PSI Samedi, 14 novembre 2026
2026/2027

Devoirs surveillé n° 2
7h50 – 9h50 2 heures

Calculatrice NON autorisée

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Toutes les interprétations seront comptabilisées
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 4 problèmes indépendants.

Premier problème : l'eau dans l'atmosphère

Les gaz, principalement responsables de l'effet de serre, sont la vapeur d'eau H_2O, le dioxyde de carbone CO_2, le méthane CH_4 et le protoxyde d'azote N_2O.

Q1. On donne, en **figure1**, le diagramme de phases en coordonnées (P,T) de l'eau. Reproduire ce diagramme sur votre copie et le compléter en plaçant les zones des phases gazeuse, liquide et solide. Placer les points de fusion et de vaporisation à pression atmosphérique. Donner les noms des points A et B du diagramme.

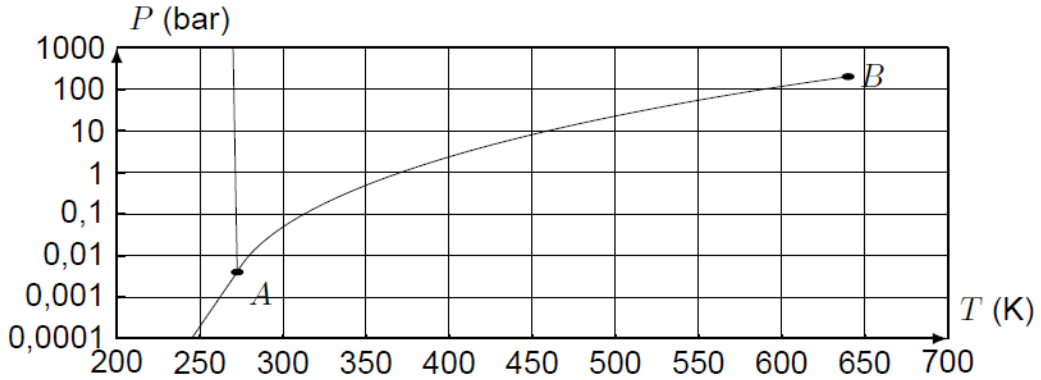


Figure 1 - Diagramme (P, T) de l'eau

On donne, en **figure 2**, les diagrammes (P, T) pour les autres espèces concernées.

Q2. Justifier que les espèces CO_2, CH_4 et N_2O soient à l'état gazeux dans toute l'atmosphère.

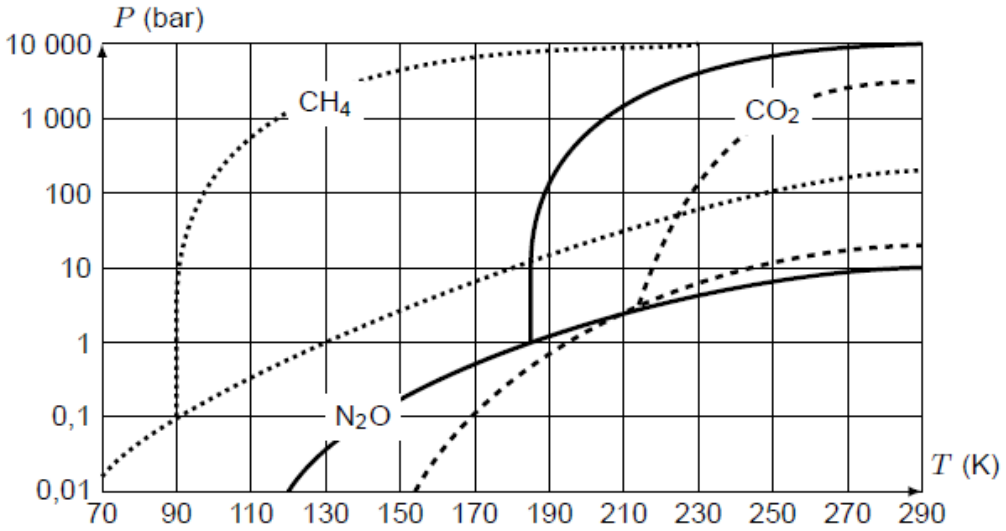


Figure 2 - Diagrammes (P, T) du méthane (en pointillés), du protoxyde d'azote (en traits pleins) et du dioxyde de carbone (en tirets)

On considère un mélange d'eau liquide et d'eau vapeur à l'équilibre.

Q3. Exprimer le potentiel chimique de l'eau liquide dans ce mélange en fonction de son potentiel chimique standard et éventuellement d'autres grandeurs pertinentes.

Q4. Exprimer le potentiel chimique de l'eau vapeur dans ce mélange en fonction de son potentiel chimique standard et éventuellement d'autres grandeurs pertinentes.

Q5. Établir l'expression de la pression partielle en eau p_{eau} sous forme vapeur dans ce mélange en fonction des potentiels chimiques standards de l'eau liquide et de l'eau vapeur.

