

APPLICATIONS DIRECTES :**1. Valeurs moyennes et efficaces**

Rappeler les définitions des valeurs moyenne et efficace d'un signal $e(t)$.

On considère un signal T périodique, tel que $\begin{matrix} \text{pour } 0 < t < T/2, e(t) = 5 \text{ V} \\ \text{et pour } T/2 < t < T, e(t) = 0. \end{matrix}$

Représenter $e(t)$ graphiquement. Calculer les valeurs moyenne et efficace de $e(t)$.

2. Modèle de Thévenin :

Donner le schéma électrocinétique d'un générateur de Thévenin. Orienter courant et tension, et donner la relation entre ces deux grandeurs.

On branche une résistance réglable aux bornes de ce générateur.

On mesure une différence de potentiel de 22 V à ses bornes quand il est traversé par un courant de 2 A. La différence de potentiel monte à 30 V lorsque l'intensité du courant descend à 1,2 A.

Sachant que la fém et la résistance interne du générateur restent les mêmes, qu'a-t-on modifié dans le circuit pour faire varier les valeurs précédentes ? Déterminer la valeur numérique de cette grandeur dans les deux situations précédentes.

Déterminer la fém et la résistance interne du générateur de Thévenin.

3. Circuit LR

Un circuit série composé d'une bobine idéale d'inductance L associée en série avec une résistance R est soumis à un échelon de tension. On enregistre le régime transitoire aux bornes de la résistance à l'aide d'une interface Sysam et de Latis pro.

Après avoir justifié les valeurs prises par cette tension à l'instant initial et en régime permanent, représenter l'allure de la courbe obtenue.

Mêmes questions si on s'intéresse à la tension aux bornes de la bobine.

Déterminer l'équation différentielle dont est solution la tension aux bornes de la résistance.

En déduire l'équation différentielle dont est solution la tension aux bornes de la bobine.

4. Système d'ordre 1

On donne la réponse à un échelon d'un système d'ordre 1. Déterminer la valeur numérique de la constante de temps de ce système.

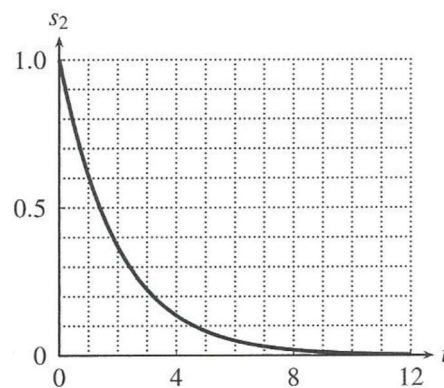
Pour quelles valeurs de t (en ms sur le graphe) a-t-on le régime transitoire ? Le régime permanent ? Le régime permanent est-il stationnaire ou sinusoïdal forcé ?

Le système d'ordre 1 est un circuit RC série où le condensateur est initialement déchargé. Sachant que s_2 est une tension, aux bornes de quel dipôle a-t-elle été relevée ? Est-ce que s_2 est une fonction continue du temps ?

Quelle est la valeur de l'échelon ?

Ecrire l'équation différentielle dont $s_2(t)$ est solution.

Dessiner le circuit qui permet d'étudier la réponse fréquentielle correspondant à cette réponse indicielle. S'agit-il d'un filtre d'ordre 1 ou 2 ? En remplaçant le condensateur par son dipôle équivalent en haute et basse fréquence déterminer la nature du filtre. Donner sa fonction de transfert et la valeur numérique de sa pulsation de coupure.



5. Filtrage graphique

Soit le diagramme de Bode asymptotique de la fonction

de transfert $\underline{H} = \frac{S}{E}$ donné ci- contre.

Déterminer la nature, l'ordre et la bande passante de ce filtre.

Sachant que les tensions sont exprimées en V et le temps en s, déterminer l'expression de $s(t)$ si :

$$e_1(t) = 0,4$$

$$e_2(t) = 0,2 \cdot \cos(2\pi \cdot 10 \cdot t)$$

$$e_3(t) = 0,4 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^2 \cdot t)$$

$$e_4(t) = 5 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^3 \cdot t)$$

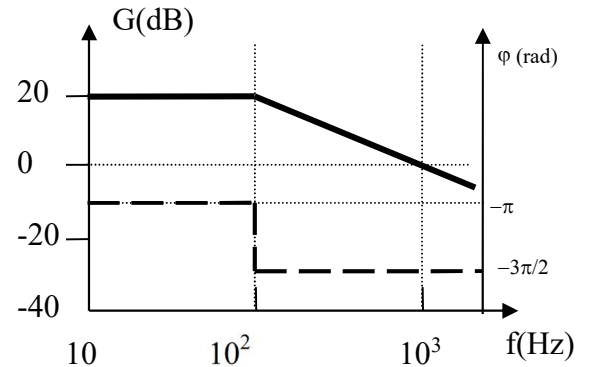
$$e_5(t) = 5 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^4 \cdot t)$$

