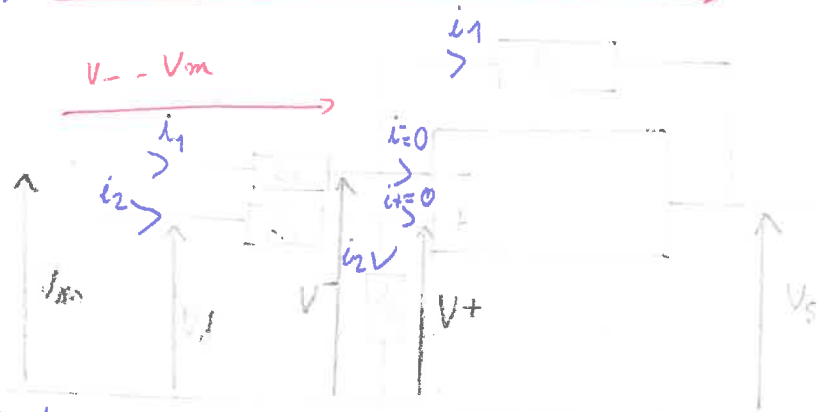


TD n°5 - exercice 2: (groupe 1) $V_s - V_m$

1) La considération de câblage permettant de considérer ce montage comme potentiellement stable est la boucle de rétroaction négative.



2) Exprimons les potentiels V^+ et V^- .

Les résistances R_1 et R_2 sont en série. Ainsi, par un pont diviseur de tensions :

$$(V^- - V_m) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (V_s - V_m)$$

$$\text{d'où } V^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s - \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - 1 \right) V_m = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_m$$

Par ailleurs, les résistances R_3 et R_4 sont également en série, donc par un second pont diviseur de tensions :

$$V^+ = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_d$$

Or, l'ALI fonctionne en régime linéaire. Ainsi :

$$V^+ - V^- = 0$$

$$\text{d'où : } \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_d - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_m = 0$$

D'où la relation :

$$\boxed{\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s(t) = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_d(t) - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_m(t)}$$

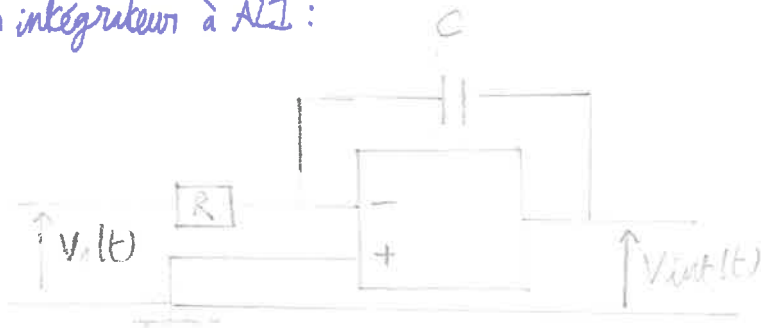
B

Ainsi, pour avoir la relation $V_s(t) = V_d(t) - V_m(t)$, il faut que :

$$\boxed{\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4}}$$

réalisable par exemple
avec $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$.

3) Schéma d'un intégrateur à ALI :



Pour ce montage, on a la relation suivante :

$$V_{int}(t) = -\frac{1}{RC} \int V_1(t) dt$$

4) * On commence par exprimer $V_m(t)$:

$$V_m(t) = k \cdot V_{int}(t) \cdot V_2(t) \quad \text{où } k \text{ est une constante.}$$

$$= k \cdot \int -\frac{1}{RC} \cdot V_{1m} \cos(\omega_1 t) dt \cdot V_{2m} \cos(\omega_2 t)$$

$$= -\frac{k V_{1m}}{RC} \int \cos(\omega_1 t) dt \cdot V_{2m} \cos(\omega_2 t)$$

donc :

$$V_m(t) = -k \frac{V_{1m} \cdot V_{2m}}{\omega_1 RC} \sin(\omega_1 t) \cdot \cos(\omega_2 t)$$

* Puis on exprime $V_d(t)$:

$$V_d(t) = V_{2m} \cos(\omega_2 t - \frac{\pi}{2})$$

$$\text{donc } V_d(t) = V_{2m} \sin(\omega_2 t)$$

* On en déduit l'expression de $V_s(t)$:

$$V_s(t) = V_d(t) - V_m(t)$$

$$\text{d'où : } V_s(t) = V_{2m} \sin(\omega_2 t) + \frac{k V_{1m} V_{2m}}{\omega_1 RC} \sin(\omega_1 t) \cdot \cos(\omega_2 t)$$

