PSI* Samedi, 14 novembre 2026
2026/2027

Devoirs surveillé n° 2
7h50 – 9h50 2 heures

Calculatrice autorisée

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Toutes les interprétations seront comptabilisées
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 4 problèmes indépendants.

Premier problème : Détecteur capacitif de pluie

Les détecteurs de pluie présents dans les parebrises de voiture utilisent de plus en plus l'effet capacitif. Un élément chauffant intégré au capteur permet de le maintenir sec en vaporisant l'eau tombée. Ceci évite les fausses communications dues au brouillard ou à des phénomènes de condensation (rosée du matin). Le capteur est une platine sur substrat céramique, son principe de fonctionnement repose sur une détection de type capacitive. Ainsi l'accumulation de pluie sur la surface de la plaque aura pour conséquence de modifier la valeur de sa capacité, ainsi que les lignes du champ électrique.

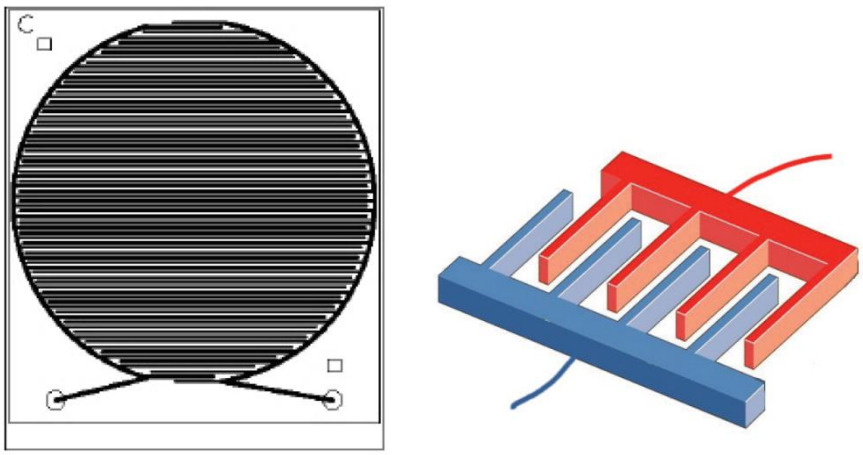


FIGURE 3 – Cellule capacitive et schéma de principe de sa géométrie

Q1. Justifier que ce capteur puisse se modéliser par l'association de condensateurs en parallèle et établir l'expression de la capacité équivalente de N condensateurs en parallèle.

Q2. On s'intéresse au champ électrique créé par un plan infini (*Oxy*) de densité surfacique σ, plongé dans le vide.
Montrer, par l'étude des symétries et des invariances que celui-ci s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{E} = A(z)\vec{e}_z & si\ z > 0 \\ \vec{E} = -A(z)\vec{e}_z & si\ z < 0 \end{cases}$$

Q3. Établir alors l'expression de *A(z)* en fonction de σ et ε_0 par application du théorème de Gauss.

Q4. En admettant que le résultat précédent reste valable pour un plan fini, établir l'expression de la capacité C_0 d'un condensateur plan dont le diélectrique est assimilé à du vide, constitué de deux armatures planes identiques de surface S, distantes de e et portant des charges opposées $+q$ et $-q$.

Q5. La cellule capacitive est assimilée à une association de 40 condensateurs. La capacité totale de l'ensemble vaut C_{tot} = 2 pF. On suppose l'épaisseur des armatures négligeable, et la surface d'une armature vaut S = 0,5 mm^2. On rappelle la permittivité électrique du vide ε_0 = 8,85.10^{-12} SI. Évaluer l'épaisseur e entre les armatures d'un condensateur.

Q6. Montrer que l'unité de la permittivité diélectrique du vide ε_0 peut s'écrire sous la forme $F^\alpha m^\beta$ avec α et β des coefficients à déterminer.

