

**APPLICATIONS DIRECTES****1. Aération d'un terrier**

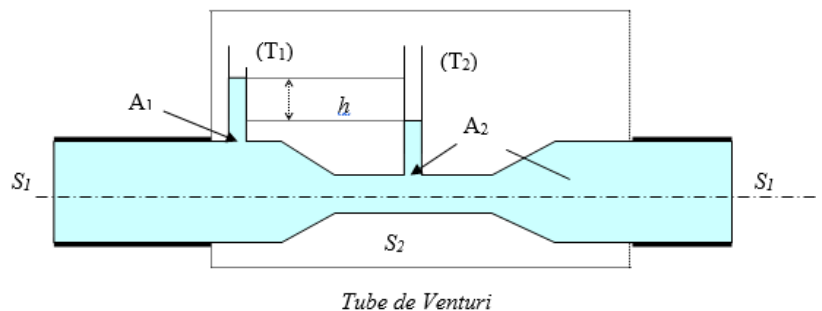
Dans les prairies Nord-Américaines, les chiens de prairie construisent deux types d'entrées dans leurs terriers : l'une haute en forme de cratère, l'autre basse en forme de dôme. Expliquer pourquoi ce système permet l'aération du terrier.

**2. Débitmètre**

On insère dans une canalisation de section  $S_1$  un tube dit « de Venturi » de section  $S_2$ . Le fluide s'écoulant en régime permanent dans la canalisation est de l'eau. On considère que les vitesses sont uniformes dans chaque section droite du tube.

L'axe de la canalisation est horizontal et deux tubes verticaux ( $T_1$ ) et ( $T_2$ ) jouent le rôle de capteurs de pression. On observe une dénivellation de hauteur  $h$  entre les surfaces libres de l'eau des tubes ( $T_1$ ) et ( $T_2$ ) ouverts à l'air.

On note  $P_0$  la pression atmosphérique,  $P_1$  la pression et  $v_1$  la vitesse de l'écoulement en amont du tube de Venturi.  $A_1$  est un point à la base du tube ( $T_1$ ) et  $A_2$  est un point à la base du tube ( $T_2$ ).



Les vitesses d'écoulement du fluide sont notées  $v_2$  dans le tube de section  $S_2$  et  $v_3$  en aval du tube de Venturi.

1. Énoncer la relation de Bernoulli sur l'axe de la conduite.
2. Exprimer toutes les vitesses en fonction du débit volumique  $D_v$ .
3. Montrer que le champ des pressions dans un écoulement liquide parfait uniforme et stationnaire est le même que le champ statique.
3. En déduire une relation entre  $P_1$ ,  $P_2$  et  $h$ .
4. Exprimer le débit volumique  $D_v$  en fonction de  $g$ ,  $h$ ,  $S_1$  et  $S_2$ .
5. Application numérique, calculer  $D_v$  :  $S_1 = 50 \text{ cm}^2$  ;  $S_2 = 30 \text{ cm}^2$  ;  $h = 1,25 \text{ m}$ .
6. Quel est l'intérêt pratique d'un tel dispositif ?

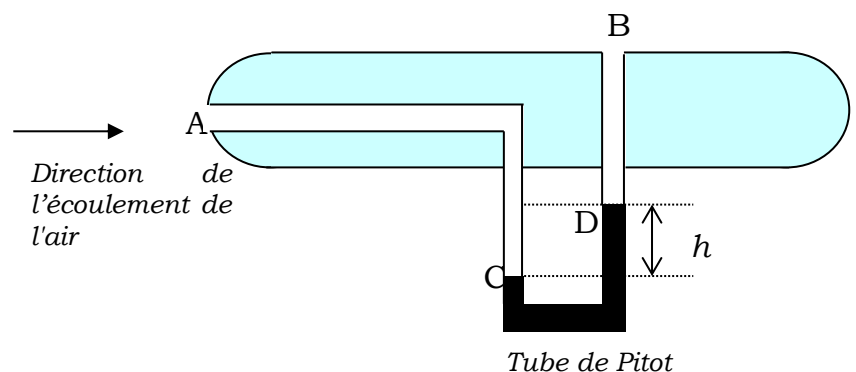
**3. Tube de Pitot**

Les tubes de Pitot sont utilisés en aéronautique pour mesurer la vitesse d'un avion. Ils sont constitués d'un tube très fin placé parallèlement à la direction de l'écoulement de l'air. Les orifices A et B permettent des prises de pressions.

