

Devoirs surveillé n° 6
9h00 – 12h00 3 heures

Calculatrice NON autorisée

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 2 problèmes indépendants, dont les parties sont indépendantes entre elles.

1^{er} problème : Conversion de puissance

La tension V_{ps} fournie par des panneaux solaires ne permet pas de recharger directement une batterie de tension 350 V. Un régulateur MPPT (Maximum Power Point Tracking) constitué d'un convertisseur électronique DC/DC a pour rôle d'optimiser les valeurs des paramètres électriques de fonctionnement entre le système photovoltaïque et la batterie. Le champ d'application de ces convertisseurs est large ; on étudie ici un hacheur parallèle (convertisseur Boost) dont le schéma de principe est donné en figure 13.

Ce système est composé principalement d'une bobine d'inductance L et de deux interrupteurs T_r et D considérés comme idéaux. Le conducteur ohmique de résistance R modélise la batterie à charger. Un signal rectangulaire périodique de période T commande l'interrupteur T_r . Selon l'état des deux interrupteurs, on peut distinguer deux phases de fonctionnement :

- la phase active, de durée αT , lorsque l'interrupteur T_r est fermé et l'interrupteur D est ouvert ; le coefficient α désigne le rapport cyclique ;
- la phase de roue libre, de durée $(1 - \alpha)T$, lorsque l'interrupteur T_r est ouvert et l'interrupteur D est fermé.

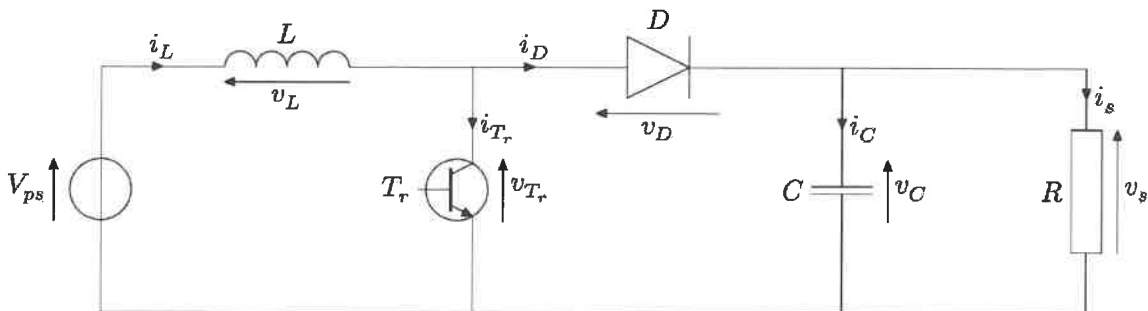


Figure 13 Schéma de principe d'un convertisseur Boost

Dans l'étude qui suit, nous faisons les hypothèses suivantes :

- le régime périodique est établi ;
- la tension d'alimentation V_{ps} est continue et constante ;
- la valeur de la capacité C est suffisamment grande afin de pouvoir considérer la tension de sortie v_s comme supérieure à V_{ps} .

1) Phase active $0 \leq t < \alpha T$

Q 1. On admet que $v_s > 0$. Justifier que la diode est bloquée. Représenter alors le schéma du circuit équivalent pour cette phase active supposée débiter à l'instant $t = 0$.

Q 2. En déduire l'expression de $i_L(t)$ avec pour condition initiale $i_L(t = 0) = i_{L,\min}$.

Q 3. Indiquer le temps caractéristique associé à l'ensemble résistance-condensateur. En déduire une condition sur C pour que la tension v_s puisse être considérée comme constante.

2) Phase de roue libre $\alpha T \leq t < T$

Q 4. Représenter le schéma équivalent du convertisseur Boost durant la phase de roue libre.

Q 5. On pose $i_L(t = \alpha T) = i_{L,\max}$. En déduire l'expression de $i_L(t)$ en fonction de V_{ps} , v_s , L , αT et $i_{L,\max}$.

3) Valeurs moyennes sur une période

Q 6. Déterminer deux expressions distinctes de la valeur de l'ondulation de l'intensité $i_{L,\max} - i_{L,\min}$, en fonction de α , T , L , V_{ps} et v_s .

Q 7. Représenter l'allure de l'évolution de l'intensité $i_L(t)$ sur une durée de deux périodes.

