

**Toutes les réponses sont EVIDEMMENT à justifier,
les grandeurs introduites à identifier**

Sujet B

1. Soit $P(x, y, z)$ la pression en un point M de l'espace en coordonnées cartésiennes.
 - a. Exprimer le gradient de la fonction $P(x, y, z)$

b. Donner la relation entre la différentielle de $P(M)$ et l'opérateur gradient.

c. Quelle interprétation géométrique donne-t-on au gradient ?

2. Pression dans l'atmosphère isotherme

a. Donner la relation fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur.

b. On modélise l'air par un gaz parfait. Exprimer sa masse volumique en fonction de la pression.

c. Montrer que la pression de l'air en équilibre isotherme est solution d'une équation différentielle d'ordre 1, qu'on mettra sous forme canonique. La résoudre et tracer l'allure de $P(z)$.

- d. Calculer la valeur numérique de la hauteur d'échelle H de l'atmosphère à 290 K.
On donne $R = 8,3$ SI constante des gaz parfaits et $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ la masse molaire de l'air.

3. Débits massiques et débits volumiques :

Un fluide circule dans une canalisation de section $S(x)$ décroissante. On suppose que l'écoulement est majoritairement unidirectionnel selon l'axe de la canalisation : sur une section droite, la masse volumique $\mu(x, t)$ et la vitesse $v(x, t)$ sont uniformes.

- a. Représenter quelques lignes de champ ainsi qu'un tube de courant de cet écoulement.

- b. Définir, puis donner les expressions et les unités des débits massiques D_m et volumique D_v en fonction des données.

- c. L'écoulement est incompressible et homogène. Quel est le débit qui se conserve dans le tube de champ ? Justifier.

- d. En déduire une relation d'ordre entre la vitesse de l'écoulement à l'entrée et à la sortie de la canalisation. Comment peut-on simplement déterminer cette relation d'ordre à partir du tracé des lignes de champ dans le tube de courant ?