L'application numérique donne : $p_{eau} = 0,04$ bar à 25°C.

Q6. Donner l'état physique de l'eau pure à température ambiante T = 25°C et sous pression atmosphérique. Justifier qualitativement qu'il existe malgré tout de l'eau sous forme vapeur dans l'air.

Deuxième problème : Le dioxyde de titane

Données thermodynamiques à 298 K :

	$\Delta_f H°$ (kJ.mol^{-1})	$S_m°$ (J.K^{-1}.mol^{-1})
Rutile$_{(s)}$	–945,1	50
Anatase$_{(s)}$	–940,1	50

Le dioxyde de titane (TiO_2) est utilisé dans les cellules à colorant comme matériau permettant le passage du courant. Cet oxyde existe sous deux variétés cristallines appelées rutile et anatase notées respectivement $R_{(s)}$ et $A_{(s)}$. Chaque solide est seul dans sa phase.

La variété cristalline présente dans les cellules à colorant est l'anatase, et nous étudierons ici la conversion d'une forme à l'autre modélisée par la réaction $R_{(s)} = A_{(s)}$ notée **(R1)** et de constante thermodynamique d'équilibre $K°_1$.

Q7. Exprimer la constante thermodynamique d'équilibre $K°_1$ à la température T en fonction notamment de l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H°_1$ et de l'entropie standard de réaction $\Delta_r S°_1$.

Q8. Calculer l'enthalpie standard $\Delta_r H°_1$ de la réaction **(R1)**. Indiquer si cette réaction est exothermique, endothermique ou athermique.

Q9. Calculer l'entropie standard $\Delta_r S°_1$ de la réaction **(R1)** et commenter cette valeur, en regard de la nature des phases en présence.

Avec les valeurs précédentes, on trouve par le calcul $K°_1$ = 0,13 à 298 K.

Q10. Donner l'expression de l'activité d'un solide seul dans sa phase.

On considère un mélange de rutile et d'anatase, présents tous les deux en quantité égale à n_0 = 1 mol.

Q11. Exprimer le quotient réactionnel initial de ce mélange et indiquer le sens d'évolution de ce mélange.

Q12. Expliquer pourquoi le quotient réactionnel ne varie pas au cours de la réaction.

Q13. En déduire les quantités de matière de rutile et d'anatase présentes à l'état final. Indiquer si cet état final correspond ou non à un état d'équilibre.

Q14. Déterminer, en justifiant, la valeur que doit prendre la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre pour observer une coexistence des deux espèces.

Q15. Enoncer la relation de Van't Hoff et en déduire s'il faut augmenter ou diminuer la température à partir de 298 K pour observer une coexistence des deux espèces.

Q16. Déterminer si la cellule à colorant doit être élaborée à haute ou basse température.

Troisième problème : Le champ de gravitation terrestre

La Terre est assimilée à un astre sphérique de rayon R_T = 6 400 km et de masse M_T. On considère en première approximation sa masse volumique μ_T uniforme.

Q17. Rappeler l'expression vectorielle de la force d'interaction électrostatique s'exerçant dans le vide entre deux charges électriques ponctuelles q_1 et q_2 distantes d'une longueur r et celle de la force d'interaction gravitationnelle s'exerçant entre deux masses ponctuelles m_1 et m_2 également distantes d'une longueur r. Par analogie, énoncer le théorème de Gauss gravitationnel et en déduire l'expression du champ gravitationnel $\vec{G}(M)$ créé par la Terre en tout point M de l'espace. Représenter graphiquement la fonction $||\vec{G}(M)||$.

Q18. En assimilant champ de pesanteur et champ de gravitation, exprimer la valeur du champ de pesanteur g_T au niveau du sol en fonction notamment de la masse de la Terre M_T et de son rayon R_T. En considérant une altitude h comptée à partir du sol terrestre négligeable devant R_T et en utilisant un développement limité, exprimer ensuite le champ de pesanteur g(h) en fonction de g_T, h et de R_T. En déduire alors l'altitude h_{max} en deçà de laquelle la variation relative du champ de pesanteur est inférieure à 0,1%.

Q19. Que penser du champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$ à l'échelle d'un barrage ou d'une retenue d'eau de hauteur de l'ordre de quelques dizaines de mètres ?

Quatrième problème : Détecteur capacitif de pluie

Les détecteurs de pluie présents dans les parebrises de voiture utilisent de plus en plus l'effet capacitif. Un élément chauffant intégré au capteur permet de le maintenir sec en vaporisant l'eau tombée. Ceci évite les fausses communications dues au brouillard ou à des phénomènes de condensation (rosée du matin). Le capteur est une platine sur substrat céramique, son principe de fonctionnement repose sur une détection de type capacitive. Ainsi l'accumulation de pluie sur la surface de la plaque aura pour conséquence de modifier la valeur de sa capacité, ainsi que les lignes du champ électrique.

