widehat{e}_z \end{cases}$$

Les termes p_1 et μ_1 sont perturbatifs : pour toutes les valeurs de t et de z concernées on a donc $|p_1| \ll |P_0|$ et $|\mu_1| \ll |\mu_0|$. L'évolution du fluide mis en mouvement par l'onde sonore est supposée adiabatique et réversible. Le coefficient de compressibilité isentropique sera noté χ_s et assimilé à une constante.

❏ **1** — Rappeler les hypothèses de l'approximation acoustique. Sauf mention contraire, on suppose ces hypothèses vérifiées par la suite.

❏ **2** — On considère une particule fluide, de volume dτ, mise en mouvement par le passage de l'onde sonore. Montrer que, dans l'approximation acoustique, son accélération peut s'écrire $\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$.

❏ **3** — Ecrire, en projection sur $\hat{e}_z$, l'équation aux dérivées partielles obtenue en appliquant la relation fondamentale de la dynamique à une particule de fluide de volume dτ et de masse μ_0dτ. Que donne cette relation si la particule est au repos ? Compte-tenu de cette seconde relation, déterminer finalement une équation aux dérivées partielles reliant les seules grandeurs μ_0, v_1 et p_1.

❏ **4** — Donner les expressions linéarisées des relations locales traduisant, d'une part la conservation de la masse, et d'autre part le caractère isentropique de l'évolution du fluide sous l'effet de l'onde acoustique.

❏ **5** — Montrer que le champ des vitesses $v_1(z,t)$ vérifie une équation de propagation de la forme

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = 0$$

Quel est le nom de cette équation ? Exprimer c en fonction des paramètres pertinents.

❏ **6** — On note λ la longueur d'onde associée au phénomène propagatif décrit à la question précédente. On suppose que les transferts thermiques dans le milieu sont de type diffusif.
On note $\kappa = 3{,}0\times10^{-2}$ W·m^{-1}·K^{-1} la conductivité thermique de l'air et $c_p = 1{,}0\times10^{3}$ J·K^{-1}·kg^{-1} sa capacité thermique massique à pression constante. Par un raisonnement en ordre de grandeur, montrer que l'hypothèse d'adiabaticité n'est valide que si la fréquence f de l'onde est inférieure à une valeur $f_{\max}$ que l'on exprimera, en fonction de κ, μ_0, c_p et c. Qu'en est-il dans le cadre de cette expérience ?

❏ **7** — On note $z_m(t)$ la position de la membrane du transducteur au voisinage de h. Exprimer puis calculer l'amplitude Z_m de vibration de $z_m(t)$. On pourra prendre $(4\pi)^{-1} = 8{,}0 \times 10^{-2}$.

❏ **8** — On s'intéresse à l'onde sonore résultante entre le transducteur et le réflecteur. Justifier la condition aux limites

$$u_m(t) \approx v_1(h,t)$$

❏ **9** — Déterminer complètement la vitesse $v_1(z,t)$ dans l'espace $0 \leq z \leq h$ et exprimer son amplitude maximale V_1 en fonction de U_m, h, ω et c.

❏ **10** — Déterminer les positions spatiales des maxima de vitesse en fonction de λ et d'un entier n. Commenter ce résultat. Montrer que l'amplitude V_1 des maxima diverge pour certaines pulsations ω_n. En pratique, quels phénomènes limitent la valeur de V_1 ?

❑ **11** — Exprimer la surpression $p_1(z,t)$ associée à $\vec{v}_1(z,t)$. On considère une bille, de rayon $a \ll \lambda$ et donc assimilable à un volume élémentaire sans influence sur la propagation de l'onde acoustique. Déterminer la résultante $\vec{F}$ des forces de pression s'exerçant sur la bille, ainsi que sa moyenne temporelle $< \vec{F} >$. Le modèle étudié jusqu'à présent permet-il d'interpréter la lévitation de cette bille ?

❑ **12** — On règle dorénavant la valeur de h de manière à obtenir $V_1 = 50\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Pourquoi n'est-il plus possible de se placer dans l'approximation acoustique ?