Dans la pratique le condensateur utilisé dans le capteur capacitif est intégré dans le feuilletage des vitres. À l'approche d'une couche d'eau, les lignes du champ électrique sont modifiées (il s'agit du même principe utilisé pour les écrans tactiles capacitifs). Les lignes de champ sur un tel capteur sont les suivantes :

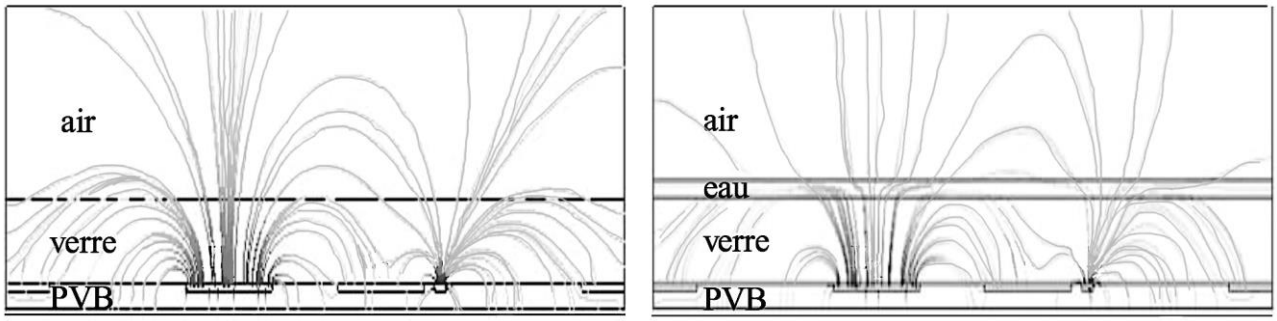


FIGURE 4 – Lignes du champ électrique sur la surface du capteur en absence d'eau, et déformation de ces lignes en présence de gouttes d'eau. PVB représente la plaque du capteur.

Q7. Préciser la zone où la norme du champ électrique est la plus grande.

Deuxième problème : Champ gravitationnel et champ de pesanteur

Q8. Donner les expressions des champs gravitationnel $\vec{G}$(M) et électrostatique $\vec{E}$(M) , créés en un point *M*, respectivement par la masse ponctuelle m et par la charge ponctuelle q, chacune étant placée en *O*. En déduire les analogues gravitationnels de la charge q et de la permittivité diélectrique du vide ε_o. En utilisant l'analogie, écrire l'énoncé du théorème de Gauss intégral relatif au champ gravitationnel $\vec{G}$(M) créé par une distribution volumique de masse μ(P) contenue dans un volume V délimité par une surface S.

On suppose que la Terre est une sphère homogène de centre *O*, de rayon R_T et de masse volumique uniforme $\mu_T = 5\,400$ kg.m^{-3}.

Q9. Exprimer le champ gravitationnel $\vec{G}_T$(M) créé par la Terre en tout point de l'espace. Représenter graphiquement $||\vec{G}_T(M)||$.

Les variations du champ gravitationnel au voisinage du sol terrestre peuvent renseigner sur le contenu du sol. On s'intéresse à la modification du champ gravitationnel terrestre due à un gisement de pétrole, modélisé comme une sphère homogène de rayon *r '*, de centre *C* et de masse volumique égale à $\mu_P = 3\,900$ kg.m^{-3}.

On cherche la variation relative du champ gravitationnel introduite par le gisement de pétrole en un point *M* situé sur la verticale *OCZ* du point *C,* à la surface de la Terre, avec la distance *CM* égale à *CM* = *d* (**figure 1**).

On note $\vec{G}_T(M) = G_T(M)\,\vec{u}_z$ le champ gravitationnel qui règnerait sur la Terre sans la poche de pétrole et $\vec{G}_{Tp}(M) = G_{Tp}(M)\,\vec{u}_z$ en présence de la poche de pétrole.