Représenter graphiquement $e_1(t)$ et $s_1(t)$ sur le même graphe ; $e_2(t)$ et $s_2(t)$ sur le même graphe ; $e_3(t)$ et $s_3(t)$ sur le même graphe ; $e_4(t)$ et $s_4(t)$ sur le même graphe.

Tracer le spectre de Fourier de $e(t) = e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) + e_4(t) + e_5(t)$ puis celui de $s(t)$.

Quels noms particuliers donne-t-on à $e_1(t)$ et $s_1(t)$ dans $e(t)$ et $s(t)$? à $e_2(t)$ et $s_2(t)$ dans $e(t)$ et $s(t)$?

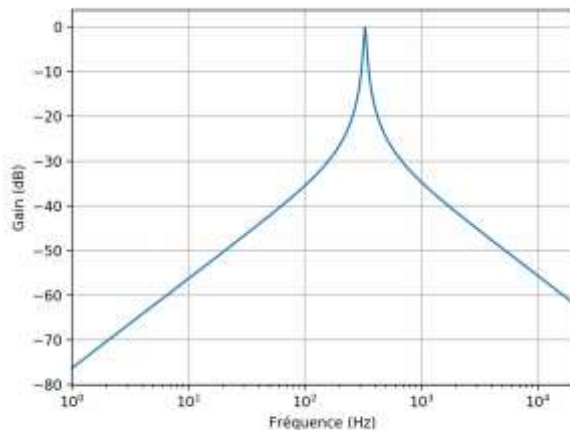
Tracer à l'aide de python $e(t)$ et $s(t)$.



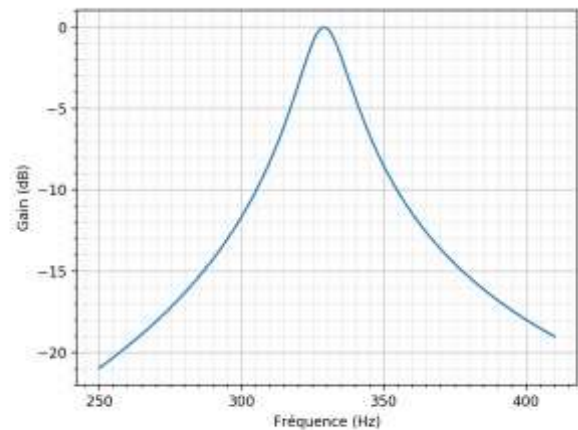
6. Diagramme de Bode

On donne le diagramme de Bode en gain d'un même filtre tracé à deux échelles différentes :

1. Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?
2. Donner une estimation de sa bande-passante à -3 dB après l'avoir définie.
3. Evaluer le facteur de qualité de ce filtre. Peut-on dire que le filtre est très sélectif ?
4. Estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée la composante spectrale fondamentale de valeur 315 Hz d'un signal en sortie de ce filtre.



(a)



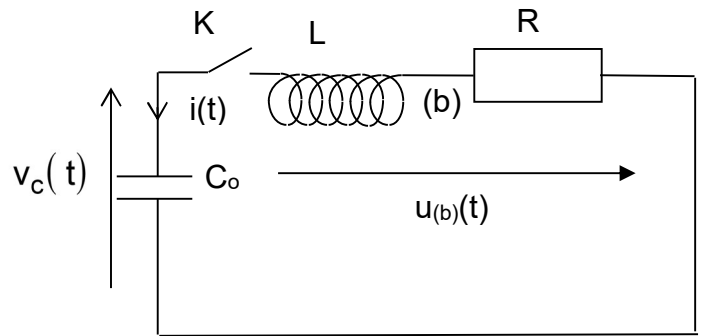
(b)

5. Tracer numériquement le diagramme de Bode de ce filtre à l'aide du script python « diag Bode ordre 2 universel » qui se trouve dans la partie cours du site, électrocinétique, révisions de première année, « annexe ». Vérifier graphiquement la valeur du gain pour 315 Hz, lire graphiquement la valeur du déphasage pour 315 Hz.