Q 8. En déduire $\langle v_L(t) \rangle$ et $\langle v_s(t) \rangle$, les valeurs moyennes sur une période des tensions $v_L(t)$ et $v_s(t)$, en fonction de V_{ps} et α .

Q 9. Justifier la dénomination de hacheur-survolteur associée au convertisseur Boost. Déterminer la valeur du rapport cyclique α pour permettre la recharge de la batterie étudiée si la tension aux bornes de l'association des panneaux solaires est de 72 V.

2^e problème : Étude physique d'un capteur de position

Données numériques

Masse volumique du nickel	$\rho_{\text{Ni}} = 9,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Masse molaire atomique du nickel	$M_{\text{Ni}} = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante de Faraday	$F = 96\,500 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante de Nernst à 298 K	$\frac{RT}{F} \ln(10) = 0,06 \text{ V}$

Potentiels standard à 298 K

	Zn^{2+}/Zn	Fe^{2+}/Fe	Ni^{2+}/Ni	H^+/H_2	$\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$	$\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$
$E^\circ \text{ (V)}$	-0,76	-0,44	-0,25	0,00	0,77	1,23

Le contrôle d'un système ou d'un processus physique présent dans un grand nombre de dispositifs technologiques nécessite de connaître à chaque instant, le plus précisément possible, un certain nombre de grandeurs physiques intervenant dans ce contrôle.

Ces grandeurs sont donc mesurées par des capteurs qui convertissent la grandeur physique mesurée en une grandeur électrique utilisée afin de réguler le processus.

La réalisation de capteurs doit prendre en compte divers éléments tels que la précision, la miniaturisation, le poids, le traitement numérique des données, l'environnement etc.

Ce problème étudie dans un premier temps la corrosion des matériaux ferromagnétiques des capteurs (partie I), puis dans un second temps, le principe physique selon lequel le capteur inductif linéaire « LVDT » (Linear Variable Differential Transformer) convertit un déplacement de position en une grandeur électrique (partie II).

I. Fer des capteurs

A- Corrosion du fer

La présence du fer dans les capteurs les rend sujet à la corrosion. La corrosion atmosphérique des métaux est similaire à la corrosion humide. Elle résulte de l'action du dioxygène de l'air, et éventuellement de l'eau (condensation de l'humidité, pluie, projections) sur les métaux. Dans le cas du fer, il peut y avoir formation d'oxydes de fer (rouille) ou encore de cations fer (II) ou fer (III). Le diagramme potentiel-pH de la figure B du document réponse représente le diagramme du fer superposé à celui de l'eau.

L'étude suivante se place systématiquement en milieu aqueux acidifié, pour une concentration des espèces solubles $C = 1 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$; les pressions partielles des espèces gazeuses sont prises égales à $P^\circ = 1 \text{ bar}$.

Q 10. Donner le nombre d'oxydation du fer et de ses dérivées. Préciser sur la figure B du document réponse, les domaines de corrosion, de passivation et d'immunité à la corrosion du fer.

Q 11. Le fer solide est susceptible de réagir avec l'eau ou le dioxygène dissous dans l'eau. Écrire les équations bilan de ces deux réactions en milieu acide, en choisissant un coefficient stœchiométrique égal à 1 pour Fe (s).

La corrosion est particulièrement active dans les zones qui présentent une hétérogénéité de surface (rayure, contrainte, défaut), une hétérogénéité de composition (alliages, impuretés, soudures), ou encore une hétérogénéité de la concentration du milieu. Une quelconque de ces hétérogénéités provoque ce qu'on appelle une corrosion différentielle : l'oxydation et la réduction se produisent en deux zones différentes, le métal assurant la circulation des électrons.

La corrosion est étudiée au niveau d'une goutte d'eau oxygénée sur le métal (figure C du document réponse).

Les couples mis en jeu dans la corrosion du fer sont : Fe^{2+}/Fe et O_2/OH^- (correspondant au couple $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ en milieu basique).

Q 12. Écrire les demi-équations électroniques correspondant à ces deux couples en considérant le dioxygène dissous en milieu aqueux. En déduire l'équation bilan liée au phénomène de corrosion du fer. Sur le schéma de la figure C, repérer la zone correspondant à la réduction et celle correspondant à l'oxydation. Identifier alors l'anode et la cathode et indiquer sur le schéma le déplacement des électrons dans le métal et le déplacement des ions dans l'eau.

