

**APPLICATIONS DIRECTES****1. Ecoulement laminaire ou turbulent**

Une pompe à essence assure un écoulement permanent de l'essence dans des durites de 6 mm de diamètre. Le débit volumique est de l'ordre de  $100 \text{ L.h}^{-1}$ .

Essence SP98 : viscosité :  $0,65 \cdot 10^{-3} \text{ Pl}$  ; masse volumique  $720 \text{ kg.m}^{-3}$

L'écoulement dans les durites est-il laminaire ou turbulent ?

Le profil de vitesse du fluide, à travers une section droite de durite est-il uniforme ou parabolique ?

**2. Ecoulement de Poiseuille cylindrique :**

Savoir modéliser l'écoulement visqueux, déterminer le champ des vitesses, le débit de volume et calculer la résistance hydraulique.

**3. Résistance hydraulique**

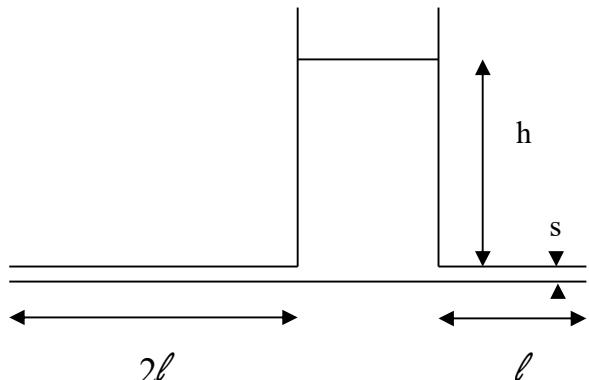
1. Rappeler la définition de la résistance hydraulique. Donner les unités de toutes les grandeurs qui entrent en jeu. Pour quels types d'écoulement est-elle définie ? Avec quelle autre loi cette grandeur est-elle analogue ?

2. Rappeler l'expression de la résistance hydraulique pour un écoulement de Poiseuille. On donnera le nom et les unités de toutes les grandeurs introduites.

On considère un récipient de grand volume, ouvert, qui contient de l'huile sur une hauteur  $h$ .

3. Quelle est la valeur de la pression au fond du récipient ?

4. Le bas du récipient est maintenant percé par des tuyaux de même faible section  $s$ , mais la longueur de l'un est le double de la longueur de l'autre. Exprimer les résistances hydrauliques de chaque tuyau, puis comparer leurs débits volumiques.

**4. Lecture sur le diagramme de Moody**

De l'air de viscosité dynamique  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pl}$ , s'écoule

dans une conduite de rayon  $R = 10 \text{ cm}$  et de longueur  $L = 200 \text{ m}$  avec un débit volumique  $Dv = 500 \text{ L.s}^{-1}$ . La rugosité absolue du tuyau est  $\epsilon = 0,075 \text{ mm}$ .

- Déterminer la vitesse moyenne de l'écoulement.
- Déterminer le nombre de Reynolds de l'écoulement
- Déterminer à l'aide du diagramme de Moody le coefficient de perte de charge de cet écoulement.
- Pour maintenir cet écoulement, il faut assurer une différence de pression  $P_e - P_s$  entre l'entrée et la sortie du tuyau. Quel est le signe de cette différence de pression ?
- Déterminer la valeur de  $P_e - P_s$ . Quel appareil assure ce maintien ?

**5. Lignes de courant**

On donne l'allure des lignes de courant obtenues en soufflerie pour deux véhicules, l'un du type berline (semi-fastback) et l'autre correspondant à la version à hayon généralement dénommée break ou SW (hatchback).



Préciser les zones d'écoulement laminaire et turbulent. Quels sont les facteurs qui influencent le coefficient aérodynamique  $C_x$  ?

## **6. Dimensionnement**

Soit un avion de longueur 5m destiné à voler à une vitesse 200 km/h dans l'air.  $\eta_{\text{air}} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pl}$ .

- Une maquette de cet avion à l'échelle 1/10 è est étudiée dans une soufflerie à air. Déterminer la vitesse de l'écoulement.
- Au lieu d'une soufflerie, on réalise la même étude dans une veine liquide, tunnel à écoulement d'eau. Quelle vitesse doit avoir l'eau pour simuler la réalité ?

