

Devoirs surveillé n° 5
Epreuve de physique du concours blanc
9h30 – 12h00 2,5 heures

Calculatrice NON autorisée

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 2 problèmes indépendants, dont les parties sont indépendantes entre elles

1^{er} problème : Le Blue Fire

Le *Blue Fire* est l'une des montagnes russes du parc d'attraction Europa-Park, situé à Rust, en Allemagne. Elle est en service depuis le 4 avril 2009. Le nom de l'attraction a été choisi en référence à la couleur de la flamme émise par la combustion du gaz naturel, vecteur énergétique important.



Figure 1 – Vue d'ensemble du *Blue Fire*

Cette montagne russe fait partie de la famille des montagnes russes lancées (*launched coaster*) : en effet, l'accélération principale du train a lieu dans la zone de départ, à l'aide d'une longue zone accélératrice rectiligne par un accélérateur linéaire synchrone, objet de l'étude.

Des données numériques utiles ainsi que quelques formules sont regroupées en fin d'énoncé, quand elles ne sont pas redonnées directement dans le texte.

Certaines questions, moins guidées, sont repérées par leur numéro souligné. Elles ne sont pas *a priori* plus difficiles que les autres, mais demandent de prendre plus d'initiatives. Pour ces questions, ce sont ces initiatives et leur pertinence qui sont évaluées plus que le résultat final. Le barème leur accordera un poids significatif.

C'est parti !

Le dispositif qui permet au train d'accélérer initialement le train dans le *Blue Fire* est nommé *moteur linéaire synchrone* (en anglais *linear synchronous motor*, ou *LSM*). Le principe est le suivant : des aimants permanents sont placés sous les wagons du train (figure 5) et un champ magnétique est généré par des circuits électriques situés dans les pièces blanches du stator, solidaires du rail (figure 4). L'interaction entre ce champ magnétique et les aimants du train explique la force propulsive responsable de l'accélération.

La description précise de l'interaction est complexe et fait appel à des notions de magnétisme de la matière. On propose ici une description volontairement très simplifiée.

On s'intéresse dans un premier temps uniquement au stator qui permet de créer le champ magnétique. Celui-ci est constitué de paires de spires conductrices supposées circulaires, positionnées face à face dans les deux plaques blanches du stator se faisant face (voir figure 4), alimentées par un courant d'intensité i . Les spires sont représentées dans deux plans de projection sur la figure 6.



Figure 4 – Lancement d'un train, les modules du stator sont les plaques blanches verticales

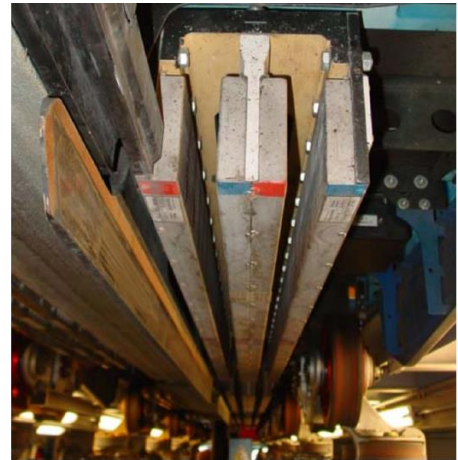


Figure 5 – Supports des aimants permanents situés sous le train

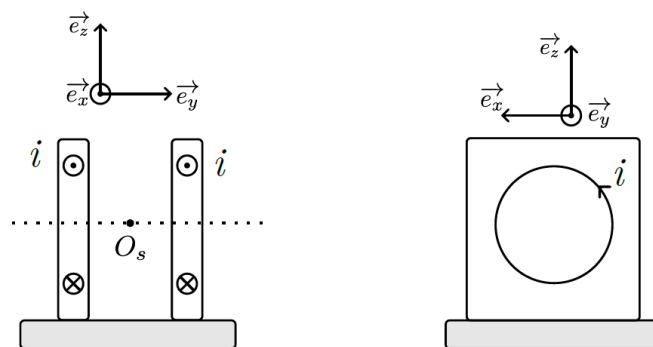


Figure 6 – Vue en coupe des spires du stator

Q1. Rappeller et nommer les deux équations de Maxwell vérifiées par le champ $\vec{B}$ en magnétostatique, ainsi que les formes intégrales associées.

Q2. Prouver qu'en tout point M situé sur l'axe commun des deux spires ($O_s y$), on a

$$\vec{B}(M) = B(M) \vec{e}_y.$$

On donne sur la figure 7 l'allure des lignes de champ – issue d'une simulation – créées par cette paire de spires dans le plan $(O_s, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Les lignes de champ sont représentées en traits pleins.

Q3. Reproduire rapidement sur votre copie cette figure avec quelques lignes de champ et représenter leur orientation en supposant $i > 0$. On constate que sur certaines zones, les lignes de champ s'éloignent les unes des autres, et que dans d'autres zones, elles se rapprochent les unes des autres. Que peut-on en déduire dans chaque cas ? Justifier la réponse.