6. On suppose que $e(t) = E \cdot \cos(2\pi ft)$ avec $E = 1\text{ V}$ et $f = 315\text{ Hz}$. En déduire l'expression de $s(t)$ et les valeurs numériques caractéristiques. Tracer graphiquement, à l'aide de python, $e(t)$ et $s(t)$ sur le même graphique sur trois périodes.
7. On suppose que $e(t)$ est un signal carré d'amplitude $E = 1\text{ V}$, de valeur moyenne $E_0 = 2\text{ V}$ et de fréquence $f = 315\text{ Hz}$. Représenter graphiquement $e(t)$. Prévoir la forme de $s(t)$ et le représenter graphiquement sur le graphe précédent. Utiliser le script python « Action ordre 2 sur carré » afin de vérifier vos prédictions.

7. Caractéristiques d'un système d'ordre 2

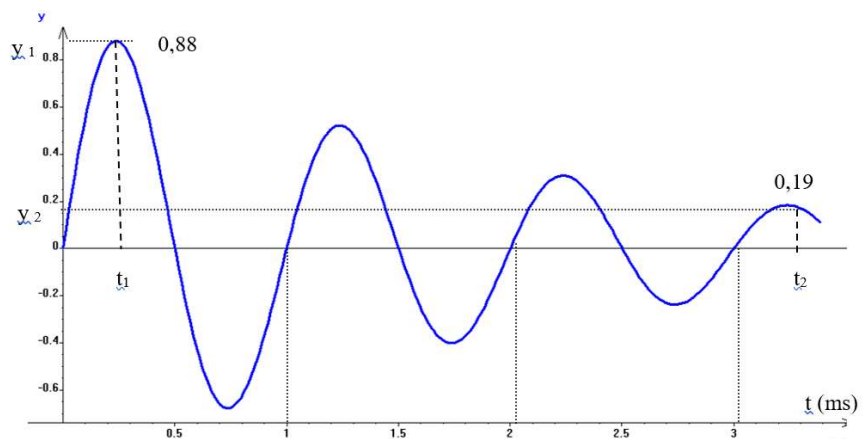
Une bobine réelle, en série avec un condensateur de capacité C_0 forme un circuit résonant, dont le modèle électrique est représenté ci-contre. A $t=0$ le condensateur est initialement chargé la tension à ses bornes vaut $v_c(0) = U_0$, et on ferme l'interrupteur.



- 1) Après avoir rappelé quelles sont les grandeurs électrocinétiques continues pour un condensateur et une bobine, déterminer $v_c(t=0^+)$ et $i(t=0^+)$. En déduire la valeur de la tension aux bornes de la bobine à l'instant $t = 0^+$.

Que deviennent ces valeurs lorsque le régime permanent est atteint ?

On a enregistré à l'aide d'un capteur numérique la courbe ci-contre.



- 2) Quelle est la grandeur mesurée ? (unité des abscisses SI)

- 3) Etablir l'équation différentielle dont $i(t)$ est solution. On posera

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_0}} \text{ et } m = \frac{R}{2L\omega_0}.$$

- 4) D'après la courbe précédente quelle condition a-t-on sur m ?

- 5) Déterminer un ordre de grandeur du facteur de qualité du montage.

- 6) On pose $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}$. Quel

nom donne-t-on à cette grandeur ? Déterminer sa valeur numérique à l'aide de la courbe précédente.

- 7) Donner l'expression de $y(t)$ en fonction du produit $m\omega_0$ et de Ω .

- 8) Montrer comment la connaissance du rapport des amplitudes $y(t_1) = y_1$ et $y(t_2) = y_2$ permet de trouver la valeur du produit $m\omega_0$. AN

- 9) En déduire une expression de ω_0 en fonction du produit $m\omega_0$ et de Ω , puis calculer la valeur numérique de ω_0 .

- 10) On rappelle que $Q = 1/2m$. Calculer Q et comparer à la valeur estimée à la question 4.

- 11) Tracer cette courbe en utilisant un script python de résolution d'équations différentielles.

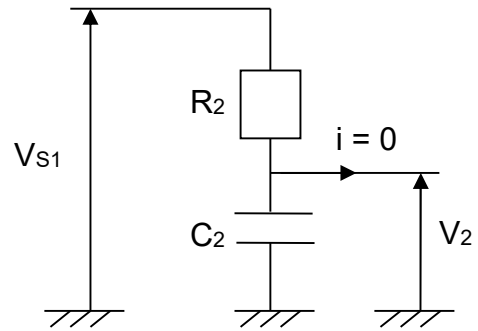
8. Stabilité d'un filtre

- On considère le schéma ci-contre. On se place en régime sinusoïdal forcé. Montrer que la fonction de transfert est donnée par l'expression littérale suivante :

$$\underline{H}_1 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_{S1}} = \frac{1}{1 + jR_2C_2\omega}$$

Déterminer la nature de ce filtre.