## **7. Force de trainée**

On considère une bille de masse  $m = 0,05 \text{ g}$  et de rayon  $r = 2 \text{ mm}$  tombant dans de l'eau.

1. Déterminer la vitesse limite de la bille, en supposant l'écoulement laminaire pour lequel la valeur de la résultante des forces de viscosité est donnée par la formule de Stockes :  $F = 6\pi\eta rv$ . Calculer le nombre de Reynolds de l'écoulement. L'hypothèse de départ est-elle correcte ?

2. Si la réponse à la question précédente est négative, reprendre l'exercice en supposant l'écoulement turbulent.

## **8. Couche limite**

Calculer le nombre de Reynolds ainsi que l'épaisseur de la couche limite pour une voiture se déplaçant à 72km/h...on prendra des initiatives pour les valeurs numériques...La couche limite est-elle laminaire ou turbulente ? Peut-on supposer l'écoulement d'air autour de la voiture parfait ?

## **EXERCICES :**

### **I. Viscosimètre à chute de bille :**

On cherche à déterminer une valeur approchée de la viscosité dynamique du glycérol à 10% d'eau en masse ( $\rho_{GLY} = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ). Pour cela, on étudie la chute d'une bille d'acier (diamètre  $2r = 0,525 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $\rho_B = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ) dans un grand cylindre contenant le glycérol. Afin de déterminer la vitesse, on mesure les durées mises par la bille pour parcourir des divisions tracées sur le cylindre, espacées de  $a = 2 \text{ cm}$ . On obtient le tableau de mesure suivant :

$\Delta t$ (en s)	8,44	8,49	8,45	8,52	8,80	8,67
$v$						

- Compléter le tableau ci-dessus. En supposant que la vitesse limite est toujours atteinte, déduire la valeur moyenne de cette vitesse limite.
- Déterminer l'expression de la vitesse limite, on supposera l'écoulement laminaire, la valeur de la résultante des forces de viscosité est donnée par la formule de Stockes :  $F = 6\pi\eta rv$ .
- En déduire la viscosité dynamique du glycérol à 10% d'eau.
- Vérifier que les conditions d'application de la loi de Stokes sont satisfaites.

### **II. Distribution d'eau potable**

Un château d'eau de hauteur 25 m alimente un village en eau potable.

1. Quelle est la pression au bas du château en supposant que l'expulsion de l'eau vers les canalisations au bas du réservoir ne modifie pas le champ de pression hydrostatique ?

Une conduite horizontale de longueur  $L = 100 \text{ m}$  et de section  $S = 1 \text{ cm}^2$  est connectée au bas du château d'eau.

2. Déterminer la résistance hydraulique de cette conduite si on suppose l'écoulement laminaire.

3. Quel est alors le débit maximal qu'on peut atteindre lorsqu'on ouvre la vanne fermant le bout de la conduite ?

4. Calculer le nombre de Reynolds. Conclure.

5. On suppose que le débit effectif est 10 fois plus faible que le débit maximal lorsque la vanne est entièrement ouverte. Déterminer, à l'aide du diagramme de Moody la rugosité de cette conduite.  
 6. Dans les vieilles maisons, le débit des robinets décroît avec le temps. Expliquer cette observation.