L'association de l'anode et de la cathode constitue une micropile en court-circuit. Le déplacement des ions dans l'eau vient fermer le circuit électrique.

Données : pH de l'eau atmosphérique : 7,0. Surtension cathodique du dioxygène sur une électrode de fer : $\eta_{C(O_2)} = -0,5 \text{ V}$, $[Fe^{2+}] = 1 \times 10^{-6} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Il n'y a pas de surtension pour le couple Fe^{2+}/Fe sur une électrode de fer.

Q 13. Tracer l'allure des courbes intensité-potential $i = f(E)$ permettant d'interpréter ce phénomène de corrosion. En déduire graphiquement la position du potentiel mixte E_c , appelé potentiel de corrosion, de cette micro-pile.

Q 14. Sachant que plus la résistance interne du système électrochimique est grande et plus les pentes des courbes $i = f(E)$ sont faibles, comparer la cinétique de la corrosion du fer d'un capteur dans un milieu marin et dans un milieu terrestre.

B – Protection du fer

Le dépôt industriel de nickel métallique sur le fer par électrolyse est très utilisé industriellement. Ce procédé consiste à immerger le fer, dans une solution de sulfate de nickel, la pièce en fer étant placée à la cathode. Pour éviter le dépôt d'hydroxyde de nickel, la solution est acidifiée.

L'anode est constituée d'un métal inerte.

On réalise le nickelage d'une pièce de fer de surface totale S_r sous un courant I pour un potentiel de cathode E_c . L'opération a lieu pendant une durée Δt de façon à ce que le nickel recouvre uniformément la pièce sur une épaisseur h . Le bain permet de maintenir une concentration en nickel à C_0 , à pH fixé.

Données : $E_c = -0,50 \text{ V}$, $S_r = 6,0 \text{ dm}^2$, $I = 4,0 \text{ A}$, $h = 50 \text{ }\mu\text{ m}$, $C_0 = 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, pH = 4,5.

Q 15. Estimer en heure la durée Δt de cette opération de nickelage.

En réalité, tout le courant ne sert pas à produire du nickel solide.

La surtension η_{Ni} (en V) au niveau de la cathode est liée à la densité de courant j_{Ni} (en $\text{A}\cdot\text{dm}^{-2}$) par la relation

$$\eta_{Ni} = -0,15 \log(|j_{Ni}|) - 0,30.$$

Q 16. Calculer l'épaisseur de nickel réellement déposée à la surface de l'aimant. Quelle autre demi-réaction a pu se produire en parallèle de la réduction de Ni^{2+} conduisant à la baisse du rendement ? $10^{-1/3} \approx 0,5$

Q 17. Si la couche de nickel présentait une fissure, tel que le fer se retrouvait en contact avec l'eau, le fer serait-il encore protégé ? À l'aide de courbes $i = f(E)$, comparer avec la protection par une couche de zinc.

II- Le LVDT

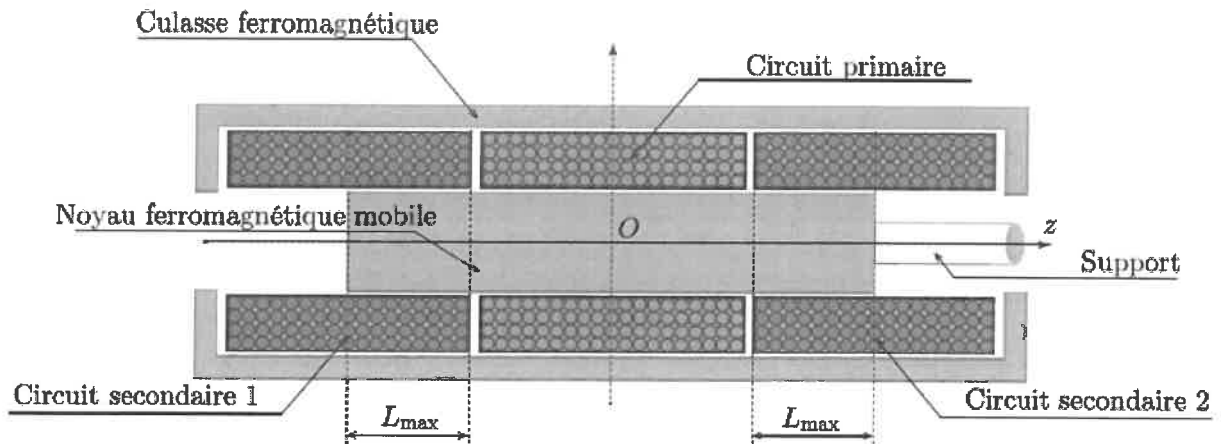


FIGURE 1 – Schéma descriptif du LVDT.