Q4. Pour cette simulation, on a pris $i = 1,0 \times 10^3$ A. Déterminer la valeur numérique de $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ le long de la courbe C représentée avec son orientation sur le schéma en pointillés.

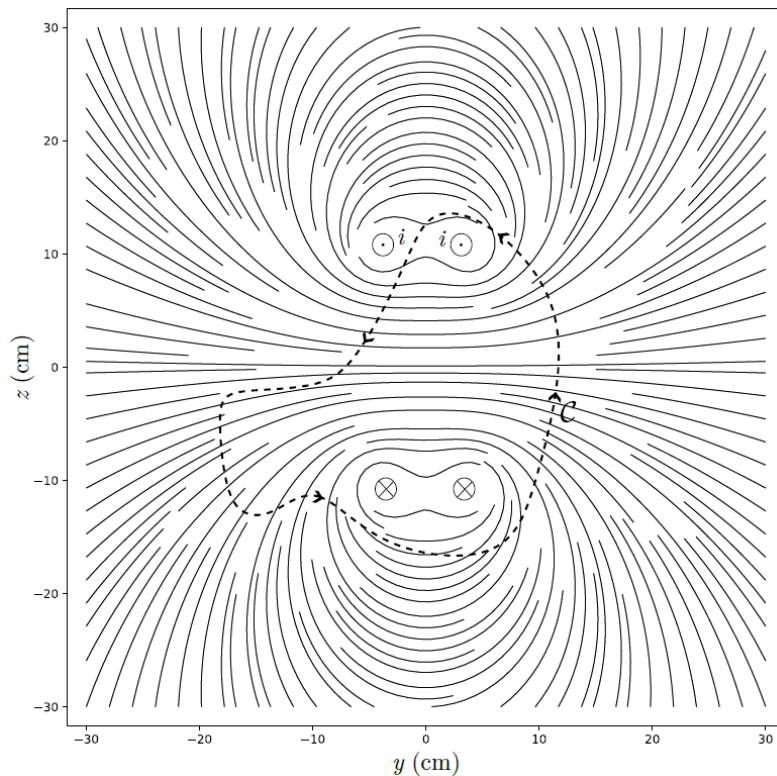


Figure 7 – Allure des lignes de champ créées par une paire de spires du stato

On donne sur la figure 8 une configuration simplifiée de la polarité de trois paires de spires du stator vues de dessus et d'un aimant permanent du train, en fonction de la position x de l'aimant définie sur le schéma.

Q5. Identifier, parmi les profils d'énergie potentielle proposés sur la figure 8, lequel décrit le mieux l'interaction entre les spires et l'aimant représentés. Justifier précisément la réponse.

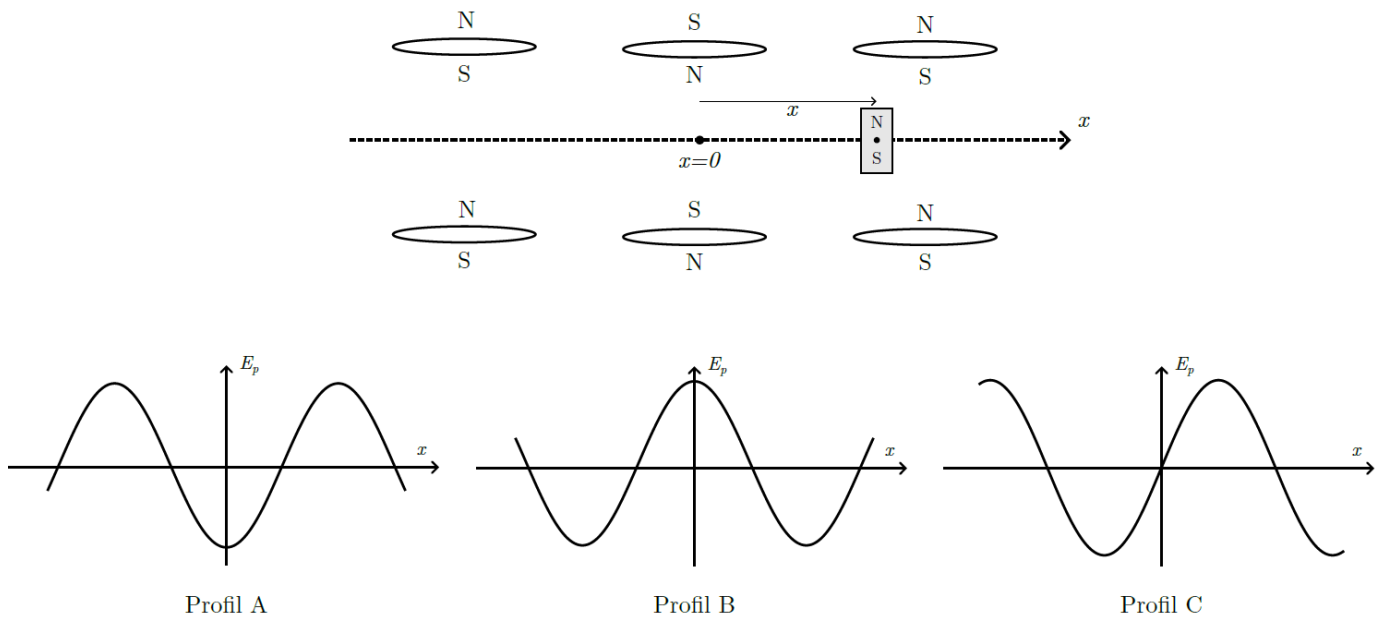


Figure 8 – Étude de l'interaction train/stator

Q6. On rappelle que le lien entre la force $\vec{F}$ et l'énergie potentielle E_p est donnée par

