

**Toutes les réponses sont EVIDEMMENT à justifier,
les grandeurs introduites à identifier**

Sujet B

1. Soit $P(x, y, z)$ la pression en un point M de l'espace en coordonnées cartésiennes.
 - a. Exprimer le gradient de la fonction $P(x, y, z)$
 - b. Donner la relation entre la différentielle de $P(M)$ et l'opérateur gradient.
 - c. Quelle interprétation géométrique donne-t-on au gradient ?

2. Pression dans l'atmosphère isotherme

- a. Donner la relation fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur.
- b. On modélise l'air par un gaz parfait. Exprimer sa masse volumique en fonction de la pression.
- c. Montrer que la pression de l'air en équilibre isotherme est solution d'une équation différentielle d'ordre 1, qu'on mettra sous forme canonique. La résoudre et tracer l'allure de $P(z)$.

- d. Calculer la valeur numérique de la hauteur d'échelle H de l'atmosphère à 290 K.
On donne $R = 8,3$ SI constante des gaz parfaits et $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ la masse molaire de l'air.

3. Débits massiques et débits volumiques :

Un fluide circule dans une canalisation de section $S(x)$ décroissante. On suppose que l'écoulement est majoritairement unidirectionnel selon l'axe de la canalisation : sur une section droite, la masse volumique $\mu(x, t)$ et la vitesse $v(x, t)$ sont uniformes.

- a. Représenter quelques lignes de champ ainsi qu'un tube de courant de cet écoulement.

- b. Définir, puis donner les expressions et les unités des débits massiques D_m et volumique D_v en fonction des données.

- c. L'écoulement est incompressible et homogène. Quel est le débit qui se conserve dans le tube de champ ? Justifier.

- d. En déduire une relation d'ordre entre la vitesse de l'écoulement à l'entrée et à la sortie de la canalisation. Comment peut-on simplement déterminer cette relation d'ordre à partir du tracé des lignes de champ dans le tube de courant ?