Le LVDT est un transformateur différentiel comportant trois circuits, un circuit primaire et deux circuits secondaires. Les bornes homologues de ces circuits, mentionnées sur la figure 2 à l'aide d'un point, sont telles que les courants algébriques entrants par ces bornes génèrent un flux magnétique algébrique orienté selon \vec{u}_z .

Les deux circuits secondaires sont identiques, constitués de fils de cuivre bobinés autour du noyau et portent n spires par unité de longueur.

Le circuit magnétique du transformateur est formé d'une culasse cylindrique externe ferromagnétique et d'un noyau cylindrique ferromagnétique de section S , de rayon a , relié à un support non magnétique qui permet de le translater selon l'axe Oz . Le déplacement de ce noyau cylindre par rapport à la position de référence représentée en figure 1 est limité à $\pm L_{\max}$.

L'ensemble présente une symétrie de révolution autour de l'axe Oz et on repérera l'espace par le système de coordonnées cylindriques $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

Le but de ce dispositif est de fournir une grandeur électrique permettant de caractériser le déplacement du cylindre.

Dans toute la suite, on supposera que le matériau magnétique constituant le noyau cylindrique et la culasse est parfait, de perméabilité magnétique μ_r infinie et de conductivité électrique nulle. Les matériaux non magnétiques (air, support, cuivre) ont une perméabilité magnétique relative égale à 1.

La figure 2 représente le système pour un déplacement algébrique z du centre C du cylindre tel $\vec{OC} = z\vec{u}_z$. Sur l'exemple de la figure 2, $z > 0$ et, de façon générale, z vérifie $|z| < L_{\max}$.

Le circuit primaire est alimenté par la tension $u_p(t)$ et parcouru par le courant d'intensité $i_p(t)$.

Les deux circuits secondaires sont connectés en série et la tension utile vaut $u_s = u_2 - u_1$ (voir figure 2).

La tension d'excitation u_p est sinusoïdale de fréquence f variant de 20 Hz à 20 kHz. La position du noyau magnétique affecte la répartition du champ magnétique et modifie les inductances mutuelles entre les circuits secondaires et le circuit primaire.

On notera :

- L_p , l'inductance propre du circuit primaire,
- M_1 , l'inductance mutuelle entre le circuit secondaire 1 et le circuit primaire,
- M_2 , l'inductance mutuelle entre le circuit secondaire 2 et le circuit primaire.

Le courant dans les deux circuits secondaires est supposé nul.

On désignera par état de référence, la configuration du dispositif où le circuit primaire est alimenté par la tension $u_p = U_p \sin(\omega t)$ et où la position du noyau ferromagnétique est telle que $z = 0$.