$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p)$. En vous basant sur le profil choisi, expliquer où positionner l'aimant par rapport aux spires pour obtenir une force maximale sur l'aimant dirigée vers la droite. On pourra répondre par un schéma simple.

Le rôle du circuit de contrôle du moteur linéaire synchrone est alors de générer un champ d'énergie potentielle glissant qui va maintenir sur les aimants du train une force toujours dirigée vers la droite pendant la phase d'accélération.

Q7. Expliquer comment le système de contrôle de l'alimentation des différentes spires du stator peut permettre de réaliser ceci. Justifier la nécessité d'une rétroaction pour ce système, et préciser comment celle-ci peut être réalisée.

Les bobines des modules de lancement dégagent beaucoup d'énergie par effet Joule. Pour garantir un bon fonctionnement du dispositif, il est impératif que ces modules puissent se refroidir suffisamment entre deux départs. On s'intéresse ici à une méthode de refroidissement passive. On modélise un module de lancement par une plaque en acier non magnétique dont les dimensions sont précisées sur la figure 9 et les propriétés (masse volumique ρ_a , capacité thermique massique $c_{m,a}$) sont précisées à la fin du sujet. Juste après le lancer, la plaque possède une température $T_{\text{plaque}}(t = 0) = T_0$ élevée et supposée uniforme. On suppose que les échanges thermiques entre la plaque et l'air sont de nature conducto-convective, et obéissent à la loi de Newton :

$$\varphi_{\text{plaque} \rightarrow \text{air}} = h(T_{\text{plaque}}(t) - T_{\text{air}})$$

où $\varphi_{\text{plaque} \rightarrow \text{air}}$ est la puissance thermique évacuée vers l'air par unité de surface.

On suppose également que la température de la plaque reste parfaitement uniforme au cours de son refroidissement, et on néglige les échanges thermiques par conduction entre la plaque et son support.

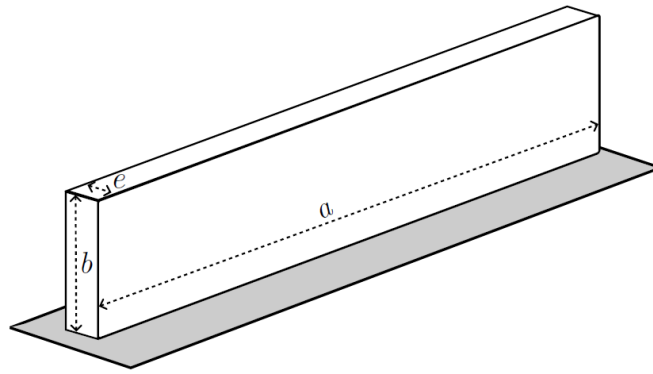


Figure 9 – Une plaque du stator

- Q8.** Montrer qu'on peut modéliser les échanges thermiques entre les cinq surfaces de la plaque en contact avec l'air et l'air par une résistance thermique R_{th} , dont on donnera l'expression en fonction de h et des paramètres géométriques de la plaque. Simplifier l'expression en comparant les valeurs numériques des différentes surfaces (on utilisera cette expression simplifiée dans la suite).
- Q9.** En effectuant un bilan thermique à la plaque, établir l'équation différentielle vérifiée par $T_{\text{plaque}}(t)$. Définir le temps caractéristique d'évolution de la température de la plaque en fonction de ρ_a , $c_{m,a}$, h et e . L'application numérique donne environ 300 s.
- Q10.** Établir l'expression littérale de $T_{\text{plaque}}(t)$ et tracer son allure.
- Q11.** Juste après un lancer, on a $T_{\text{plaque}}(t = 0) = T_0 = 50^\circ\text{C}$. Quelle est la température de la plaque juste avant le départ suivant ? En déduire littéralement et numériquement l'énergie thermique maximale que le système de propulsion magnétique peut céder à cette plaque au départ suivant pour que la plaque ne dépasse pas la température de T_0 après ce second lancer. On prendra $T_{\text{air}} = 20^\circ\text{C}$.