On identifie :

$$A = V_{2m}$$

et :

$$B(\omega_1) = \frac{k V_{1m} V_{2m}}{\omega_1 RC} \sin(\omega_1 t)$$

On a alors bien :

$$V_s(t) = A \sin(\omega_2 t) + B(\omega_1) \cos(\omega_2 t)$$

5) D'après le formulaire proposé, $V_s(t)$ peut se mettre sous la forme:

$$V_s(t) = \sqrt{A^2 + B(\omega_1)^2} \sin(\omega_2 t + \varphi(t))$$

d'où:

$$\tan(\varphi(t)) = \frac{\sin(\varphi(t))}{\cos(\varphi(t))}$$

$$= \frac{B(\omega_1)}{\sqrt{A^2 + B(\omega_1)^2}} \times \frac{\sqrt{A^2 + B(\omega_1)^2}}{A}$$

$$= \frac{B(\omega_1)}{A}$$

d'où: $\boxed{\tan(\varphi(t)) = \frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC} \sin(\omega_1 t)}$ *on*

Mettre ensuite $V_s(t)$ sous la forme attendue en remplaçant les expressions de A et B(ω_1):

$$V_s(t) = \sqrt{V_{2m}^2 + \left(\frac{k V_{1m} V_{2m}}{\omega_1 RC}\right)^2 \sin^2(\omega_1 t)} \sin(\omega_2 t + \varphi(t))$$

d'où:

$$\boxed{V_s(t) = V_{2m} \sqrt{1 + \left(\frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC}\right)^2 \sin^2(\omega_1 t)} \sin(\omega_2 t + \varphi(t))}$$

On identifie: $\boxed{E = \frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC}}$ *on*

On a alors bien la forme attendue:

$$V_s(t) = V_{2m} \sqrt{1 + E^2 \sin^2(\omega_1 t)} \sin(\omega_2 t + \varphi(t))$$

6) * Si $\varphi(t)$ est petit devant 1, on peut estimer que:

$$\tan(\varphi(t)) \approx \varphi(t)$$

$$\text{alors } \varphi(t) = \sin(\omega_1 t) \frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC}$$

* Si $E \ll 1$, on a la relation:

$$\sqrt{1 + E^2 \sin^2(\omega_1 t)} \approx 1$$

On remplace dans l'expression de $V_s(t)$:

$$V_s(t) = V_{2m} \sqrt{1} \sin(\omega_2 t + \sin(\omega_1 t) \frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC})$$

$$\text{d'où } V_s(t) = V_{2m} \sin(\omega_2 t + \sin(\omega_1 t) \frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC})$$

On identifie: $\boxed{m = \frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC}}$ *on*

on a alors bien :

$$V_s(t) = V_{2m} \sin(\omega_2 t + m \sin(\omega_1 t))$$

7) Par identification, on a :

$$\psi(t) = \omega_2 t + \sin(\omega_1 t) \frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC}$$

On dérive cette expression pour obtenir une relation contenant $\Omega(t)$:

$$\begin{aligned}\Omega(t) &= \frac{d\psi(t)}{dt} \\ &= \frac{d(\omega_2 t)}{dt} + \frac{k V_{1m}}{\omega_1 RC} \frac{d \sin(\omega_1 t)}{dt} \\ &= \omega_2 + \frac{k V_{1m} \omega_1}{\omega_1 RC} \cos(\omega_1 t)\end{aligned}$$

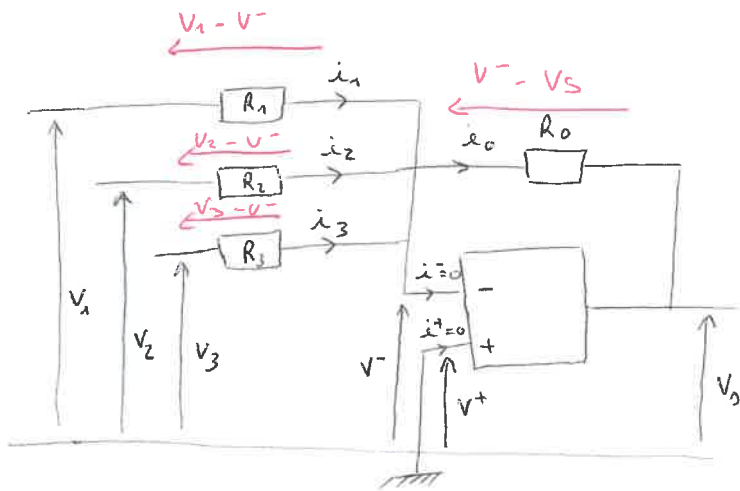
d'où :

$$\boxed{\Omega(t) = \omega_2 + \frac{k}{RC} V_1(t)}$$

On peut parler de modulation en fréquence pour ce traitement de signal car l'information du signal modulé $V_1(t)$ est contenue dans la fréquence

$$f_A = \frac{\Omega(t)}{2\pi} \text{ du signal de sortie } V_s(t). \quad \underline{B}$$

TD 5 : Exercice III.