On pose maintenant :

$$\begin{cases} P(z,t) = & P_0(z) + p_1(z,t) + p_2(z,t) \\ v(z,t) = & \qquad\qquad v_1(z,t) + v_2(z,t) \end{cases}$$

où les termes d'indice 0 sont les grandeurs constantes au repos (en l'absence d'onde sonore), les termes d'indice 1 sont les solutions étudiées précédemment et les termes d'indice 2 sont des corrections d'ordre 2, résultant des termes non linéaires des équations aux dérivées partielles décrivant le phénomène.

❑ **13** — On admet que la surpression $p_2(z,t)$ est de la forme

$$p_2(z,t) = \frac{1}{4}\mu_0^{\ell} V_1^{q} \cos\left(\frac{2\omega\, z}{c}\right) + f(z)\cos(2\omega\, t)$$

où $f(z)$ est une fonction dont il n'est pas nécessaire de connaître l'expression.
Déterminer les valeurs des entiers ℓ et q. Déterminer la moyenne temporelle $< F_z > (z)$ de la résultante des forces de pression qui s'exercent sur la bille.

❑ **14** — Montrer, sans les déterminer explicitement, qu'il existe des positions d'équilibre tant que la masse volumique μ_b de la bille reste inférieure à une valeur $\mu_{b,\max}$ dont on précisera l'expression. En vous appuyant sur une représentation graphique de la force moyenne $< F_z > (z)$, discuter la stabilité des positions d'équilibre.

❑ **15** — Calculer $\mu_{b,\max}$ et proposer une estimation de la masse maximale $m_{b,\max}$ d'une bille susceptible de léviter avec le dispositif présenté ici. Commenter les valeurs numériques.

❑ **16** — Comme on le voit sur la figure 1 le dispositif permet de faire léviter plusieurs objets. Quelle est la distance qui les sépare ? Exprimer le nombre maximal de ces objets en fonction de λ et h.

❑ **17** — On observe que les objets en lévitation dans ce dispositif ont un petit mouvement d'oscillation de pulsation ϖ au voisinage de leurs positions d'équilibre. Déterminer l'expression de ϖ en fonction des paramètres du problème.

3è problème : Chimie et matériaux employés pour les disques vinyle

Des données sont disponibles en fin de ce problème

Les « disques vinyle » sont des dispositifs analogiques permettant la reproduction d'un enregistrement analogique monophonique ou stéréophonique, par gravure sur un disque plastique. Ils doivent leur nom aux matériaux dont ils sont constitués, comme le polyacétate de vinyle (PVAc) et le polychlorure de vinyle (PVC). Celui-ci, de formule chimique $(CH_2CHCl)_n$ où le degré de polymérisation n peut être très élevé, est obtenu à partir du chlorure de vinyle par la transformation modélisée par l'équation de réaction (1) : nCH2CHCl = (CH2CHCl)n.

Dans un des procédés de synthèse du PVC, un réacteur maintenu à une température de 75°C et sous une pression de l'ordre de 8 bar contient le chlorure de vinyle CH_2CHCl (c'est un liquide dans ces conditions) ; le PVC produit est un solide insoluble dans le chlorure de vinyle. Chacune de ces deux espèces est supposée pure dans sa phase (respectivement liquide et solide).
À 75°C, la constante thermodynamique d'équilibre de la réaction (1) pour les états physiques précédents vérifie $K°_1 > 1$.

Q1. Exprimer les activités des espèces présentes dans le réacteur. Conclure sur l'évolution du système siège de la réaction (1).

La synthèse du PVC passe par de nombreuses étapes intermédiaires ; certaines d'entre elles sont catalysées par des espèces dérivées du métal Palladium Pd ($Z = 46$). Celui-ci est extrait de ses minerais sous forme d'une solution aqueuse de chlorure de palladium (Pd^{2+},2 Cl^-). On le fait alors réagir avec l'acide méthanoïque HCO_2H en solution aqueuse.

Q2. Préciser le nombre d'oxydation de chaque atome dans les espèces $Pd^{2+,}$ Pd et CO_2.

Q3. Écrire les demi-équations rédox relatives aux couples du palladium $Pd^{2+}_{(aq)}$ /$Pd_{(s)}$ et de l'acide méthanoïque $CO_{2(gaz)}$/$HCO_2H_{(aq)}$. En déduire l'équation-bilan (2) de la réaction de production du palladium. Calculer la constante thermodynamique d'équilibre $K°_2$ associée à 25°C. Conclure.