Données

- $\exp(-0,5) \approx 0,8$
- Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Permittivité magnétique du vide : $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
- Données sur le *Blue Fire* :
 - Accélération moyenne du train pendant la phase d'accélération : $a = 1,15g$
 - Durée de la phase d'accélération : $t_a = 2,5 \text{ s}$
 - Durée entre deux lancers successifs : $\Delta t = 2 \text{ min } 30 \text{ s}$
- Données sur une plaque du stator du moteur linéaire synchrone :
 - Dimensions : $a = 1,0 \text{ m}$, $b = 0,2 \text{ m}$, $e = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
 - Masse volumique de l'acier : $\rho_a = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
 - Capacité thermique massique de l'acier : $c_{m,a} = 450 \text{ J} \cdot \text{K} \cdot \text{kg}^{-1}$

Coefficient de conducto-convection entre l'air et la plaque : $h = 30 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

2è problème : Eau de piscine

On s'intéresse dans ce problème au chauffage de l'eau d'une piscine à l'aide de panneaux photovoltaïques.

Partie I - De la cellule photovoltaïque au panneau solaire

Données pour la partie I :

Gammes de rendements de cellules photovoltaïques :

silicium amorphe	silicium polycristallin	silicium monocristallin
[6 % – 9 %]	[13 % – 18 %]	[16 % – 24 %]

Une cellule photovoltaïque est un composant électronique qui, exposé au rayonnement solaire, produit de l'électricité. Elle est constituée de silicium dopé :

- Le dopage de type N consiste à remplacer dans le cristal une partie des atomes de silicium par des atomes de phosphore à 5 électrons de valence. Ainsi, 4 électrons forment des liaisons covalentes avec 4 atomes de silicium ; le 5^{ème} électron est donc libre de circuler dans le cristal.
- Le dopage P consiste à introduire dans le cristal quelques atomes de bore à 3 électrons de valence. Il manque donc un électron pour former des liaisons avec les 4 atomes de silicium voisins. Ce déficit d'électron se comporte comme une charge élémentaire positive appelée « trou ».

Lorsqu'on met en contact une partie de silicium dopé N et une autre dopée P, dans un premier temps, les électrons « libres » de la zone N diffusent vers la zone P, créant dans la partie N une zone chargée positivement, due aux électrons qui sont partis vers P. Il apparaît dans la partie P une zone de charge négative, due aux « trous » où les électrons se sont fixés. Cette distribution de charges génère un champ électrique qui fait cesser cette diffusion. On obtient alors un composant à jonction PN, la zone chargée s'appelant « zone de déplétion ». La **figure 2** résume la situation.

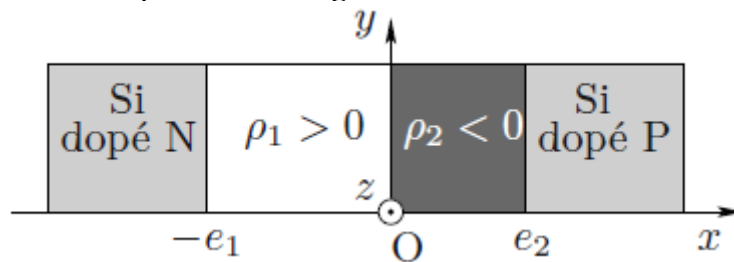


Figure 2 – Jonction PN : description de la distribution de charge.

On cherche à calculer le champ électrostatique dans la zone de déplétion. On prend comme modèle deux couches planes illimitées selon Oy et Oz (voir **figure 2**). La première couche comprise entre les plans d'équation $x = -e_1$ et $x = 0$ porte une densité volumique de charge uniforme $\rho_1 > 0$. La deuxième couche comprise entre les plans d'équation $x = 0$ et $x = e_2$ porte une densité volumique de charge uniforme $\rho_2 < 0$. On note ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide.

- Q4.** Préciser la condition littérale sur ρ_1 , e_1 , ρ_2 et e_2 permettant d'assurer la neutralité électrique de l'ensemble de la zone de déplétion.
- Q5.** Rappeler l'équation locale de Maxwell-Gauss. Etablir la forme intégrale associée (théorème de Gauss).

- Q6.** Préciser, en justifiant votre réponse, la direction du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par cette distribution de charges en tout point M de l'espace, ainsi que la ou les variable(s) spatiale(s) dont il dépend.
- Q7.** On admet que le champ électrostatique à l'extérieur de la zone de déplétion est nul, et que ce champ est continu aux différentes interfaces. Déterminer $\vec{E}(M)$ en tout point M intérieur à la zone de déplétion en fonction de ε_0 , ρ_1 , e_1 et de e_2 , indépendamment de ρ_2 en utilisant la relation de Maxwell-Gauss.
- Q8.** Tracer le graphe représentant la norme de $\vec{E}(M)$ en fonction de x , en indiquant les valeurs remarquables.
- Q9.** Expliquer brièvement pourquoi ce champ électrostatique fait cesser la diffusion évoquée dans la description donnée en début de partie.

Un panneau solaire est composé d'une association de cellules photovoltaïques, générant un courant et une tension continus. On représente sur la **figure 3** la caractéristique courant-tension $I = f(U)$ du panneau photovoltaïque PWX850, représentée en convention générateur pour différentes valeurs du flux solaire incident (ou irradiance), exprimé en kW.m^{-2} . Ce panneau comprend $N = 9 \times 4$ cellules de silicium polycristallines carrées de côté $c = 125,50 \text{ mm}$.