On considère que l'air est un fluide parfait, incompressible et en écoulement stationnaire, et que le dispositif ne perturbe pas l'écoulement.

La masse volumique, la vitesse et la pression de l'air loin du tube sont notées respectivement  $\rho_0$ ,  $v_0$  et  $P_0$ .

1. Représenter l'allure de la ligne de courant  $C_A$  qui aboutit en A et l'allure de  $C_B$  qui longe le tube en B.
2. Quelle est la valeur de  $v_A$  en A ? Quel est le nom donné au point A ?
3. Exprimer  $v_B$  en B en fonction de  $v_0$ .
4. Exprimer  $P_A$  en fonction de  $P_0$  et  $v_0$ .

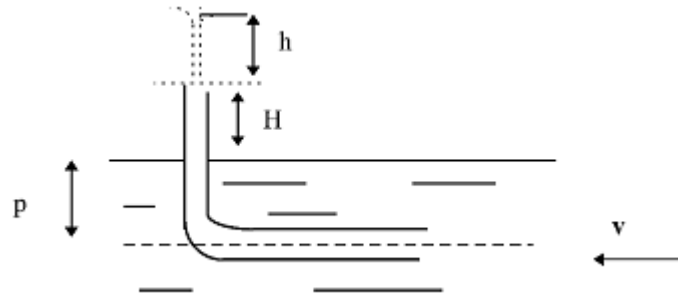


5. Exprimer  $P_B$  en fonction de  $P_o$ .
6. Dans le manomètre, on mesure une dénivellation  $h$  entre les deux niveaux de liquide de masse volumique  $\rho_l$ . En déduire  $P_A - P_B$ .
7. Calculer la vitesse d'écoulement  $v_0$  de l'air. *A.N.* :  $h = 24 \text{ cm}$  ;  $\rho_l = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ .

#### 4. Jet d'eau :

On considère une particule fluide d'eau en mouvement rectiligne uniforme à la profondeur  $p$  de la surface.

1. Déterminer la pression en  $p$ .  
La partie horizontale du tube représenté sur la figure est immergée à la profondeur  $p$  dans un courant d'eau parfait, uniforme et horizontal de vitesse  $v$ . Sa partie verticale émerge d'une hauteur  $H$  et est percée d'un orifice par lequel peut sortir un jet d'eau.
2. En précisant les hypothèses adoptées, calculer la hauteur  $h$  à laquelle le jet, dans les conditions où celui-ci existe, monte au-dessus du tube.



#### 5. Puissance disponible sur une turbine :

Une turbine est installée à la sortie d'une conduite forcée de section  $10^{-2} \text{ m}^2$ , constante, de 30m de dénivellation sur un cours d'eau dont le débit est de  $0,1 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ . Quelle puissance maximale peut-on récupérer sur cette turbine ?

#### 6. Travail du cœur

1. Un patient normal au repos possède un débit cardiaque sanguin  $Dv = 5,4 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$  et une fréquence cardiaque  $f = 70$  battements par minute. Quel est le volume  $V$  d'éjection de sang à chaque battement du cœur ?

Le sang oxygéné est envoyé depuis le cœur vers les organes par l'intermédiaire de l'aorte avec une pression  $P_1 = 13 \text{ kPa}$  et le retour veineux vers le cœur du sang désoxygéné se fait à la pression  $P_2 = 2,6 \text{ kPa}$ .

2. Calculer, en explicitant le raisonnement, le travail mécanique fourni au sang par le cœur pour un battement.
3. En déduire le travail total du cœur au cours d'une journée sachant que le rendement mécanique de cet organe est de 60 %. Commenter sachant que l'énergie moyenne consommée quotidiennement par un individu est d'environ 9 000 kJ.

### EXERCICES :

#### I. Jet d'eau issu d'un robinet

Le jet d'eau provenant d'un robinet a un diamètre moins important au fur et à mesure qu'il tombe. Expliquer pourquoi. Exprimer ce diamètre  $d$  en fonction de  $h$ , distance au robinet et de  $D$ , diamètre du robinet. On appelle  $v_0$  la vitesse à laquelle l'eau sort du robinet. Effectuer l'application numérique en donnant des valeurs raisonnables aux grandeurs qui interviennent. Conclure.