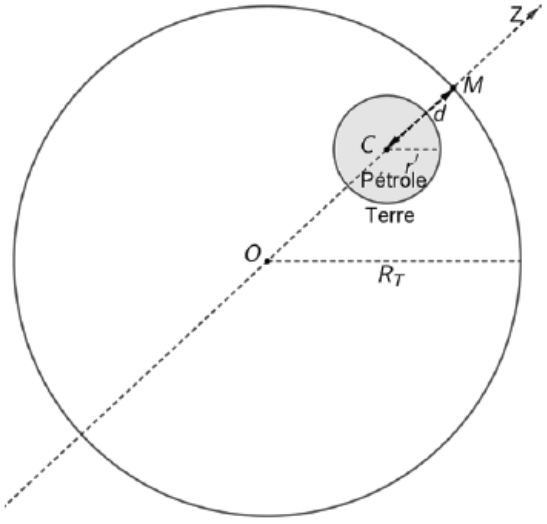


Figure 1 - Présence de pétrole dans le sol terrestre

Q10. En utilisant le principe de superposition, exprimer $G_{Tp}(M)\,\vec{u}_z$ et la variation relative du champ gravitationnel $\varepsilon = \frac{G_T(M) - G_{Tp}(M)}{G_T(M)}$ en fonction de μ_T, μ_p, r′, d et de R_T.
En présence de pétrole, indiquer avec justification si le champ gravitationnel devient plus intense ou moins intense.
Faire une estimation numérique de ε, en prenant : $\frac{r'}{d} = \frac{1}{2}$, $\frac{r'}{R_T} = \frac{10^{-3}}{4}$ et $\frac{\mu_p}{\mu_T} = \frac{1}{6}$.
Commenter sachant que les gravimètres actuels ont une précision relative de l'ordre de 10^{-8}.

Troisième problème : Carbonatation de l'oxyde de baryum

Données : Constante des gaz parfaits : R = 8,31 SI

Enthalpies standard de formation et entropies molaires standard à 298 K : $\Delta_f H°$ ($kJ.mol^{-1}$) et $S°$ ($J.mol^{-1}.K^{-1}$)

	$\Delta_f H°(kJ.mol^{-1})$	$S°(J.mol^{-1}.K^{-1})$
$BaCO_{3(s)}$	-1216	112
$BaO_{(s)}$	-553	70
$CO_{2(g)}$	-393	213

Le baryum de symbole $_{56}Ba$ (M = 137 $g.mol^{-1}$) est utilisé pour piéger les gaz résiduels dans les tubes à vide, lors de la désoxydation de la fonte ou encore pour former des alliages. Les composés ioniques du baryum sont utilisés dans diverses fabrications industrielles : céramiques, peinture, verres, caoutchouc... En médecine, le sulfate de baryum est également une substance de marquage en radiographie.

Le carbonate de baryum solide $BaCO_3(s)$ peut être formé à partir de l'oxyde de baryum solide BaO(s) et du dioxyde de carbone gazeux $CO_2(g)$.

Q11. Ecrire l'équation de la réaction de formation du carbonate de baryum à partir de BaO(s).

Q12. Calculer l'enthalpie standard de réaction de la réaction étudiée. Conclure.

Q13. Prévoir le signe de l'entropie standard de réaction, puis calculer sa valeur.

Q14. Exprimer la constante d'équilibre de cette réaction de carbonatation à 298 K en fonction des valeurs thermodynamiques obtenues précédemment. Calculer sa valeur. Commentaire ?

Q15. Calculer la valeur de la pression partielle du CO_2 à l'équilibre, P_{CO2eq}, à 298 K.

Q16. Sachant que la pression partielle du CO_2 dans l'air vaut $3{,}0.10^{-4}$ bar, est-il possible de conserver de l'oxyde de baryum à l'air libre à 298 K ?

Q17. On enferme maintenant une mole de $BaCO_3(s)$ dans un récipient initialement vide de volume variable V. La température demeure constante et égale à 298 K. Quel est l'effet d'une augmentation de volume à température et composition constantes sur l'équilibre chimique précédemment étudié ?

Q18. En déduire l'évolution de la quantité de matière de CO_2 dans l'enceinte en fonction de la valeur de V (V évoluant de 0 à ∞). Si l'évolution n'est pas monotone, on précisera la valeur de la quantité de matière de CO_2 au point de changement de pente.

Quatrième problème : Echauffement d'un accumulateur

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Les données se trouvent en fin de ce problème.

Depuis l'utilisation des batteries Li-ion, plusieurs cas d'explosion ont été recensés que ce soit pour les téléphones portables, les ordinateurs ou encore les véhicules. Des courts-circuits au sein de l'accumulateur ont souvent été incriminés. En 2011, des chercheurs Taïwanais ont montré que lorsque la température dépasse 100 °C, les accumulateurs Li-ion peuvent exploser et induire localement une élévation de température de 900 °C.