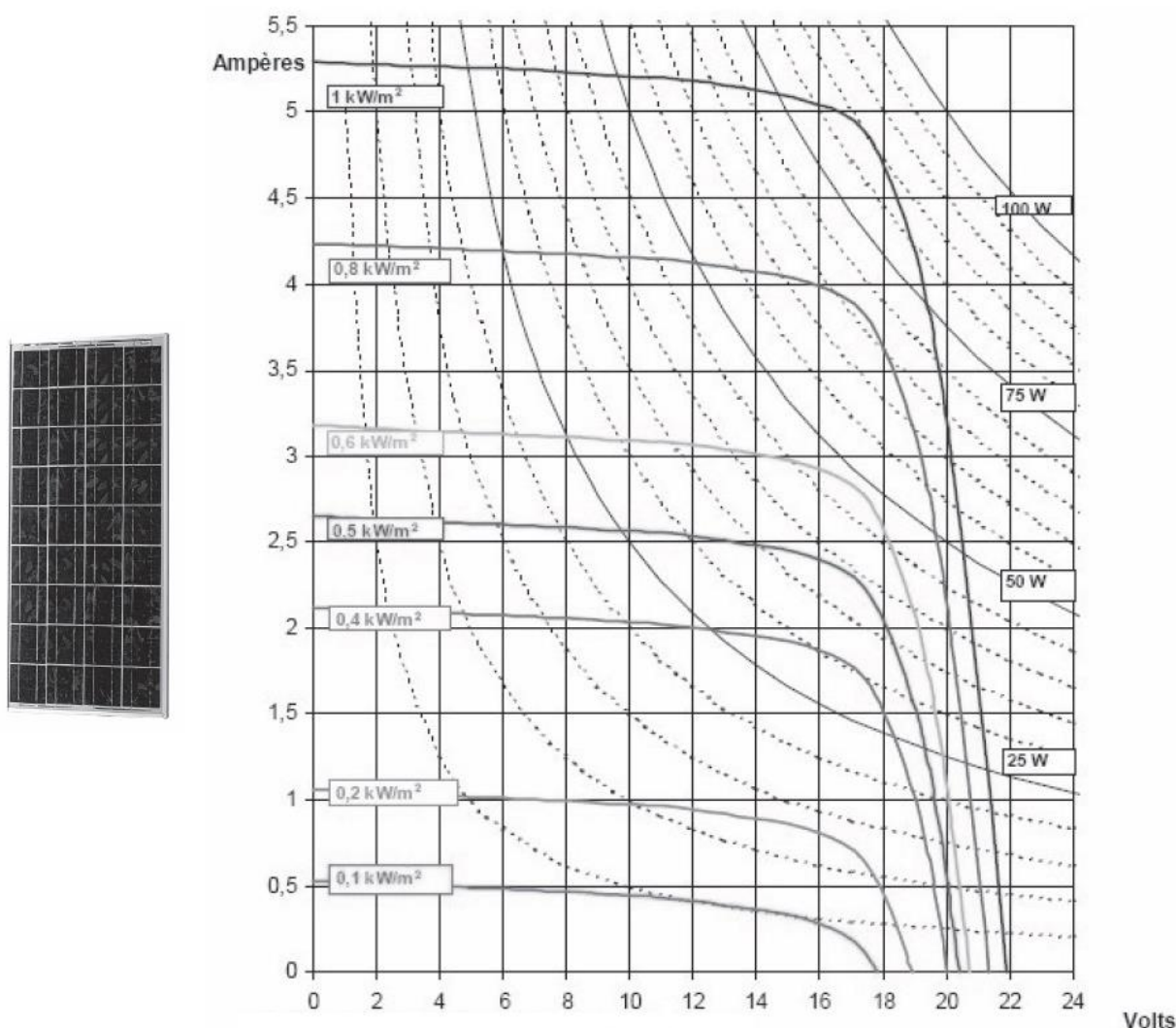


Figure 3 – A gauche : panneau photovoltaïque PWX850. A droite : caractéristique $I = f(U)$, en convention générateur. *Source* : Photowatt.

Le graphique de la **figure 3** fait apparaître un réseau de courbes « iso-puissance », régulièrement espacées de 5 W.

- Q10.** Préciser l'expression mathématique $I = f(U)$ d'une courbe iso-puissance et commenter leur forme sur le graphique.
- Q11.** On branche en sortie de ce panneau solaire un conducteur ohmique de résistance R . Justifier qualitativement que la puissance électrique fournie par le panneau à ce conducteur ohmique passe par un maximum pour une valeur particulière de R , notée R^* . Pour le panneau étudié, donner la valeur de la puissance maximale pour une irradiancie de 1 kW.m^{-2} , ainsi que la résistance R^* correspondante.
- Q12.** Définir le rendement η du panneau, et le calculer dans les conditions de la **question Q11** (on pourra utiliser l'approximation numérique $c \approx (1/8) \text{ m}$). Comparer la valeur obtenue à celles données en début de partie.