Q4. Déterminer si le palladium métallique $Pd_{(s)}$ peut être oxydé par une solution concentrée d'acide chlorhydrique (acide fort).
Déterminer également s'il peut être oxydé en milieu neutre (pH = 7) par le dioxygène de l'air.

L'acide méthanoïque utilisé dans ce procédé est caractérisé par la transformation en solution aqueuse d'équation (3) : $HCO_2H_{(aq)} = H^+_{(aq)} + HCO_2^-{}_{(aq)}$;
sa constante thermodynamique d'équilibre est notée $K°_3 = Ka$. Le diagramme de prédominance des espèces $HCO_2H_{(aq)}$ et $HCO_2^-{}_{(aq)}$ est tracé sur la figure 12 en fonction du pH de la solution.

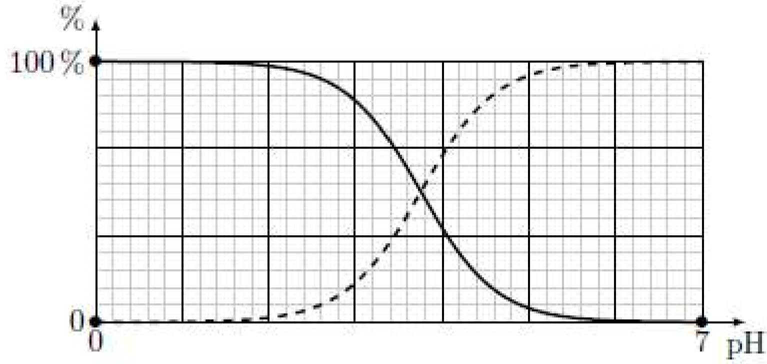

Figure 12 – Diagramme de prépondérance pour l'acide méthanoïque.

Q5. Parmi les deux courbes (en traits plein et en pointillés), identifier celle qui correspond à chacune des deux formes $HCO_2H_{(aq)}$ et $HCO_2^-{}_{(aq)}$; justifier. En déduire la valeur de pKa.

On prépare 100 mL d'une solution aqueuse en diluant de l'acide méthanoïque dans l'eau de sorte à atteindre la concentration $C = 0{,}13$ mol・L^{-1} en acide méthanoïque. On dispose à cet effet d'eau purifiée, d'une solution d'acide méthanoïque pur, de masse volumique $\rho = 1{,}22$ kg・L^{-1}, et de toute verrerie et matériel du laboratoire de chimie utile.

Q6. Proposer les phases opératoires et les quantités à utiliser pour préparer cette solution.

Q7. Écrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit lors de cette préparation, puis donner un ordre de grandeur des concentrations des espèces $HCO_2H_{(aq)}$, $HCO_2^-{}_{(aq)}$, $H^+{}_{(aq)}$ dans la solution et son pH. Données numériques : $\log_{10}C = -0{,}9$; $\sqrt{C} = 0{,}36$; $10^{-3{,}8} = 1{,}6.10^{-4}$.

L'acide méthanoïque pur peut aussi donner lieu à une réaction libérant le gaz HCO_2H. Avec un odorat moyen, un individu distingue l'odeur de HCO_2H dans l'atmosphère si sa pression partielle atteint $p_{\min} = 10^{-4}$ bar. L'équation de la réaction étudiée est (4) : $HCO_2H_{(liq)} = HCO_2H_{(gaz)}$; sa constante thermodynamique d'équilibre $K°_4(T)$ est donnée par $\log_{10}(K°_4) = \alpha - \Theta/T$ où $\alpha = 14{,}1$ et $\Theta = 5{,}60 \times 10^3$ K.

Q8. Déterminer pour quelles températures l'odeur caractéristique de l'acide méthanoïque est sensible au-dessus d'un récipient contenant l'acide liquide pur avec un odorat moyen.

