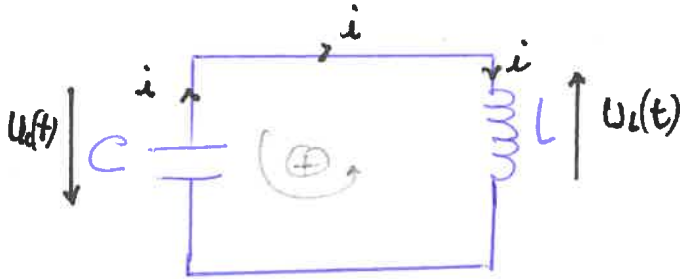


Applications directes 1

Pour réaliser un oscillateur harmonique uniquement avec une bobine et un condensateur, il suffit d'associer en série la bobine et le condensateur.



* Le condensateur doit être chargé à l'état initial pour alimenter le circuit de charge $U_0 = U_C(t=0)$.

* l'équation différentielle:

On applique la loi des mailles:

$$U_C(t) + U_L(t) = 0 \text{ avec } U_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$U_C(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$\text{Loi du condensateur: } \begin{cases} q = U_C C \\ i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \end{cases}$$

$$\text{donc } \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 U_C}{dt^2}$$

$$U_C + LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} = 0$$

$$\text{Ainsi, } \boxed{\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0} \text{ avec } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

* Résolution de l'équation différentielle:

$$\text{On écrit: } \frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

$$U_C(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

$$\text{A } t=0, U_C = U_0 \Rightarrow U_0 = A \cos(0) + B \sin(0) \\ \underline{U_0 = A}$$

$$\text{Or } i = C \frac{dU_C}{dt} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{i}{C}$$

$$\left(\frac{dU_C}{dt}\right)(0^+) = \frac{i(0^+)}{C}$$

la bobine impose la continuité du courant, donc $i(0^-) = i(0^+) = 0$

$$\text{d'où } \left(\frac{dU_C}{dt}\right)(0^+) = \frac{0}{C} = 0$$

$$U_C(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

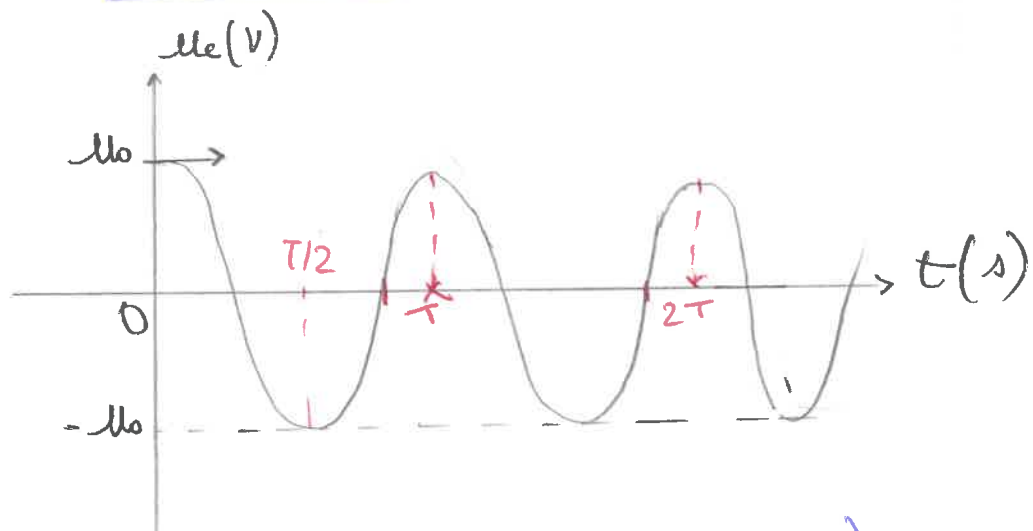
$$\frac{dU_C}{dt} = -A\omega \sin(\omega t) + B\omega \cos(\omega t)$$

$$\text{à } t=0^+, \left(\frac{dU_C}{dt}\right)(0) = 0 \Rightarrow 0 = -A\omega \sin(0) + B\omega \cos(0)$$

$$0 = +B\omega$$

$$\text{Or } \omega \neq 0 \text{ donc } B = 0$$

$$\text{Afin, } U_C(t) = -U_0 \cos(\omega t) \quad \text{TB}$$



b) L'inductance s'exprime en Henry (H)

$$\omega = 2\pi f = \frac{1}{LC} \Rightarrow (2\pi f)^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{(2\pi f)^2 \cdot L}$$

pour 1 bobine de laboratoire de 500 spires $L \approx 10 \text{ mH}$
donc $C \approx \frac{1}{(2\pi \times 563)^2 \times 0,01} = 100 \text{ nF}$

c) En pratique, un oscillateur LC pur ne peut pas fonctionner indéfiniment, car les pertes d'énergie dans les composants provoquent un amortissement. $\rightarrow$ sont out dans la bobine qui présente une résistance interne.

