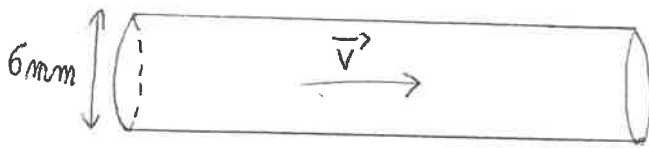


TD13 - AD1



On note r le rayon de la conduite et $r = 3\text{mm}$

Débit volumique : $Dv = 100\text{L} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{100 \times 10^{-3}}{3600} = 2,7 \times 10^{-5} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Vitesse débitante $u = \frac{Dv}{S} = \frac{2,7 \times 10^{-5}}{\pi (3 \times 10^{-3})^2} = 0,95 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
surface $\rightarrow S$

On a : masse volumique de l'essence : $\mu = 720 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

coefficient de viscosité : $\eta = 0,65 \times 10^{-3} \text{Pa}$

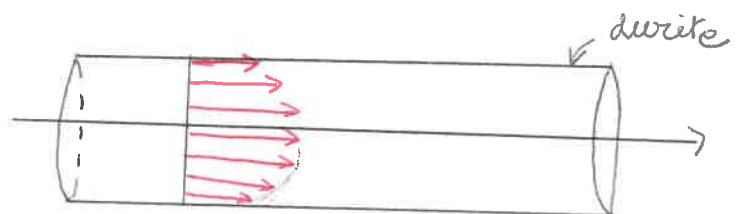
On calcule le nombre de Reynolds : avec D : diamètre conduite

$$R = \frac{\mu u D}{\eta} = \frac{720 \times 0,95 \times 6 \times 10^{-3}}{0,65 \times 10^{-3}} = 6314 > 3000$$

≈ 6300

Donc l'écoulement dans les conduites est turbulent. ✓

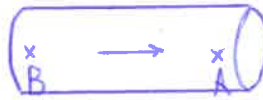
Pour $R = 6 \times 10^3$,



(À cause de la condition d'adhérence entre le fluide et la conduite, le profil de vitesse du fluide est plutôt uniforme ^B car l'écoulement est turbulent. Le profil des vitesses est parabolique seulement si l'écoulement ~~serait~~ ^{était} très laminaire. ✓

TD 13 - AD 3

$$1. R_H = \frac{P(B) - P(A) - P_a}{D_v - m^2 \cdot 2^{-1}}$$



La résistance hydraulique est définie pour un écoulement laminaire.

Cette grandeur est analogue à la loi d'Ohm: $R = \frac{U}{I}$

hydraulique	électrique
R_H	R
ΔP	U
D_v	I

$$2. R_H = \frac{8L\eta}{R^4 \pi}$$

$\xrightarrow{\text{longueur du tube (m)}}$
 $\xrightarrow{\text{coefficient de viscosité (Pa.s)}}$
 $\xrightarrow{\text{rayon du tuyau (m)}}$

3. Relation fondamentale de la statique des fluides:

$$\vec{\text{grad}} P = \rho \vec{g}$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

$$dP = -\rho g dz$$

$$P(z) = -\rho g z + \text{cte}$$

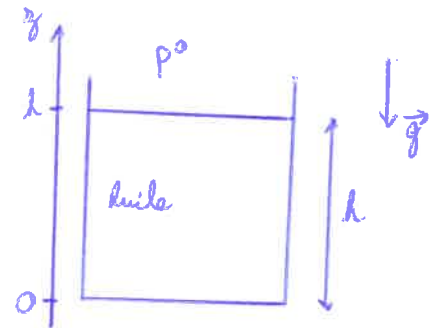
$$(P(z=0) = P_{\text{huile}} = -\rho g z + \text{cte})$$

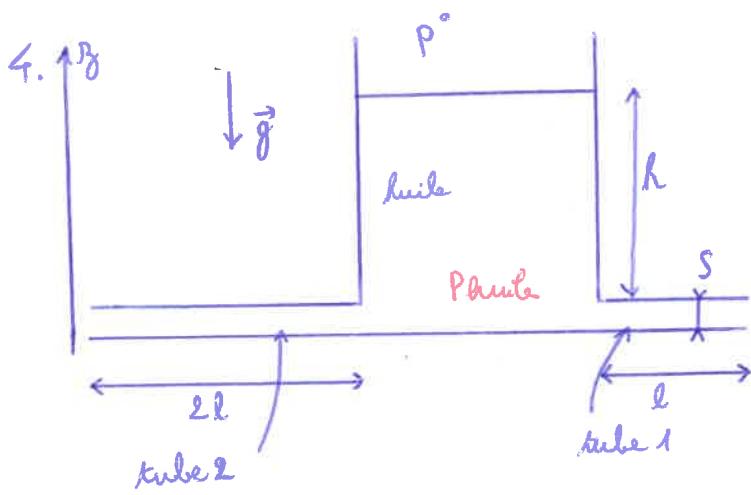
$$P(z=h) = P^0 = -\rho g h + \text{cte}$$