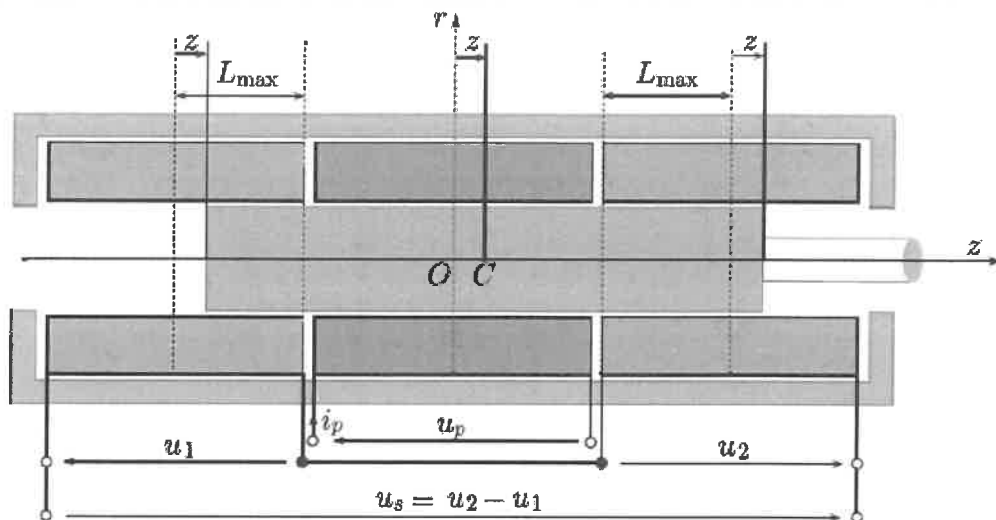


FIGURE 2 – Définition des paramètres

A. Étude de l'état de référence

Dans tout le problème, on supposera la fréquence f suffisamment faible pour que l'étude s'inscrive dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-permanents (ARQP).

Q 18. Énoncer dans le cadre de ce régime l'équation Maxwell-Ampère reliant le vecteur excitation magnétique \vec{H} et \vec{j} , on précisera la nature de \vec{j} . En déduire la forme générale de l'énoncé du théorème d'Ampère.

Q 19. Énoncer l'équation de Maxwell-Thomson (également appelée Maxwell-Flux) et en déduire la propriété correspondante du flux du champ magnétique.

Q 20. Quelle est la direction du champ magnétique en tout point du plan passant par O et orthogonal à \vec{u}_z ?

Q 21. En un point M de coordonnées (r, θ, z) quelconques, que peut-on dire des coordonnées (B_r, B_θ, B_z) du champ magnétique compte tenu des symétries du problème ?

La résolution numérique des équations locales permet de représenter, en figure 3, quelques lignes du champ magnétique dans un plan de coupe contenant l'axe Oz, pour un courant $i_p > 0$.

Q 22. Le résultat de la simulation numérique est-il compatible avec ceux des questions 3 et 4 ? On justifiera précisément la réponse.

La figure 4 fournit, en échelles arbitraires (E.A. sur la figure) et indépendantes, les variations des composantes $B_z = \vec{B} \cdot \vec{u}_z$ et de $B_r = \vec{B} \cdot \vec{u}_r$ en fonction de z à la distance r de l'axe tel que $0 < r < a$.

Q 23. Justifier les propriétés de parité de ces deux composantes du champ.

Q 24. Représenter sommairement l'allure d'une ligne de champ. Après avoir orienté cette ligne, justifier le signe des composantes du champ magnétique observé en figure 4.

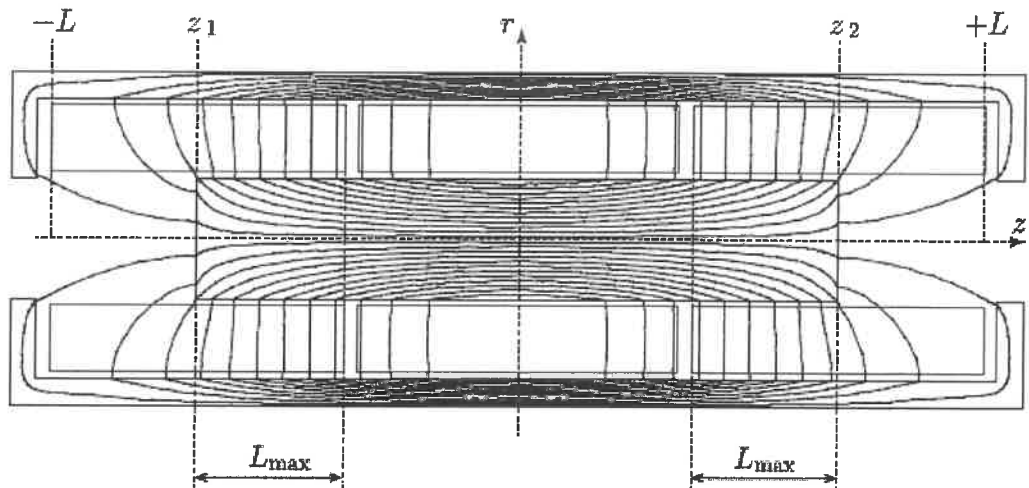


FIGURE 3 – Lignes de champ pour un noyau centré obtenues par simulation numérique.