(2)

c) la bobine a une resistance interne r : ✓

donc la loi des mailles devient: $U_e + r i + L \frac{di}{dt} = 0$

~~$U_e +$~~ avec $i = C \frac{dU_c}{dt}$

$$\rightarrow U_e + r C \frac{dU_c}{dt} + LC \frac{d^2 U_c}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2 U_c}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{LC} U_c = 0}$$

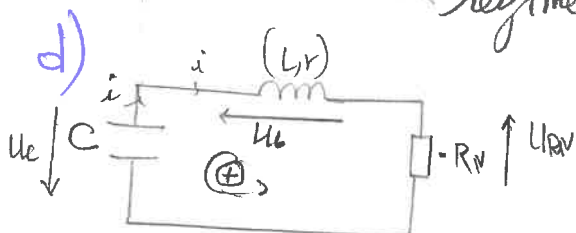
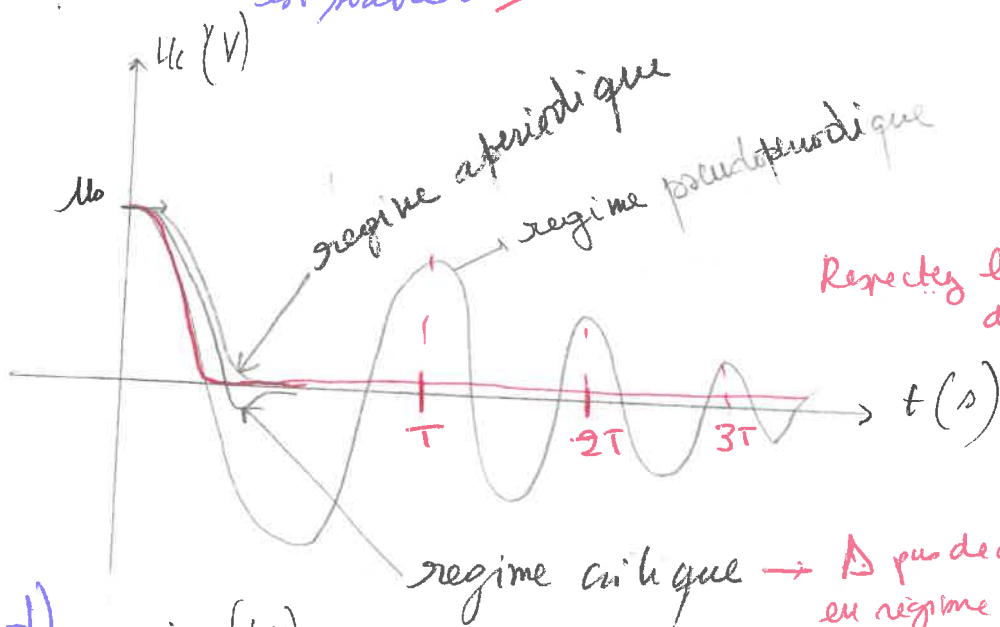
Resolution de l'equation differentielle

$$r^2 + \frac{r}{L} r + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{r}{L}\right)^2 - 4 \frac{1}{LC}$$

$$U_c(t) = U_1 + U_2 \text{ avec } \begin{cases} U_1 = \text{solution particuliere} = 0 \\ U_2 = \text{solution} \end{cases}$$

En regime permanent, $U_c(t)$ tend vers 0 car le systeme est stable. ✓



loi de mailles: $U_e - R_N i + r i + L \frac{di}{dt} = 0$ avec $i = C \frac{dU_c}{dt}$

$$\rightarrow U_e - R_N C \frac{dU_c}{dt} + r C \frac{dU_c}{dt} + LC \frac{d^2 U_c}{dt^2} = 0$$

$$\rightarrow \text{Ainsi, } \boxed{\frac{d^2 U_c}{dt^2} + \left(\frac{r - R_N}{L}\right) \frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{LC} U_c = 0}$$