$$P_{\text{huile}} - P^0 = -\rho g (z-h)$$

$$P_{\text{huile}} = -\rho g (z-h) + P^0$$

$$\boxed{P_{\text{huile}} = P^0 + \rho g h} \quad \text{en } z=h.$$





$$R_{H_1} = \frac{8l \eta_{huile}}{\pi R^4}$$

$$R_{H_2} = \frac{8 \times 2l \eta_{huile}}{\pi R^4}$$

$$\frac{R_{H_1}}{R_{H_2}} = \frac{8l \eta_{huile}}{\pi R^4} \times \frac{\pi R^4}{16l \eta_{huile}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$R_H = \frac{\Delta P}{D_V}$$

$$R_{H_1} = \frac{\Delta P}{D_{V_1}}$$

$$R_{H_2} = \frac{\Delta P}{D_{V_2}}$$

$$\frac{R_{H_1}}{R_{H_2}} = \frac{D_{V_2}}{D_{V_1}} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{2D_{V_2} = D_{V_1}}$$

B

TD 13 AD 4

section / il faut selon l'aperçu des variables.

a) $Dv = VS \Rightarrow V = \frac{Dv}{S} = \frac{0,5}{\pi \times 0,1^2} \approx 16 \text{ m.s}^{-1}$

$S = \pi R^2$

$\downarrow$
vitesse moyenne

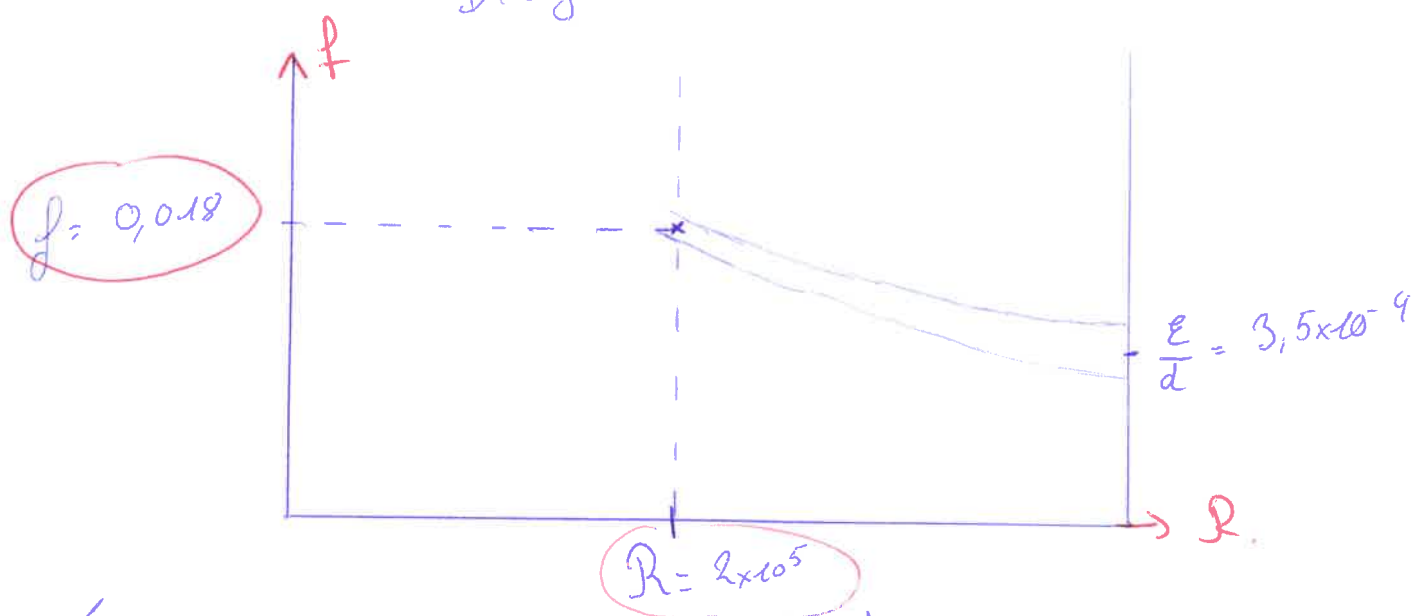
$\downarrow$
masse volumique de l'air

b) $R = \frac{\mu \downarrow 2kV}{\eta} = \frac{1,3 \times 0,2 \times 16}{1,8 \times 10^{-5}} \approx 2 \times 10^5$