- À partir de la fonction de transfert, déterminer l'équation différentielle reliant $V_2(t)$ à $V_{S1}(t)$.
- Dans le cas où $V_{S1}(t) = V_{S10} \cdot \cos(\omega t)$, avec $V_{S10} > 0$, donner la forme générale de la solution $V_2(t)$ de l'équation précédente. On ne déterminera aucune des constantes d'intégration.
- Donner deux arguments permettant de justifier la stabilité de ce système.



EXERCICES

I. Mesure de l'impédance d'une bobine

Pour mesurer la valeur d'une inductance notée L_1 , on utilise le circuit suivant alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $e(t)$ de pulsation ω , et étudié en régime permanent.

La bobine est modélisée par l'association série d'une inductance L_1 et d'une résistance interne R_1 ; on notera $\underline{Z}_1$ son impédance complexe.

Dans ce circuit, $\underline{Z}_2$ est l'impédance correspondant à l'association parallèle d'un condensateur de capacité C_2 réglable et d'un résistor de résistance R_2 réglable.

R_3 et R_4 sont deux résistors de résistances fixes.

- Exprimer les impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$.
- Exprimer $\underline{u}_1$ en fonction de $\underline{e}$, R_3 et $\underline{Z}_1$. Exprimer $\underline{u}_4$ en fonction de $\underline{e}$, R_4 et $\underline{Z}_2$. Exprimer $\underline{u}$ en fonction de $\underline{u}_1$ et $\underline{u}_4$.

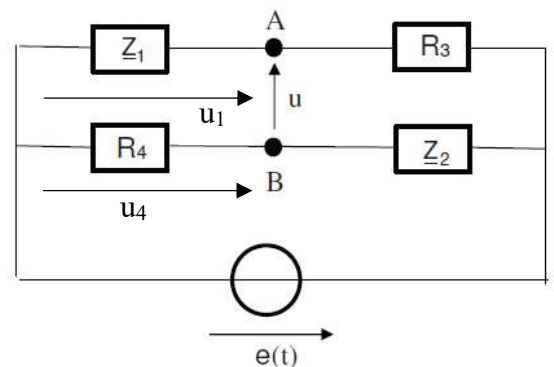
La mesure consiste à régler R_2 et C_2 de façon à ce que la tension u entre les points A et B soit nulle.

- Montrer qu'on a la relation : $\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 = R_3 \cdot R_4$.

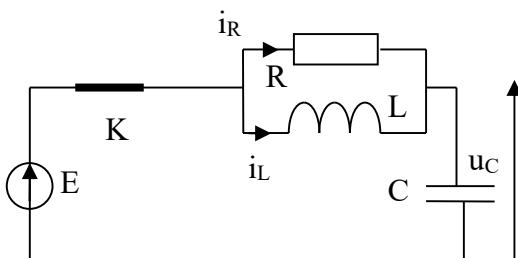
- En déduire les expressions de R_1 et L_1 en fonction de R_2 , R_3 , R_4 et C_2 .

On fixe $R_3 = 100 \, \Omega$ et $R_4 = 10 \, \Omega$, et on mesure $R_2 = 100 \, \Omega$ et $C_2 = 32,5 \, \mu\text{F}$.

- Calculer R_1 et L_1 .



II. Conditions initiales et finales



Soit le circuit ci-contre, où le condensateur est initialement déchargé. A $t = 0$ on abaisse l'interrupteur. Déterminer à l'instant $t = 0^+$, l'intensité dans chaque branche, la tension aux bornes de chaque dipôle, ainsi que $\frac{di_L}{dt}$ et $\frac{du_C}{dt}$.

Que deviennent ces grandeurs lorsque le régime permanent est atteint ?

Etablir l'équation différentielle dont $u_C(t)$ est solution et la mettre sous sa forme canonique.

A quelle condition sur R , L et C le régime est-il pseudo périodique ? Tracer alors l'allure de $u_C(t)$ sans résoudre l'équation différentielle. Mêmes questions pour le régime apériodique.

III. RP : Gabarit d'un filtre :

L'émetteur qui assurait la diffusion de France Inter sur les grandes ondes, transmettait deux signaux autour de $f_0 = 162$ kHz :

Un signal analogique qui contient les informations sonores. Il occupe une bande de fréquence comprise entre 500 Hz et 5 kHz de chaque côté de f_0 .