On étudie l'influence de la disposition des N cellules photovoltaïques sur la puissance fournie par le panneau. Pour cela, on modélise chaque cellule, au voisinage de son point de fonctionnement, par un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne r . Les cellules, toutes identiques, sont associées selon le circuit représenté sur la **figure 4**. Les paramètres N , E , r et R sont fixés, mais x et y peuvent être choisis librement lors du câblage du circuit, du moment que $N = x \times y$.

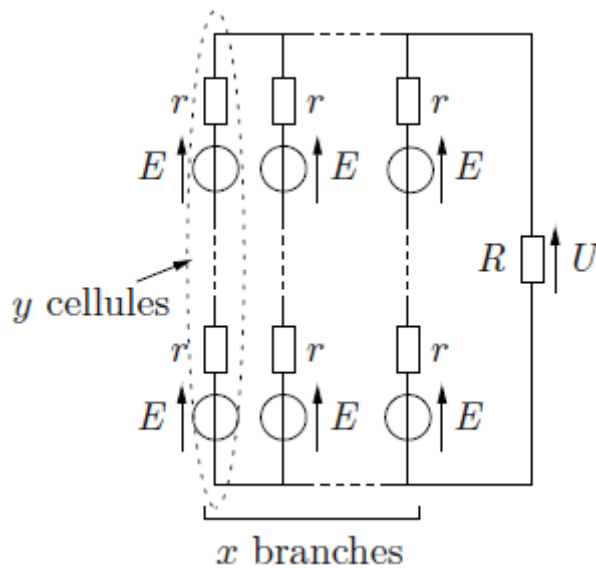


Figure 4 – Circuit électrique modélisant le panneau photovoltaïque alimentant une résistance R .

- Q13.** Exprimer la tension U aux bornes de la résistance R en fonction de E , r , R , N et de x , indépendamment de y .
- Q14.** Déterminer, en fonction de N , r et de R , les expressions de x et de y permettant de maximiser la puissance reçue par la résistance R .
- Q15.** Dans le cas de la **question Q14**, déterminer en fonction de E , r et de N , la puissance P_{max} fournie à la résistance R , ainsi que la puissance P_J dissipée par effet Joule dans les N résistances r . Commenter.

Partie II : Régulation du niveau d'un bassin

Données pour la partie II :

Tension de saturation de l'ALI : $U_{sat} = 10 \text{ V}$

Loi entrée-sortie du capteur de niveau : $u_{cn} = \alpha h$, avec $\alpha = 5 \text{ V.m}^{-1}$

Résistance : $R = 100 \text{ k}\Omega$

Hauteurs d'eau extrémales : $h_{min} = 0,40 \text{ m}$, $h_{max} = 1,00 \text{ m}$

Aire du réservoir : $S = 100 \text{ m}^2$

Altitudes d'entrée et de sortie : $z_e = -5 \text{ m}$, $z_s = 2 \text{ m}$

Tuyaux d'aspiration et de refoulement : longueur totale $L = 20 \text{ m}$, diamètre $d = 4 \text{ cm}$

Pompe : débit volumique $D_v = 2 \text{ L.s}^{-1}$, rendement électromécanique $r = 0,75$

Eau liquide : masse volumique $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, viscosité dynamique $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$

Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

On utilise une pompe électrique alimentée par un ensemble panneau solaire / batterie afin de réguler le niveau d'eau d'un bassin de piscine (**figure 7**). L'eau est aspirée d'un réservoir d'aire S , dans lequel le niveau reste sensiblement constant à l'altitude z_e , par un tuyau de diamètre d . La pompe refoule l'eau par un tuyau de même diamètre débouchant à l'altitude z_s . La longueur totale des tuyaux d'aspiration et de refoulement est notée L . Un bassin contient de l'eau sur une hauteur h , le fond du bassin étant placé à l'altitude $z = 0$. L'air surmontant le bassin et le réservoir reste constamment à la pression atmosphérique P_{atm} . L'évaporation faisant baisser le niveau d'eau dans le bassin, on souhaite installer un système de régulation de la hauteur h .