ALI idéal : $i^+ = i^- = 0$

en régime linéaire :

$$E = V^+ - V^- = 0$$

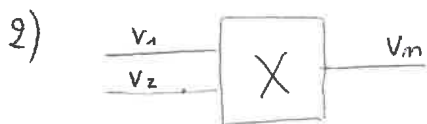
$$1) \quad i_1 = \frac{V_1 - V^-}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} \quad ; \quad i_2 = \frac{V_2 - V^-}{R_2} \quad ; \quad i_3 = \frac{V_3 - V^-}{R_3}$$

$$i_0 = \frac{V^- - V_0}{R_0}$$

Loi des nœuds : $i_0 = i_1 + i_2 + i_3$

$$\Rightarrow -\frac{V_0}{R_0} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \quad \Rightarrow \quad V_0 = -R_0 \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \right)$$

comme il y a une rétroaction négative, ce montage s'appelle un sommateur inverseur.

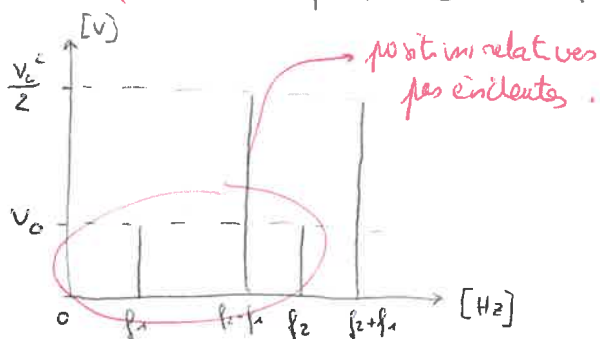


$$V_0 = -R \frac{V_1 + V_2 + V_m}{R} = -(V_1 + V_2 + V_m) \quad \underline{B}$$

$$V_m = k V_1(t) \times V_2(t) = k V_0 \cos(2\pi f_1 t) \times V_0 \cos(2\pi f_2 t)$$

$$= k V_0^2 \frac{1}{2} \left(\cos((f_2 + f_1)2\pi t) + \cos((f_2 - f_1)2\pi t) \right)$$

$$V_0 = \left(-V_0 \cos(2\pi f_1 t) - V_0 \cos(2\pi f_2 t) - \frac{V_0^2}{2} \cos((f_2 + f_1)2\pi t) - \frac{V_0^2}{2} \cos((f_2 - f_1)2\pi t) \right) k$$

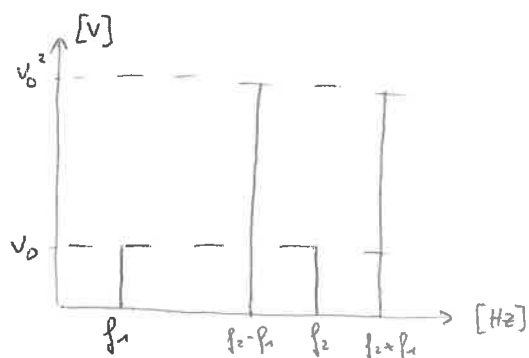


Amplitude	Fréquence	par exemple
V_0	f_1	<u>B</u>
V_0	f_2	
$V_0^2/2$	$f_2 + f_1$	
$V_0^2/2$	$f_2 - f_1$	

$$3) V_D = -R_o \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_m}{R_3} \right) = - \left(\frac{V_1 R_o}{R_1} + \frac{V_2 R_o}{R_2} + \frac{V_m R_o}{R_3} \right)$$

$$= -V_1 - V_2 - 2V_m$$

$$= -V_o \cos(2\pi f_1 t) - V_o \cos(2\pi f_2 t) - V_o^2 \cos((f_2 + f_1)2\pi t) - V_o^2 \cos((f_2 - f_1)2\pi t)$$



les positions relatives dépendent de f_1 et f_2 .

Amplitude de	fréquence
V_o	f_1
V_o	f_2
V_o^2	$f_2 + f_1$
V_o^2	$f_2 - f_1$

l'amplitude de ces raies est multipliée par 2.

- 4) Le curseur vertical 1 indique la fréquence $f'_o = 300 \text{ Hz}$
 Le curseur vertical 2 indique la fréquence $f''_o = 900 \text{ Hz}$
 pour 2 amplitudes différentes.

$f'_o = 300 \text{ Hz}$ a la même amplitude que $f_1 + f_2$

$$\text{donc } f'_o = f_2 - f_1$$

$f''_o = 900 \text{ Hz}$ représente donc une raie dont l'amplitude correspond soit à f_1 , soit à f_2 .

$$\text{posons } f''_o = 900 \text{ Hz} = f_2 \text{ avec } f_2 > f_1$$

$$\text{donc } f_1 = f_2 - f'_o = 900 - 300$$

$$f_1 = 600 \text{ Hz}$$