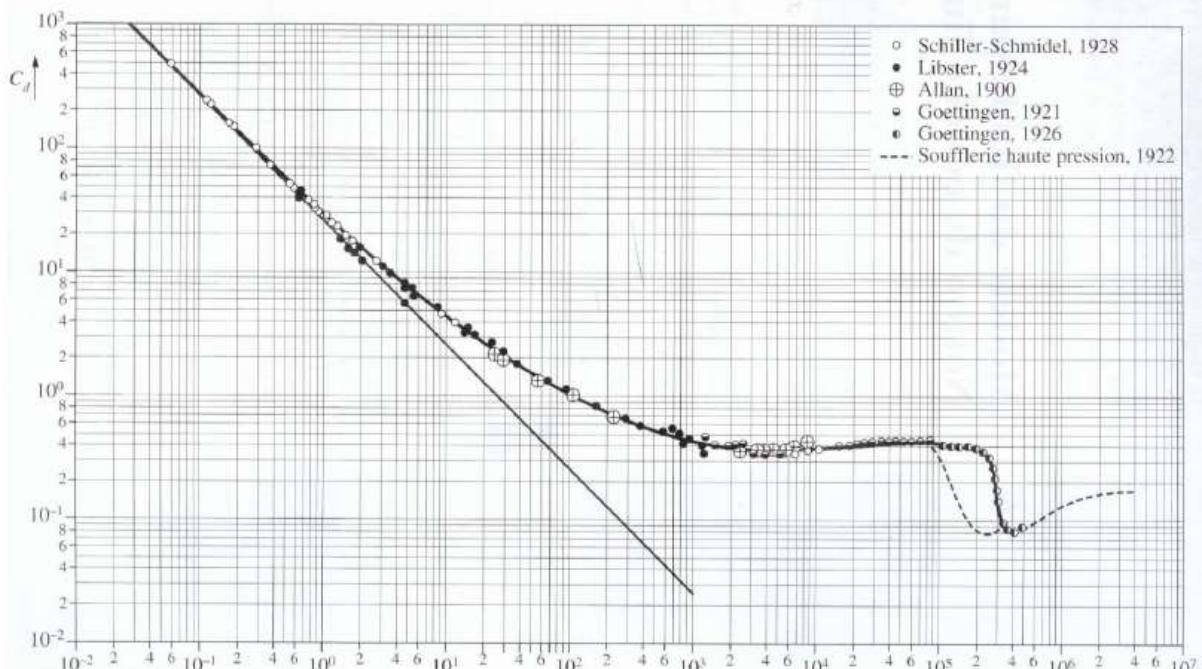
### **III. Ecoulement du sang dans une artère**

- Modéliser et démontrer rapidement la loi de Hagen Poiseuille de l'écoulement d'un fluide visqueux dans une conduite cylindrique.
- Calculer la perte de charge dans une artère de longueur 50 cm, de rayon 4 mm où le débit massique du sang est  $0,05 \text{ kg.s}^{-1}$ . La masse volumique du sang sera prise égale à celle de l'eau et son coefficient de viscosité dynamique à  $4 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ .
- Le rayon de l'artère étant divisée par 2 à perte de charge constante, par quel facteur est divisé le débit massique du sang ?
- Evaluer le nombre de Reynolds de cet écoulement en fonction du débit volumique, du rayon de l'artère et du coefficient de viscosité cinématique  $v = \eta/\rho$  du sang. Comparer, puis évaluer le nombre de Reynolds dans les deux écoulements précédents. Conclure.

### **IV. Etude d'un plongeon**

Soit un enfant assimilé dans un premier temps à un point matériel qui saute d'un plongeoir d'une hauteur  $H$  par rapport à l'eau de la piscine.

- Enoncer le théorème de l'énergie cinétique
- Calculer la vitesse de l'enfant lorsqu'il touche l'eau, si on ne tient compte que de son poids.
- Lorsque l'enfant atteint l'eau, il fait une « bombe ». On l'assimile alors à une sphère de diamètre  $D = 0,6 \text{ m}$ .
- Définir et exprimer le nombre de Reynolds de l'écoulement de l'eau autour de l'enfant. AN que peut dire de la nature de l'écoulement ?
- A l'aide du graphe ci-joint déterminer la trainée  $F$  exercée sur l'enfant. On rappelle que  $C_d = F / (0,5\rho\pi(D/2)^2v^2)$ .  $C_d$  est le coefficient de trainée.



- Si la trainée est la seule force que l'on prend en compte, déterminer le temps au bout duquel la vitesse de l'enfant est divisée par deux, ainsi que la profondeur atteinte à cet instant.
- Quelles forces a-t-on négligé ? Etais-ce judicieux ?

Données :  $H = 1\text{m}$  ; masse de l'enfant  $m = 50 \text{ kg}$  ; masse volumique de l'eau  $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  ; viscosité de l'eau  $\eta = 10^{-3} \text{ Pa.s}$

## V. Atterrissage d'un avion

Un avion de chasse de masse 9 t en panne de freins atterrit à une vitesse de  $241 \text{ km.h}^{-1}$ . Une fois au sol, il est freiné en secours par un parachute de diamètre  $D = 3 \text{ m}$  déployé instantanément par le pilote au moment où les roues de l'avion touchent le sol. On néglige la traînée de l'avion et les forces de frottement des roues sur le sol par rapport à la force de traînée (frottement fluide) du parachute. On considère que le réacteur ne délivre plus aucune poussée.