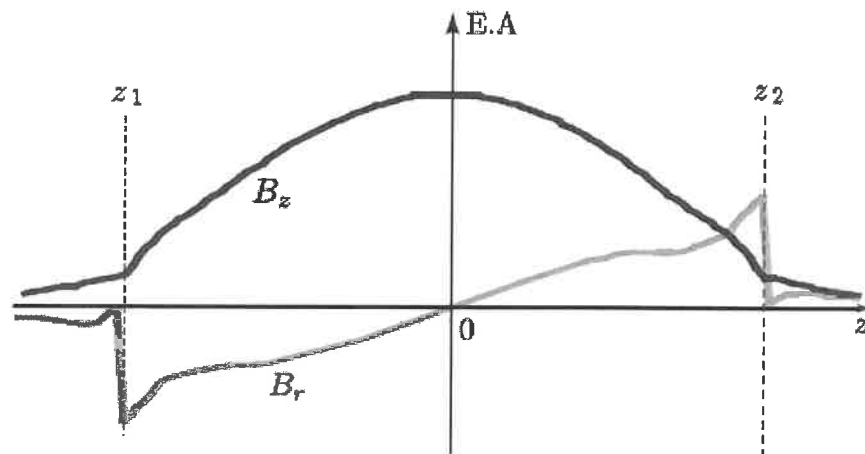


FIGURE 4 – Composantes B_r (en grisé) et B_z (en noir) en r tel que $0 < r < a$.

On remarque que $|B_r|$ devient très faible sur une très courte distance juste après z_2 et juste avant z_1 .

Q 25. Justifier cette observation par un calcul littéral.

Peut-on, sur la figure 3, observer ce phénomène à d'autres endroits ?

Afin de déterminer l'expression des inductances mutuelles, on souhaite modéliser simplement le champ magnétique. Pour cela, grâce à la simulation numérique, sur la figure 5, on a représenté en trait plein la courbe des variations de $B_z/B_{z,max}$ évaluée en $r = 0$ en fonction de z .

On remarque que $|B_r|$ devient très faible sur une très courte distance juste après z_2 et juste avant z_1 .

Q 26. Justifier cette observation par un calcul littéral.

Peut-on, sur la figure 3, observer ce phénomène à d'autres endroits ?

Afin de déterminer l'expression des inductances mutuelles, on souhaite modéliser simplement le champ magnétique. Pour cela, grâce à la simulation numérique, sur la figure 5, on a représenté en trait plein la courbe des variations de $B_z/B_{z,max}$ évaluée en $r = 0$ en fonction de z .

Q 27. Quels éléments observés en figures 3 et 5 permettent de justifier que l'on puisse considérer le champ magnétique comme uniforme au voisinage du centre du noyau.

Q 28. Quels éléments observés en figure 3 permettent d'expliquer la diminution de la composante $\vec{B} \cdot \vec{u}_z$ du champ observée en figure 5 lorsqu'on se rapproche des bords du noyau ?

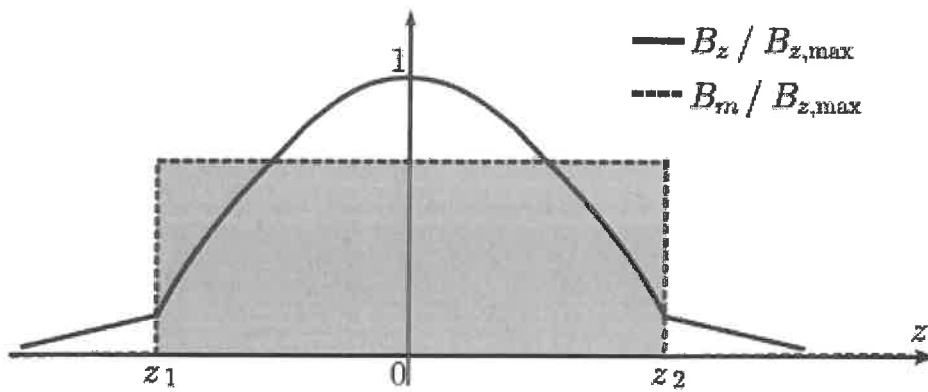


FIGURE 5 – Composante B_z sur l'axe Oz .