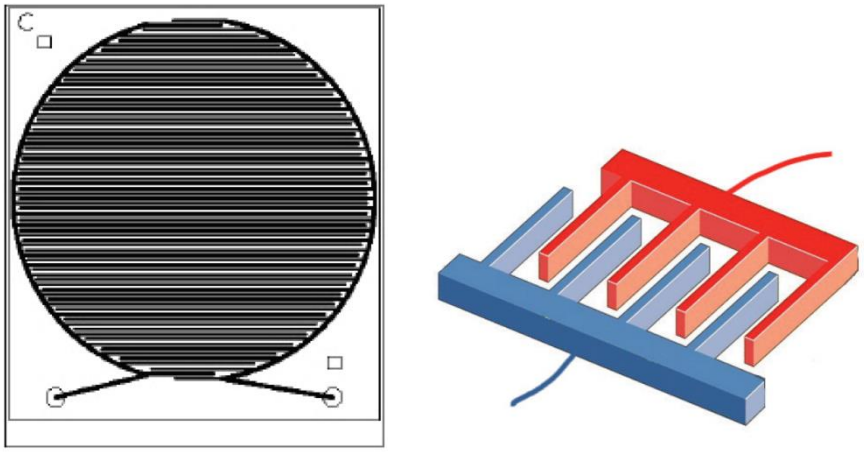


FIGURE 3 – Cellule capacitive et schéma de principe de sa géométrie

Q20. Justifier que ce capteur puisse se modéliser par l'association de condensateurs en parallèle et établir l'expression de la capacité équivalente de *N* condensateurs en parallèle.

Q21. On s'intéresse au champ électrique créé par un plan infini (*Oxy*) de densité surfacique σ, plongé dans le vide.
Montrer, par l'étude des symétries et des invariances que celui-ci s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{E} = A(z)\vec{e}_z & si\ z > 0 \\ \vec{E} = -A(z)\vec{e}_z & si\ z < 0 \end{cases}$$

Q22. Établir alors l'expression de *A(z)* en fonction de σ et ε_0 par application du théorème de Gauss.

Q23. En admettant que le résultat précédent reste valable pour un plan fini, établir l'expression de la capacité C_0 d'un condensateur plan dont le diélectrique est assimilé à du vide, constitué de deux armatures planes identiques de surface S, distantes de e et portant des charges opposées $+q$ et $-q$.

Q24. La cellule capacitive est assimilée à une association de 40 condensateurs. La capacité totale de l'ensemble vaut $C_{tot} = 2$ pF. On suppose l'épaisseur des armatures négligeable, et la surface d'une armature vaut S = 0,5 mm^2. On rappelle la permittivité électrique du vide $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ SI. Évaluer l'épaisseur e entre les armatures d'un condensateur.

Q25. Montrer que l'unité de la permittivité diélectrique du vide ε_0 peut s'écrire sous la forme $F^{\alpha}m^{\beta}$ avec α et β des coefficients à déterminer.

Dans la pratique le condensateur utilisé dans le capteur capacitif est intégré dans le feuilletage des vitres. À l'approche d'une couche d'eau, les lignes du champ électrique sont modifiées (il s'agit du même principe utilisé pour les écrans tactiles capacitifs). Les lignes de champ sur un tel capteur sont les suivantes :

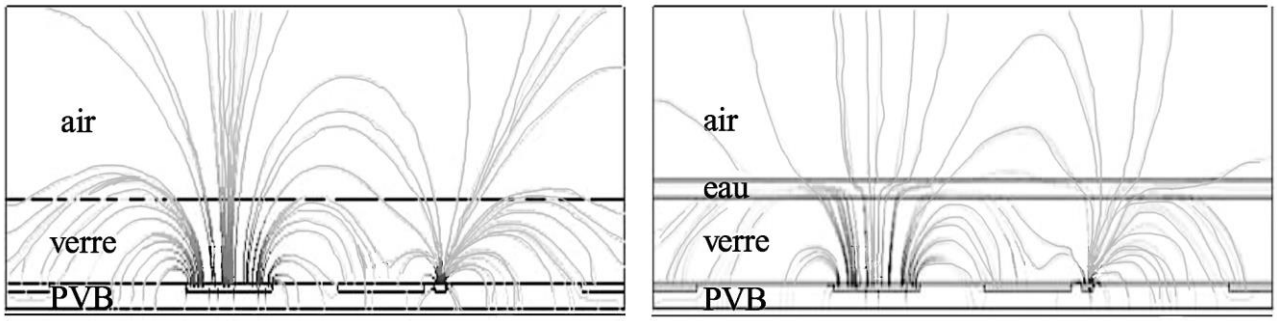


FIGURE 4 – Lignes du champ électrique sur la surface du capteur en absence d'eau, et déformation de ces lignes en présence de gouttes d'eau. PVB représente la plaque du capteur.

Q26. Préciser la zone où la norme du champ électrique est la plus grande.