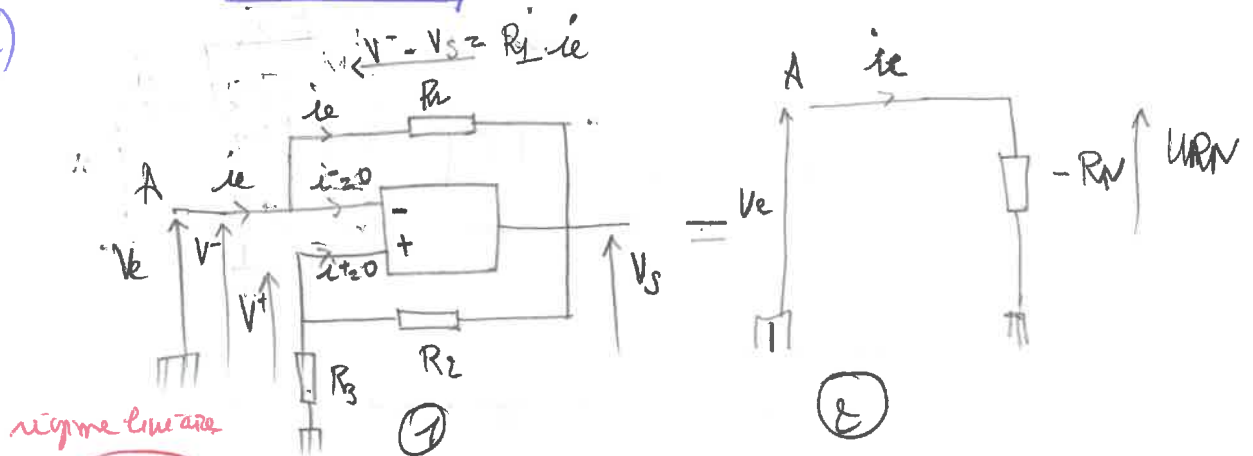
* Pour des oscillations quasi-sinusoïdales, il faut que $x - R_N = 0$

$$\boxed{R_N = x} \quad \text{---}$$

* Pour démarrer les oscillations, il faut que $x - R_N < 0$

donc $\boxed{x < R_N} \quad \text{---}$

e)



régime linéaire

$$V^+ = V^- = V_e$$

$$V^- = V_e \quad V^- - V_s = R_1 i_e \Rightarrow V_s = V^- - R_1 i_e = V_e - R_1 i_e$$

$$V_s = V_e - R_1 i_e \quad \rightarrow \text{car } R_2 \text{ et } R_3 \text{ en série.}$$

Pont diviseur de tension: $V^+ = \frac{R_3}{R_3 + R_2} V_s$ avec $\begin{cases} V^+ = V_e \\ V_s = V_e - R_1 i_e \end{cases}$

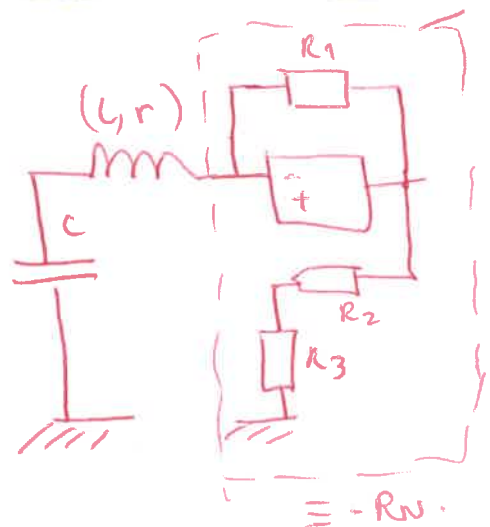
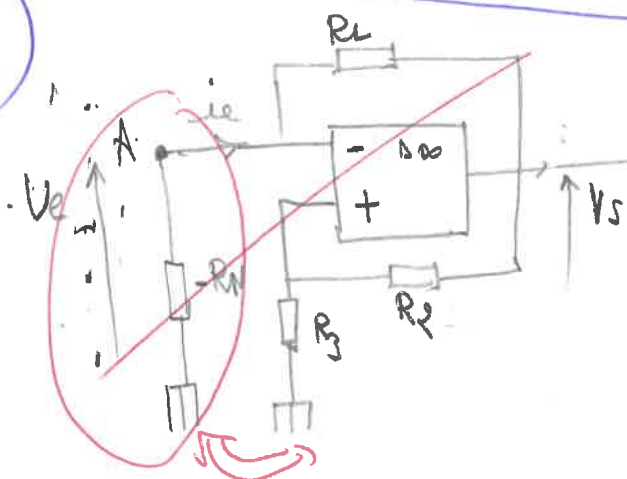
$$V_e = \frac{R_3}{R_3 + R_2} (V_e - R_1 i_e) \Rightarrow V_e \left(\frac{R_3 + R_2 - R_3}{R_3 + R_2} \right) = -R_1 i_e \times \frac{R_3}{R_3 + R_2}$$