Dans un premier modèle, on assimile le champ magnétique axial au profil représenté en traits pointillés en figure 5. En effet, on supposera que :

- H1 : si $z_1 < z < z_2$ et $r < a$, alors la composante $\vec{B} \cdot \vec{u}_z$ du champ magnétique est uniformément égale à B_m , sa valeur moyenne sur l'axe Oz dans le noyau. On posera $B_m = K i_p$, où K est une constante caractéristique du système ;
- H2 : si $z < z_1$ ou $z > z_2$ alors pour tout $r < a$ on a $\vec{B} \cdot \vec{u}_z = 0$;
- H3 : en tout point compris entre le noyau et la culasse, tels que $-L < z < L$, alors $\vec{B} \cdot \vec{u}_z = 0$

Q 29. Dans le cadre de ces hypothèses simplificatrices, montrer que les deux inductances mutuelles M_1 et M_2 sont identiquement égales à une même valeur notée M_0 . Exprimer M_0 en fonction de S , K , n et L_{\max} .

Q 30. Application numérique : On donne la résistance du circuit primaire $R_p = 100 \Omega$ et l'inductance du circuit primaire $L_p = 6 \text{ mH}$. Pour $U_p = 10 \text{ V}$, on mesure aux bornes de chacun des deux circuits secondaires non connectés entre eux une tension d'amplitude $1,5 \text{ V}$ pour une fréquence de 5 kHz . Calculer la valeur de M_0 . On prendra $10\pi \approx 30$ et $\sqrt{42 \cdot 10^3} \approx 205$.

B. Déplacement du noyau

On étudie désormais le LVDT dans l'état représenté en figure 2 où le centre C du cylindre est déplacé de z par rapport à l'état de référence, soit $\vec{OC} = z\vec{u}_z$.

Le circuit primaire est toujours alimenté par la tension $u_p = U_p \sin(\omega t)$ et parcouru par le courant d'intensité i_p . Le courant circulant dans les circuits secondaires connectés en série est nul.

La figure 6 représente le tracé des lignes de champ magnétique dans un plan de coupe contenant l'axe Oz , obtenu par résolution numérique des équations locales dans les mêmes conditions que celui de la figure 3, pour un courant $i_p > 0$. Le seul changement réside dans la position du noyau. La cartographie des lignes de champ dans le noyau étant très semblable à celle de la figure 3, on conserve les hypothèses H1, H2 et H3 correspondantes.

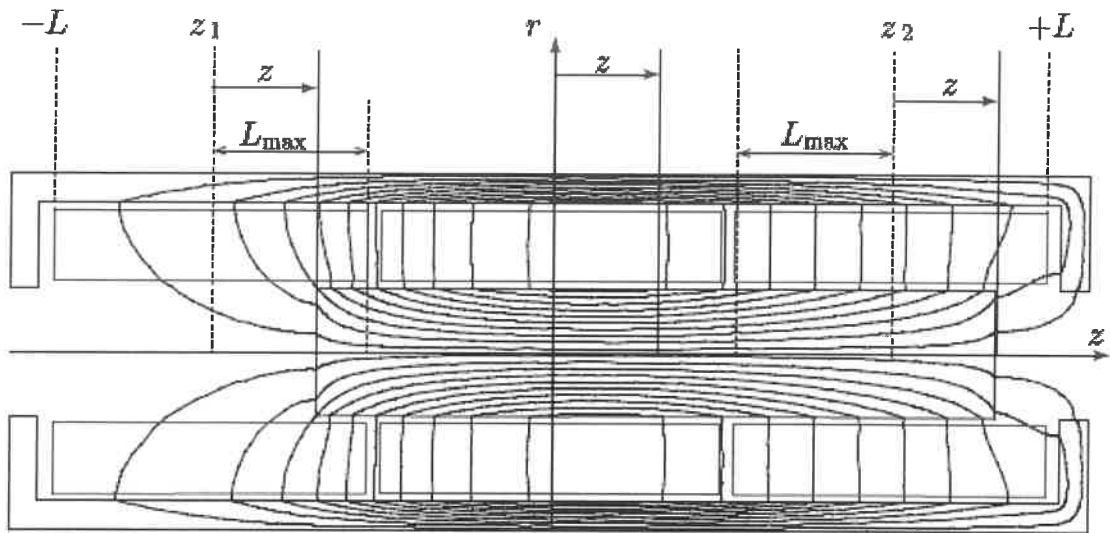


FIGURE 6 – Lignes de champ pour un noyau décentré.