Un signal numérique qui porte les informations horaires (date et heure). C'est ce signal qui permet de synchroniser les horloges des gares ou des dispositifs radiocommandés des particuliers. Il occupe une bande de fréquence de 800 Hz centrée autour de f_0 .

Comment récupérer le signal horaire ? Préciser les valeurs numériques caractéristiques.

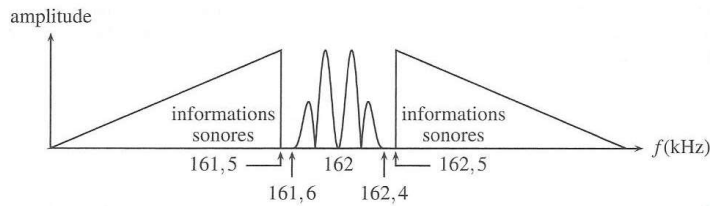
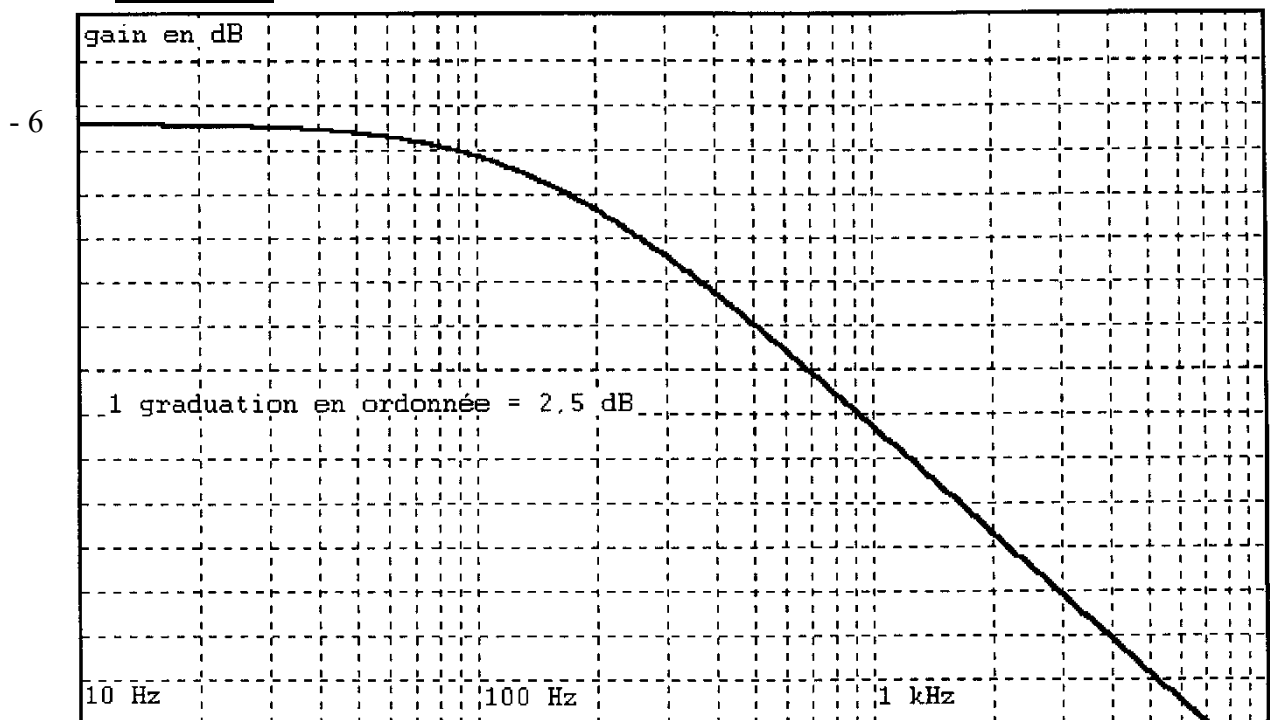


Figure 11.31 – Spectre du signal France-Inter (échelle horizontale non respectée pour des raisons de clarté)

IV. RP : Filtrage



Un étudiant a tracé le diagramme de Bode en amplitude d'un filtre réalisé à partir de l'association de 2 résistances identiques et d'un condensateur. Malheureusement, il a égaré le schéma de son montage...

Votre mission consiste à proposer un montage dont vous déterminerez la valeur de la constante de temps, puis proposerez des valeurs possibles pour les résistances et le condensateur.

Quelle est la réponse de ce montage à un signal sinusoïdal de fréquence 10 kHz ? Représenter graphiquement les signaux d'entrée et de sortie. Quelle est l'opération mathématique réalisée ?