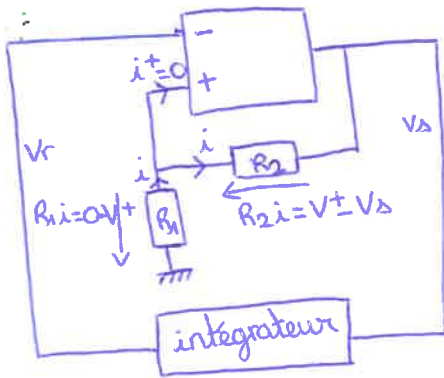
$$\Rightarrow V_e \left(\frac{R_2}{R_3 + R_2} \right) = - \left(\frac{R_1 R_3}{R_3 + R_2} \right) i_e \Rightarrow \boxed{V_e = - \frac{R_1 R_3}{R_2} i_e}$$

loi des mailles sur le circuit ①: $V_e = -R_N i_e$

Par identification, $\boxed{-R_N = - \frac{R_1 R_3}{R_2}} \Leftrightarrow \boxed{R_N = \frac{R_1 R_3}{R_2}}$

f)





a) D'après la loi d'Ohm:

$$R_1 i = -V^+$$

$$R_2 i = V^+ - V_s$$

$$i = \frac{-V^+}{R_1} = \frac{V^+ - V_s}{R_2} \Leftrightarrow -V^+ R_2 = R_1 V^+ - R_1 V_s$$

$$\Leftrightarrow R_1 V_s = R_1 V^+ + V^+ R_2$$

$$\Leftrightarrow R_1 V_s = V^+ (R_1 + R_2)$$

$$\Leftrightarrow V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \quad \underline{B}$$

b) $E = V^+ - V^-$ avec $V^- = V_r$ ✓

donc $E = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s - V_r$ ✓

hypothèse: saturation haute

si $V_s = +V_{sat} \rightarrow E > 0$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} - V_r > 0$$

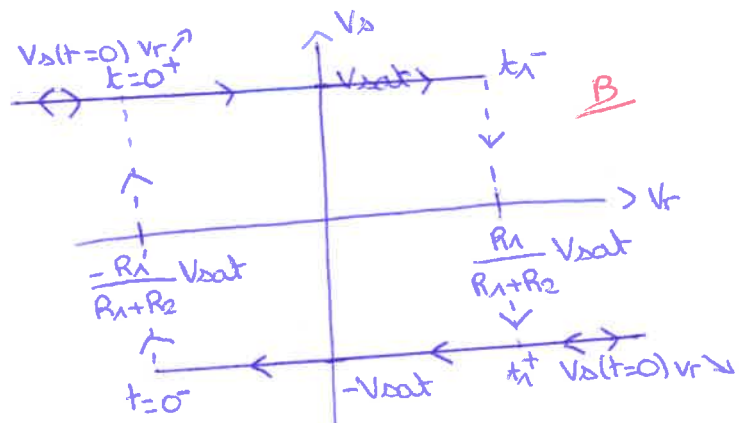
$$\Rightarrow V_r < \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$$

hypothèse: saturation basse

si $V_s = -V_{sat} \rightarrow E < 0$ ✓

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} (-V_{sat}) - V_r < 0$$

$$\Rightarrow V_r > -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$$



c) Valeur de la tension différentielle à $t=0^-$:

à $t=0^-$, $E=0$ car c'est le basculement de la tension de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$.