Ce l'écoulement est turbulent

c) Rugosité relative = $\frac{\epsilon}{d} = \frac{0,075 \times 10^{-3}}{0,2}$

Diagramme de Moody $\approx 3,5 \times 10^{-4}$



Le coefficient de perte de charge est 0,018

d) $P_e - P_s > 0$ car l'écoulement va de l'entrée à la sortie

e) $f = \frac{2d}{\mu v^2 L} \Delta P$ $\Delta P = \frac{f \mu v^2 L}{2d} = \frac{0,018 \times 1,3 \times (16)^2 \times 20}{2 \times 0,2} = 3 \times 10^3 \text{ Pa}$

GRUPE 8

TD13

AD5

* Quand les lignes de champ sont collées à la voiture, on a un écoulement laminaire, par contre derrière nous avons un écoulement turbulent ✓

* C_x dépend du nombre de Reynolds

$$Re = \frac{\mu U L}{\eta}$$

d'où C_x dépend de la vitesse débitante U

et de L une dimension caractéristique de la voiture

μ = masse volumique de l'air

η = coefficient de viscosité dynamique de l'air.

AD6, TD 13, gr 10.

a.)

$$L_{\text{maquette}} = \frac{S}{10} = \frac{L}{10}$$

Il faut que la simulation corresponde à la réalité donc:

$$\frac{\mu V L}{\eta} = \frac{\mu_m V_m L_m}{\eta_m}$$

masse volumique

$$\text{or } \boxed{\mu = \mu_m} = \mu_{\text{air}}$$

et

$$\boxed{\eta = \eta_m}$$

= η_{air} coef de viscosité dynamique.

donc on a $V L = V_m L_m$

$$V_m = \frac{V L}{L_m} = \frac{55,5 \cdot 5}{(5/10)} = \boxed{555 \text{ m.s}^{-1}}$$

$$\rho_m = 1,2$$

$$\eta_m = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pl}$$

$Q_{\text{simulation}} = Q_{\text{réel}}$
nombre de Reynolds.

200 km	1 h
$200 \cdot 10^3 \text{ m}$	3600 s

b.)

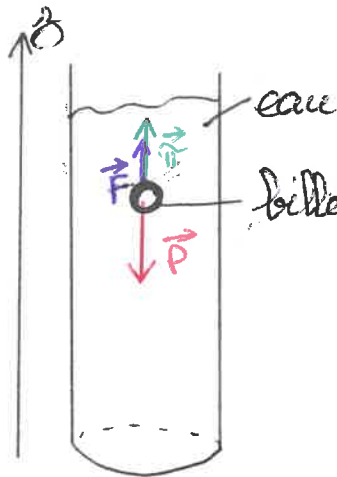
$$Q = \frac{\mu V L}{\eta} = \frac{\overbrace{\mu_e V_e L_e}^{1000} \cdot \frac{L}{10}}{\eta_e / 1.0 \cdot 10^3}$$

$$V_e = \frac{\eta_e \cdot K \cdot 10}{K \rho_e \eta_{\text{air}}} = \frac{1.0 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 \cdot 55,5 \cdot 10}{1000 \cdot 1,8 \cdot 10^{-5}} = \boxed{37 \text{ m.s}^{-1}}$$

c'est rapide!

AD7-TD13

B



1) Snugg: écoulement laminaire

• principe fondamental de la dynamique:
appliqué à la bille

$$\vec{P} + \vec{P} + \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\Leftrightarrow -m_{\text{eau déplacée}} \vec{g} + m \vec{g} - 6\pi \eta r \vec{v} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{6\pi \eta r}{m} \vec{v} = -\frac{m_{\text{eau déplacée}}}{m} \vec{g} + \vec{g}$$

- on cherche la vitesse limite, c'est lorsque la vitesse devient uniforme donc lorsque l'accélération est nulle, donc lorsque $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ ✓

$$\Leftrightarrow \frac{6\pi \eta r}{m} \vec{v} = \vec{g} \left(-\frac{m_{\text{eau déplacée}}}{m} + 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{g(m - m_{\text{eau déplacée}})}{6\pi \eta r}$$

- calculons $m_{\text{eau déplacée}}$: $m_{\text{eau déplacée}} = V_{\text{bille}} \times \rho_{\text{eau}}$
 $V_{\text{bille}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (2 \times 10^{-3})^3 \approx 3,35 \times 10^{-8} \text{ m}^3$

$$\text{donc } m_{\text{eau déplacée}} = 3,35 \times 10^{-8} \times 1000 = 3,35 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \text{• on a donc } v &= \frac{9,81(0,05 \times 10^{-3} - 3,35 \times 10^{-5})}{6 \times \pi \times 2 \times 10^{-3} \times 10^{-3}} \\ &= 4,29 \text{ m.s}^{-1} \end{aligned}$$

$$v = 4,3 \text{ m.s}^{-1}$$

B

- calcul du nombre de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho_{\text{eau}} v 2r}{\eta_{\text{eau}}} = \frac{1000 \times 4,3 \times 10^{-3} \times 4}{10^{-3}} = 1,7 \times 10^4 \approx 2 \times 10^4 \gg 2000 \quad \checkmark$$