*Données : Le coefficient  $C_x$  du parachute vaut 1,5.*

*La force de traînée  $T$  a pour expression :  $T = C_x \rho S v^2 / 2$*

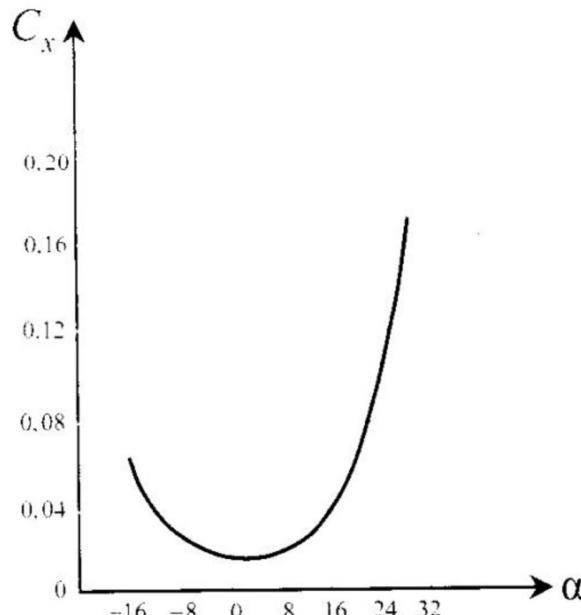
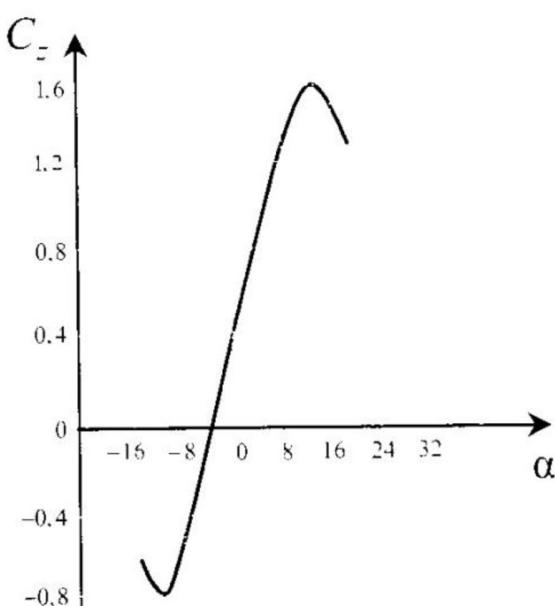
*S est la surface projetée du parachute sur un plan perpendiculaire à la vitesse ;*

1. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la vitesse  $v$  de l'avion. En déduire l'expression de  $v$  en fonction de la date  $t$ . On prendra comme origine des temps la date à laquelle les roues de l'avion touchent le sol.

2. Dans le cas où les freins fonctionnent, la distance d'atterrissage de l'avion est de l'ordre de 1400 m. Déterminer la vitesse atteinte par l'avion après avoir été freiné uniquement par le parachute sur cette distance. A.N.

## VI. Portance et traînée d'un avion de tourisme léger

Les courbes ci-dessous, obtenues par des essais en soufflerie à l'aide d'une balance aérodynamique, représentent l'évolution des coefficients de portance  $C_z$  et de traînée  $C_x$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ , angle entre la corde et la direction de l'avion pour un profil d'aile.



1. Rappeler l'expression des forces de portance et de traînée en fonction de la masse volumique de l'air  $\mu$ , de la surface de référence de l'aile, dont on rappellera la définition et de la vitesse  $v$  du vent relatif.
2. Commenter l'allure des courbes ainsi que les ordres de grandeur des valeurs respectives de  $C_z$  et  $C_x$  pour une incidence donnée. Discuter l'intérêt de ce profil d'aile.
3. A partir de quelle incidence l'aile est-elle potentiellement en situation de décrochage ? Proposez une interprétation à partir de vos connaissances sur la couche limite.
4. Dans la comparaison des courbes  $C_z$  et  $C_x$  est-il possible de prévoir l'augmentation de traînée lorsque la portance chute à forte incidence ?