Données :

Constante de Nernst	$\dfrac{RT}{e\mathcal{N}_A}\ln(10) = 0{,}06$ V à 25 °C
Produit ionique de l'eau à 25 °C	$K_e = 10^{-14}$ (soit p$K_e = 14$)
Potentiels standard à 25 °C :	
$H^+(aq)/H_2(gaz)$	$E° = 0$ par convention
$O_2(gaz)\,/\,H_2O$	$E°_O = 1{,}23$ V
$Pd^{2+}(aq)\,/\,Pd(s)$	$E°_P = 0{,}99$ V
$CO_2(gaz)\,/\,HCO_2H(aq)$	$E°_M = -0{,}20$ V
Conversions usuelles	1 bar = 10^5 Pa ; 0 °C = 273 K
Masses molaires :	
Hydrogène	$\mathcal{M}_H = 1{,}0$ g·mol^{-1}
Carbone	$\mathcal{M}_C = 12{,}0$ g·mol^{-1}
Oxygène	$\mathcal{M}_O = 16{,}0$ g·mol^{-1}
Chlore	$\mathcal{M}_{Cl} = 35{,}5$ g·mol^{-1}

4è problème : La diode à vide

Un formulaire et des données sont regroupés en fin de ce problème.

Ce sujet a trait aux tubes à vide (figure 1a), longtemps utilisés pour construire des équipements électriques avant l'apparition des composants à base de matériaux semi-conducteurs. Les ordinateurs de la première génération des ordinateurs modernes étaient construits avec des tubes (environ 19 000 pour l'ENIAC!). De nos jours, les tubes à vide sont encore utilisés dans certains équipements audio (figure 1b) et pour certaines applications de forte puissance.
Les principaux inconvénients des tubes à vide sont leur encombrement, leur fragilité et la nécessité d'une tension d'alimentation élevée (quelques centaines de volts).

Aucune connaissance préalable sur les tubes à vide n'est requise pour traiter le questionnement.

(a) Le tube ECC83.
Source : Wikipédia.

(b) Amplificateur audio à tubes.
Source : catalogue Auna.

Figure 1 – Tubes à vide.

Les tubes à vide sont classés selon le nombre d'électrodes qu'ils possèdent : diode (2 électrodes), triode (3 électrodes), tétrode (4 électrodes) et penthode (5 électrodes). La triode ECC83 (voir figure 1a) est le composant étudié dans ce sujet.
La figure 2 montre la constitution simplifiée d'une triode et le symbole électrique associé. Les électrodes de la triode s'appellent la cathode, l'anode et la grille. De plus, un filament dans lequel circule un courant continu chauffe la cathode. La présence de ce filament fait que ce tube est souvent nommé improprement lampe.

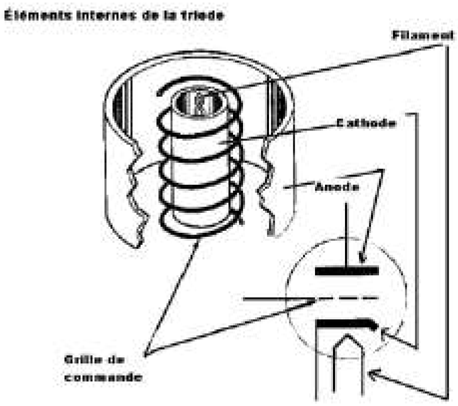

Figure 2 – Lien entre constitution et symbole électrique.
Source : Wikipédia.

Dans le tube de référence ECC83, la cathode est cylindrique de rayon r_1 = 2,0 mm et l'anode cylindrique de rayon r_2 = 5,0 mm. Elles sont coaxiales, d'axe (Oz), et toutes deux de hauteur H = 45 mm. L'ensemble est enfermé dans une enveloppe de verre et sous vide hors fonctionnement. Dans ce problème, la grille est ignorée. La triode ne fonctionne qu'avec sa cathode et son anode : il s'agit donc d'une diode. La cathode, chauffée par le filament, est le siège d'une émission d'électrons appelée émission thermoïonique.
Par hypothèse, ces électrons ne possèdent pas de vitesse initiale et leur nombre dépend de la température T de la cathode.
L'anode est portée au potentiel $Va > 0$ par rapport à la cathode de potentiel nul par choix ($Vc = 0$). Sous l'influence du champ électrique régnant entre cathode et anode, les électrons peuvent rejoindre l'anode et ainsi créer un courant électrique Ia circulant depuis l'anode vers la cathode.