- Q 31.** Dans le cadre de ce modèle, montrer que si $|z| < L_{\max}$ alors L_p est indépendante de z .
- Q 32.** Déterminer l'inductance mutuelle $M_1(z)$ en fonction de M_0 , z et L_{\max} .
- Q 33.** De même, déterminer l'inductance mutuelle $M_2(z)$ en fonction de M_0 , z et L_{\max} .
- Q 34.** Dédire des résultats précédents que la tension différentielle à vide du circuit secondaire s'écrit sous la forme $u_s = u_2 - u_1 = \lambda M_0 \frac{z i_p}{L_{\max}} \frac{d i_p}{d t}$, dans laquelle on précisera la valeur de la constante λ .
- Q 35.** Pour un courant i_p sinusoïdal fixé, quel est le paramètre de la tension u_s , noté A , permettant de mesurer z ? Tracer l'allure des variations de A en fonction de z ? Comment peut-on discerner le cas $z > 0$ et $z < 0$? Connaissez-vous un procédé permettant de générer une tension proportionnelle à ce paramètre ?

NOM :
Prénom :

DOCUMENT REPONSE

Q 10

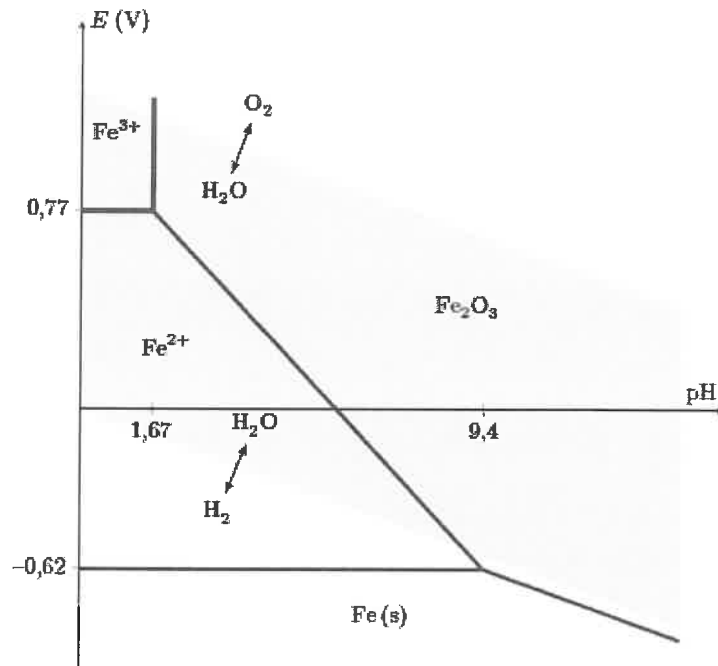


Figure B Diagramme E-pH du fer à la concentration $C = 1 \times 10^{-6} \text{ mol.l}^{-1}$

Q 12 :

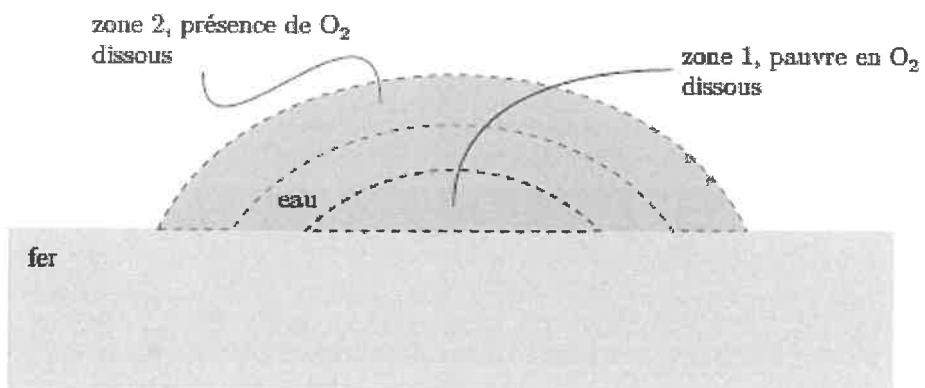


Figure C Corrosion différentielle du fer dans une goutte d'eau.