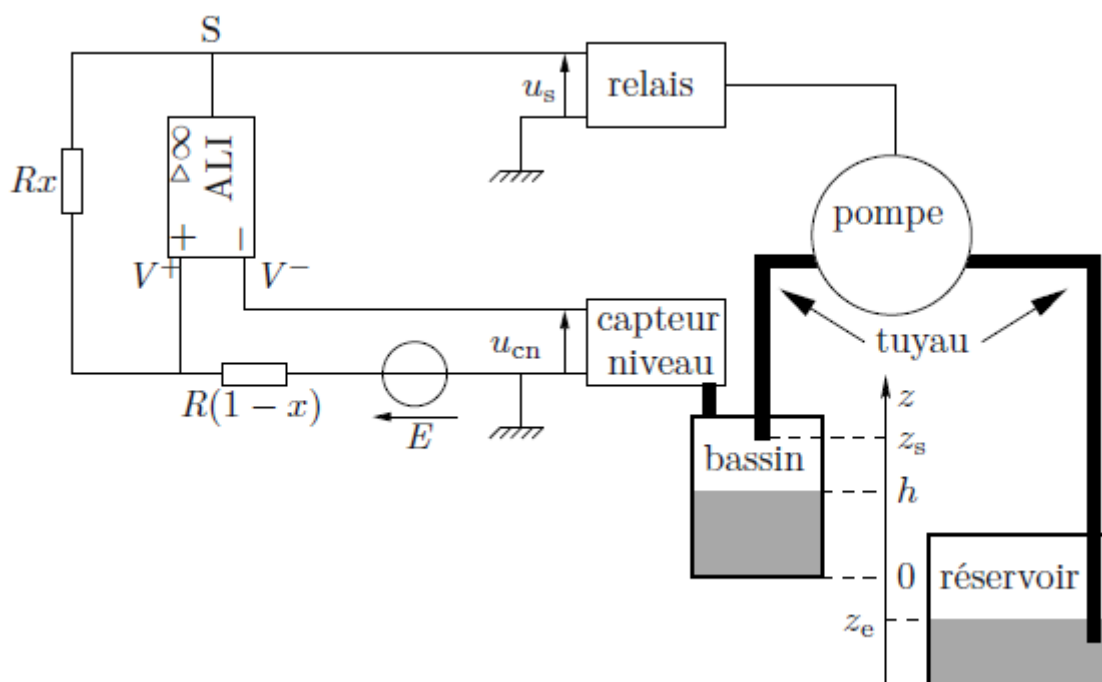


Figure 7 – Schéma de principe de la régulation.

Pour ce faire, on met en œuvre le montage électrique de la **figure 7**, utilisant un ALI supposé idéal de tension de saturation U_{sat} . Le capteur de niveau délivre une tension proportionnelle à la hauteur h : $u_{cn} = \alpha h$, avec α une constante positive. Le relais pilotant la pompe est commandé par la tension de sortie u_s de l'ALI, de telle sorte que :

- si $u_s = +U_{sat}$: le relais est fermé, la pompe fonctionne et injecte de l'eau dans le bassin ;
- si $u_s = -U_{sat}$: le relais est ouvert et la pompe est à l'arrêt.

On cherche les valeurs de la tension $E > 0$ et du coefficient $x \in [0, 1]$ permettant de maintenir h entre des valeurs minimale et maximale imposées, respectivement notées h_{min} et h_{max} .

- Q16.** Préciser, en le justifiant, le régime de fonctionnement de l'ALI dans ce montage.
- Q17.** Exprimer le potentiel V^+ à l'entrée non inverseuse de l'ALI en fonction de la tension de sortie u_s , de E et de x .
- Q18.** Etudier la valeur de la tension de sortie u_s en fonction de celle de u_{cn} . En déduire la représentation graphique $u_s = f(u_{cn})$ en faisant apparaître les valeurs remarquables. Quelle est la fonction réalisée par ce bloc ?
- Q19.** Expliquer en quelques phrases en quoi ce montage est susceptible de réaliser la régulation souhaitée.
- Q20.** Déterminer le système d'équations littérales que doivent satisfaire les paramètres E et x afin d'assurer cette régulation.
- Q21.** Calculer les valeurs numériques de E et x correspondantes.

On désire remplir le bassin avec un débit volumique D_v .

On indice e toutes les grandeurs physiques à l'altitude z_e du réservoir et s toutes les grandeurs physiques à l'altitude z_s .

- Q22.** Effectuer un bilan d'énergie mécanique sur l'eau en écoulement au travers de la pompe et en déduire la relation :

$$\rho D_v \left[\left(\frac{P_s}{\rho} + g z_s + \frac{v_s^2}{2} \right) - \left(\frac{P_e}{\rho} + g z_e + \frac{v_e^2}{2} \right) \right] = \mathcal{P}_p + \mathcal{P}_{PC}$$

Où P représente la pression, v la vitesse débitante dans le tuyau, $\mathcal{P}_p$ la puissance reçue par la pompe, $\mathcal{P}_{PC}$ la puissance des pertes de charge.

On néglige dans un premier temps les pertes de charge.

- Q23.** Déterminer littéralement la puissance électrique $\mathcal{P}_e$ que doit fournir le panneau solaire à la pompe en fonction des données regroupées en début de partie. L'application numérique, non demandée, donne $\mathcal{P}_e = 186 \text{ W}$.

On tient compte à présent des pertes de charge, exprimées en Pa, et on suppose qu'elles peuvent se calculer selon la formule de Darcy-Weisbach :

$$\Delta P_c = \xi \frac{\rho v^2 L}{2d}$$

Dans cette formule, v désigne la vitesse débitante dans le tuyau de diamètre d , et ξ le coefficient de perte de charge, dépendant du nombre de Reynolds Re et de la rugosité relative du tuyau ε/d selon le diagramme de Moody donné sur la **figure 8**.