On cherche, **en régime stationnaire**, la caractéristique $Ia(Uac)$ de la diode à vide, dont le symbole électrique est rappelé à la figure 3. Ia représente le courant anodique, fléché (positif) entrant par l'anode (et donc sortant par la cathode) et Uac est la tension anode - cathode.
On note ρ la densité volumique de charge électrique, *a priori* non uniforme, régnant dans l'espace entre anode et cathode et V le potentiel électrostatique.
On se place en coordonnées cylindriques (r,θ,z), l'axe (Oz) étant confondu avec l'axe des cylindres anodique et cathodique.

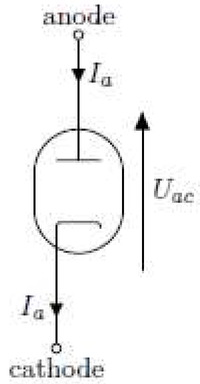

Figure 3 – Diode à vide : symbole et fléchage des grandeurs électriques associées.

Q1. Rappeler les équations de Maxwell en régime stationnaire. Justifier l'existence du potentiel électrostatique V et établir la relation qui lie V à ρ. Donner le nom de cette relation.

Les effets de bord sont négligés et on considère que le potentiel V admet pour dépendance spatiale uniquement la coordonnée radiale r.

Q2. Proposer des éléments de justification de ces choix.

Q3. Évaluer, en ordre de grandeur, le poids d'un électron et la force électrostatique subie par un électron circulant depuis la cathode vers l'anode. Conclure.

Q4. Traduire la conservation de l'énergie mécanique d'un électron circulant depuis la cathode vers l'anode pour en déduire la vitesse $v(r)$ d'un électron à la distance r de l'axe en fonction, notamment, du potentiel électrique $V(r)$.

Q5. Rappeler l'équation locale de conservation de la charge en régime quelconque. En déduire, pour le régime stationnaire d'étude, une propriété vérifiée par le vecteur densité de courant électrique $\vec{J}$. Établir la relation qui existe en conséquence entre r, H, $\rho(r)$, $v(r)$ et le courant électrique anodique Ia.

Q6. À l'aide des relations précédentes, montrer que le potentiel V est solution de la relation suivante en précisant l'expression du facteur k :

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right) = k.V^{-\frac{1}{2}}$$

Q7. Vérifier la cohérence de l'unité du facteur k.

L'équation différentielle obtenue à la question **Q6** ne possède pas de solution analytique simple vérifiant les conditions aux limites imposées ici. Seule une solution approchée est recherchée dans le cadre de ce sujet.

Q8. Déterminer par quels facteurs sont multipliés ρ, v et Ia si le potentiel de l'anode Va est multiplié par un facteur N.

Le résultat précédent et la forme du second membre de l'équation différentielle suggèrent une solution pour cette dernière sous la forme d'une loi puissance de type $V(r) = \alpha\, rn$.

Q9. Déterminer le système d'équations dont α et n sont solutions. En déduire la valeur de n et l'expression de α en fonction de k.

La forme de la solution utilisée ne permet pas de vérifier la condition imposée à la cathode :
$V(r = r_1) = 0$.
On choisit d'adopter pour la suite la solution approchée $V(r) = \alpha\,(r - r_1)^n$ qui vérifie cette condition, tout en conservant les expressions précédentes des constantes α et n.

Q10. Exprimer $Uac = V(r_2) - V(r_1)$ en fonction de Ia et des autres paramètres utiles. En déduire que la relation caractéristique de la diode $Ia(Uac)$ s'écrit $Ia(Uac) = \beta\, U_{ac}^{\frac{3}{2}}$ et préciser l'expression de β en fonction de ε_0, H, r_1, r_2, e et m. Numériquement on trouve $\beta = 2{,}2.10^{-4}$ SI.

Q11. Expliquer pourquoi le résultat précédent n'est pas valable dans le cas $Uac < 0$. Préciser ce qu'il se passe dans ce cas et indiquer la valeur de Ia correspondante.

Q12. Tracer la caractéristique $Ia(Uac)$.

Données et formulaire

Données numériques

Charge élémentaire	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Masse de l'électron	$m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8{,}8 \times 10^{-12}$ F·m^{-1}

- Pour un champ scalaire a, $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\; a\right) = \vec{0}$.
- Pour un champ scalaire a, $\mathrm{div}\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\; a\right) = \Delta a$.
- Pour un champ scalaire a, à dépendance spatiale uniquement radiale en coordonnées cylindriques :

$$\Delta a(r) = \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}a(r)\right).$$