- L'hypothèse n'est pas vérifiée car l'écoulement est non-laminaire car $Re \gg 2000$. ✓

2) L'écoulement est donc turbulent donc la force de traînée devient:

$$T = \frac{1}{2} C_x \mu S v^2 \quad \checkmark$$

S'équation devient: $\vec{\Pi} + \vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$

$$\Leftrightarrow -m_{\text{eau déplacée}} \vec{g} + m \vec{g} - \frac{1}{2} C_x \mu S \vec{v}^2 = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\Leftrightarrow m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{2} C_x \mu S \vec{v}^2 = \underbrace{-m \vec{g}}_{\text{eau déplacée}} + m \vec{g}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{2m} C_x \mu S \vec{v}^2 = \vec{g} \left(1 - \frac{m_{\text{eau}}}{m}\right)$$

$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{2g(m - m_{\text{eau}})}{C_x \mu S}$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2g(m - m_{\text{eau}})}{C_x \mu S}}$$

• on trouve C_x grâce à la courbe $C_x(Re)$, pour un écoulement turbulent $C_x \approx 0,4 \quad \checkmark$

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi (2 \times 10^{-3})^2 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad \checkmark$$

$$\text{ainsi } v = \sqrt{\frac{2 \times 9,81 (0,05 \times 10^{-3} - 3,35 \times 10^{-5})}{0,4 \times 1000 \times 50 \times 10^{-6}}} = 1,3 \times 10^{-1} \text{ m.s}^{-1}$$

$$\boxed{v = 1,3 \times 10^{-1} \text{ m.s}^{-1}} \quad \checkmark = 0,13 \text{ m.s}^{-1}$$

• calcul du nombre de Reynolds:

$$Re = \frac{\mu v 2r}{\eta} = \frac{1000 \times 1,3 \times 10^{-1} \times 4 \times 10^{-3}}{10^{-3}} = 520$$



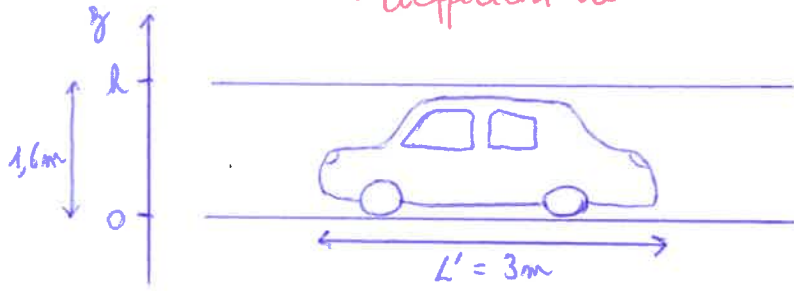
correspond à $C_x = 0,5$
sur la courbe $C_x(Re)$

le modèle est meilleur

TD 13-AD8

$$R = \frac{UL\mu}{\eta}$$

U : vitesse de l'écoulement
 L : dimension caractéristique de la voiture
 μ : masse volumique de l'air
 η : coefficient de viscosité de l'air.



$$U = 72 \text{ km/h} = \frac{72 \times 10^3}{3600} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\mu_{\text{air}} = 1 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$L = 1,6 \text{ m}$$

$$\eta_{\text{air}} = 1,85 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$R = \frac{20 \times 1,6 \times 1}{1,85 \times 10^{-5}}$$

$$R = 1,73 \times 10^6$$

Conclure

→ l'écoulement est turbulent car $R > 3000$

$$D = \frac{\delta^2}{\tau_{\text{diff}}} = \frac{\eta}{\mu}$$

$$R = \frac{UL\mu}{\eta} \text{ or } U = \frac{L'}{\tau_{\text{diff}}}$$

$$\delta^2 = \tau_{\text{diff}} \times \frac{\eta}{\mu} = \frac{L'}{U} \times \frac{UL'}{R}$$

$$\delta = \frac{L'}{\sqrt{R}}$$

$$\delta = \frac{3}{\sqrt{1,73 \times 10^6}} = 2,28 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 2 \text{ mm}$$

$$R_{\text{couche limite}} = \frac{U\delta\mu}{\eta} = \frac{20 \times 2,28 \times 10^{-3} \times 1}{1,85 \times 10^{-5}}$$

$$= 2465$$

= écoulement visqueux

L'écoulement est laminaire, mais il n'est pas parfait car il y a de la viscosité.
 = écoulement non visqueux