Q 19. Estimer le temps de décharge d'une batterie Li-ion mise en court-circuit dont la résistance interne est r = 7,7 mΩ, la tension à vide U = 3,7 V et la capacité spécifique 2600 mA·h.

Q 20. Déterminer s'il est possible qu'un court-circuit puisse être responsable d'une telle élévation de température.

Influence de l'électrolyte

Ces chercheurs ont constaté que l'explosion d'une batterie Li-ion peut survenir même pour un accumulateur déchargé. Parmi les réactions intervenant dans les explosions de batteries Li-ion, la combustion de l'acide pyruvique ($C_3H_4O_{3(l)}$), utilisé comme électrolyte, joue un rôle important dans l'élévation de température. Sa réaction de combustion est modélisée par l'équation

$$\frac{5}{2}\,O_{2\,(g)} + C_3H_4O_{3\,(l)} \longrightarrow 3\,CO_{2\,(g)} + 2\,H_2O_{(g)} \qquad (I.3)$$

Q 21. Justifier que l'enthalpie standard de formation de $O_{2\,(g)}$ est nulle.

Q 22. Déterminer l'enthalpie standard de réaction à 298 K. Commenter son signe.

Afin d'évaluer les risques lors d'une surchauffe d'une batterie Li-ion, un accumulateur de type 18650 initialement à la température Ti = 298 K sous une pression Pi = 1,0 bar est placé dans un calorimètre en acier fermé hermétiquement de volume V_0 = 150 mL (figure 3). Le système est équipé d'une mesure en temps réel de la température et de la pression malgré l'explosion. Cette batterie est chauffée progressivement jusqu'à θ_0 = 129°C, température à partir de laquelle l'explosion de la batterie commence. Dans toute l'étude, on suppose que la capacité thermique du calorimètre est négligeable et que le volume occupé par la batterie est négligeable devant l'espace libre disponible. En outre, on considère les gaz comme parfaits.

Q 23. Déterminer, compte tenu de l'évolution de la température observée (figure 4), si le calorimètre est parfaitement calorifugé.

Q 24. En estimant le temps caractéristique de retour à la température ambiante, justifier que la transformation du contenu du calorimètre liée à l'explosion peut être assimilée à une transformation adiabatique.

Q 25. En utilisant la figure 4, estimer la quantité de matière d'acide pyruvique mise en jeu lors de l'explosion.

Q 26. Déterminer la quantité de matière d'acide pyruvique $n(C_3H_4O_3)_{lim}$ conduisant à la pression p_{lim} = 75 bar dans le calorimètre.

Q 27. Sachant que le calorimètre utilisé peut résister à une pression de 75 bar, conclure quant à l'intérêt d'un des éléments constitutifs du calorimètre schématisé sur la figure 3.

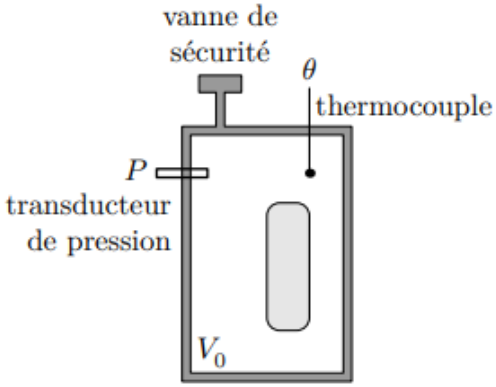


Figure 3 Vent Sizing Package 2 (VSP2™), calorimètre adiabatique à faible inertie thermique, d'après `https://www.fauske.com`