- Q24.** Rappeler la définition du nombre de Reynolds Re ainsi que sa signification physique, puis le calculer numériquement pour l'écoulement étudié.

Q25. En considérant une rugosité relative $\varepsilon/d = 5 \times 10^{-4}$, estimer le coefficient ξ à l'aide du diagramme de Moody.

Q26. En tenant compte des pertes de charge, déterminer littéralement la puissance électrique $\mathcal{P}_e$ que doit fournir le panneau solaire à la pompe en fonction de $\mathcal{P}_e$, D_v , ΔP_c et de r . Faire l'application numérique en prenant $\Delta P_c = 1,4 \cdot 10^4$ Pa.

On dispose de panneaux solaires PWX850 identiques à celui étudié dans la partie II. Dans la zone où ils sont installés, ils reçoivent un flux solaire incident égal à $0,6 \text{ kW.m}^{-2}$.

Q27. En exploitant la **figure 3**, calculer le nombre minimal de panneaux à prévoir pour assurer le bon fonctionnement de la pompe.

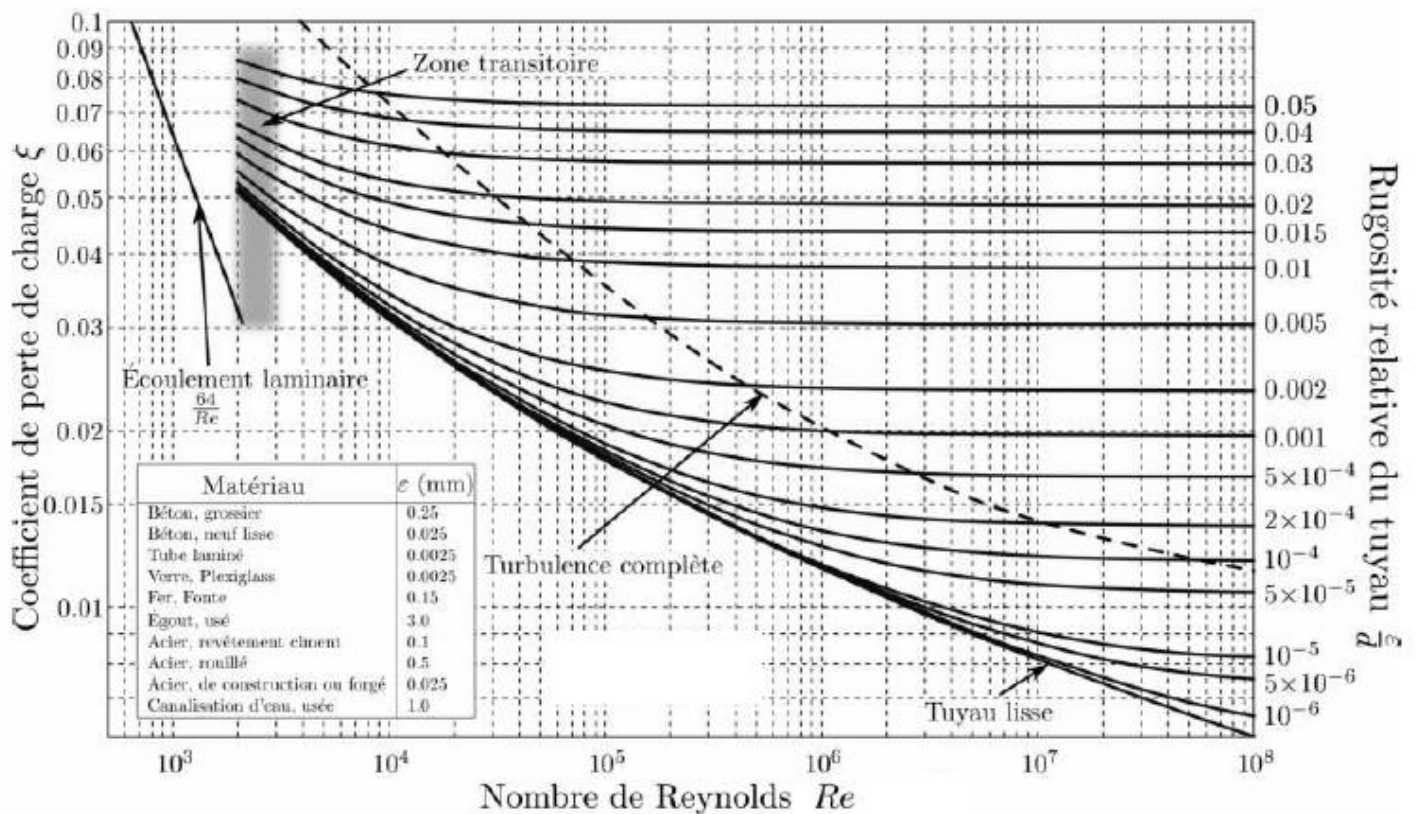


Figure 8 – Diagramme de Moody.