ainsi $-\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} - V_r(t=0^-) = 0 \Leftrightarrow V_r(t=0^-) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$ ✓

d) Comme $V_r(t)$ est continue: $V_r(t=0^-) = V_r(t=0^+) = V_r(t=0)$ ✓

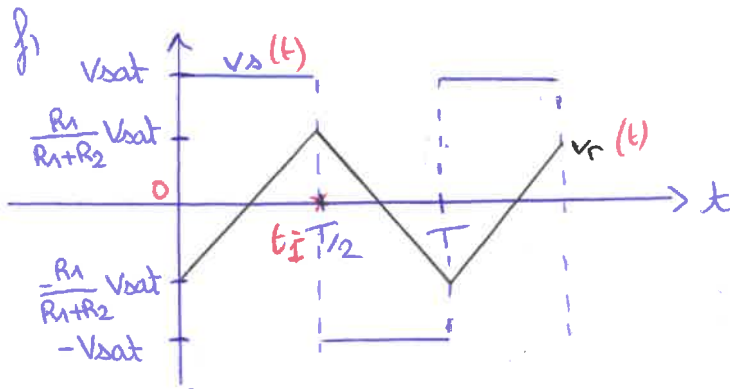
Ainsi $V_r(t=0) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} = -k V_{sat}$ avec $k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ ✓

e) Cette expression reste valable jusqu'au prochain basculement.

$V_r(t)$ est continue

$\Rightarrow V_r(t=t_1^-) = V_r(t=t_1^+) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$ et $V_s(t=t_1^-) = V_{sat}$, $V_s(t=t_1^+) = -V_{sat}$

B



$v_r(t)$ est la tension
car $\frac{dv_r}{dt} = \frac{1}{\tau} V_{sat}$

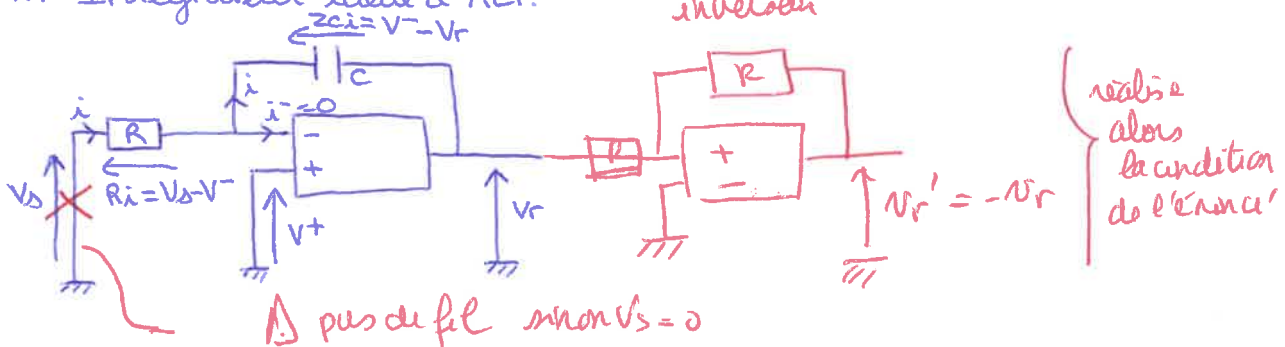
g) Déterminons la période des oscillations :
On a $\tau \frac{dv_r}{dt} = V_{sat}$

$$\Rightarrow \frac{dv_r}{dt} = \frac{v_r(t_1) - v_r(0)}{t_1 - 0} = \frac{V_{sat}}{\tau} \Leftrightarrow \frac{\frac{R_1}{R_1+R_2} V_{sat} + \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{sat}}{t_1} = \frac{V_{sat}}{\tau}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2R_1}{R_1+R_2} = \frac{t_1}{\tau}$$

$$\Leftrightarrow t_1 = 2 \frac{R_1}{R_1+R_2} \tau = 2k\tau$$

h) Intégrateur idéal à ALI:



$$E = V^+ - V^- = 0 \text{ avec } V^+ = 0 \text{ donc } V^- = 0$$

Loi d'Ohm:

$$i = \frac{V^- - V_r}{Z_c} = \frac{V_s - V^-}{R} \Leftrightarrow \frac{-V_r}{Z_c} = \frac{V_s}{R} \Leftrightarrow -RV_r = V_s Z_c$$

$$\Leftrightarrow V_s = -\frac{RV_r}{Z_c}$$

$$\Leftrightarrow -V_s = RV_r j\omega C$$

$$\Leftrightarrow R \frac{dv_r}{dt} = -V_s$$

le montage ne réalise pas la condition $\tau \frac{dv_r}{dt} = V_s$

$\Rightarrow$ mettre un montage inverseur après l'intégrateur.