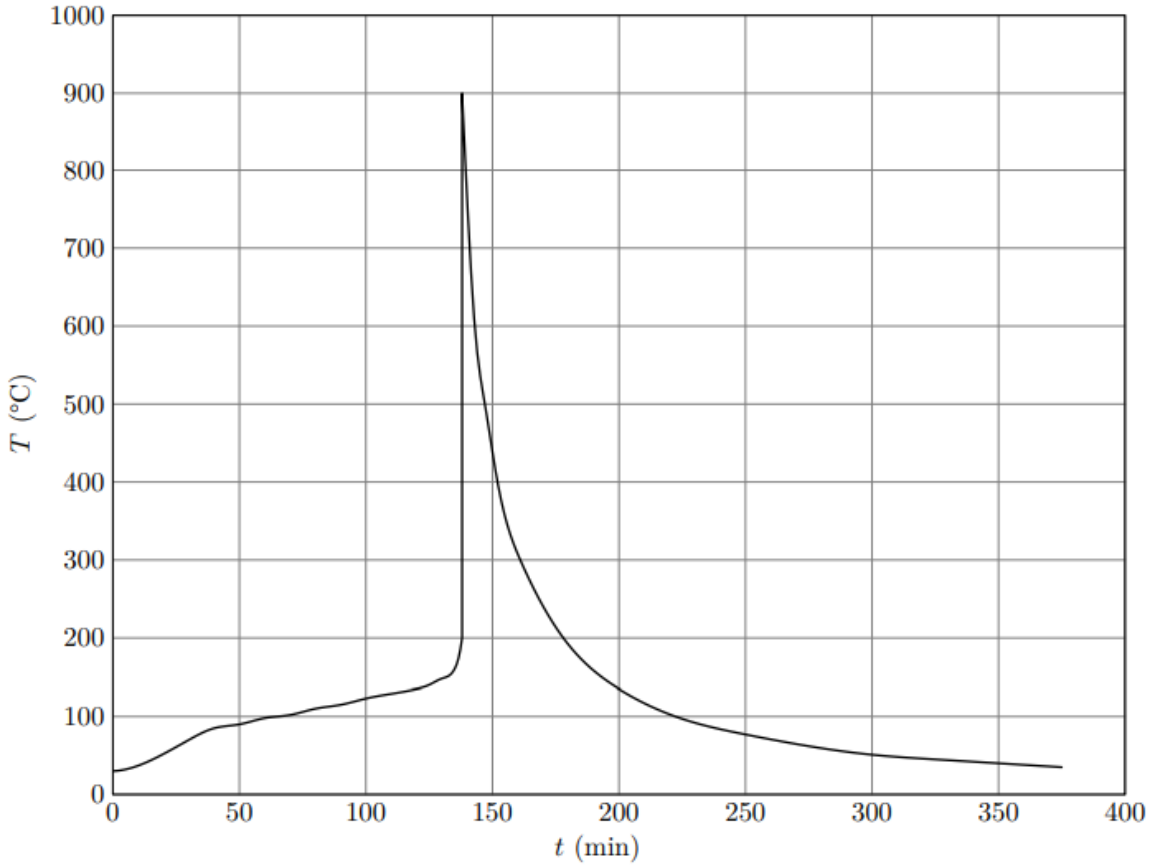


Figure 4 Profil de température d'une batterie chauffée dans un calorimètre, d'après Can-Yong Jhu *et al*, Journal of Hazardous Materials, 2011

Données pour le 4è problème :

— Constante universelle des gaz parfaits : $R = 8{,}31\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

— Enthalpies standard de formation à 298 K

	$C_3H_4O_{3(l)}$	$CO_{2(g)}$	$H_2O_{(g)}$
$\Delta_f H^\circ$ (kJ·mol^{-1})	−1165,30	−393,5	−241,8

— Masses molaires

	Li	Fe	P	C	O	H
M (g·mol^{-1})	6,9	55,8	31,0	12,0	16,0	1,0

Valeurs relatives à l'accumulateur 18650

— Capacité spécifique $Q = 2600\ \text{mA}\cdot\text{h}$

— Tension $U = 3{,}7\ \text{V}$

— Masse $m = 45{,}5\ \text{g}$

— Diamètre $d = 18\ \text{mm}$

— Hauteur $h = 65\ \text{mm}$

— Résistance interne $r = 7{,}7\ \text{m}\Omega$

— Capacité thermique massique $c_p = 0{,}73\ \text{J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

— Conductivité thermique $\lambda = 0{,}40\ \text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$