#### II. Mesure de la vitesse d'un écoulement dans un tuyau.

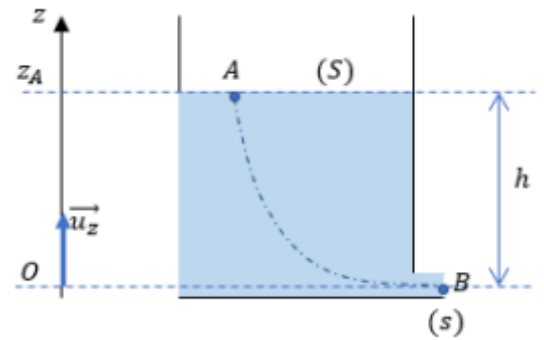
Un technicien souhaite vérifier la vitesse d'écoulement d'un fluide dans le réseau de tuyauterie. Il dispose du matériel suivant : un tube coudé et un tube droit de diamètres très inférieurs à celui du réseau de tuyauterie, une règle graduée, un outil pour percer la paroi du réseau de tuyauterie.

Expliquer la démarche qu'il pourrait suivre.

Pour cela : schématiser la situation ; détailler les relations et les calculs utilisés ; expliquer le problème qu'il va rencontrer une fois l'installation réalisée.

### III. Vidange d'un réservoir

On considère un réservoir contenant de l'eau s'écoulant à travers une ouverture de sections. L'eau est assimilée à un fluide incompressible de masse volumique  $\mu$ . Dans une première approche, l'écoulement est supposé parfait. Le réservoir est aussi alimenté à travers l'ouverture supérieure de section  $S$ , ce qui permet d'assurer un écoulement stationnaire. Cette alimentation n'est pas représentée sur le schéma.



1. On suppose que  $s \ll S$ , montrer que  $v_B = \sqrt{2gh}$ .

Commenter cette relation appelée formule de Torricelli.

A  $t = 0$ , on arrête l'alimentation en eau à travers l'ouverture supérieure de section  $S$ , alors que  $h = 20$  cm. L'hypothèse stationnaire n'est plus valable mais on peut supposer le régime d'écoulement quasi-stationnaire à tout instant ce qui revient à adapter la formule de Torricelli sous la forme  $v_B(t) = \sqrt{2gz_A(t)}$

2. Etablir l'équation différentielle dont  $z_A(t)$  est solution.
3. Déterminer la valeur du rapport  $s/S$  qui assure une vidange complète du réservoir en 10 s.

### IV. Station de transfert d'énergie par pompage

La montagne est un espace largement aménagé. Nous étudions ici un dispositif de stockage d'énergie appelé station de transfert d'énergie par pompage (STEP). Il s'agit de deux retenues d'eau situées à des altitudes différentes, entre lesquelles est construite une conduite. Deux modes de fonctionnement sont possibles :

- (1) passage de l'eau du réservoir haut au réservoir bas, ce qui permet, via une turbine et un alternateur, de produire de l'énergie électrique ;
- (2) passage de l'eau du réservoir bas au réservoir haut, à l'aide d'une pompe alimentée par le réseau électrique.

L'intérêt est de disposer d'un moyen de stockage de l'énergie : le mode (1) est activé lors des pics de consommation pour produire une puissance électrique, alors que le mode (2) permet de profiter de la puissance électrique produite par des sources intermittentes (éoliennes...) qui sinon serait gâchée lors d'heures creuses, en l'exploitant pour faire remonter l'eau.

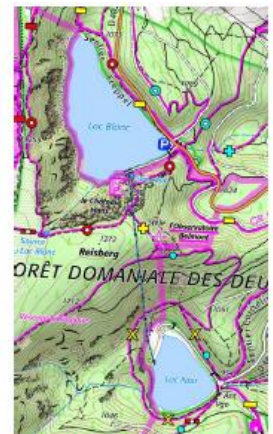
Nous étudions la STEP du lac Noir située dans les Vosges. Première centrale de ce type en France, elle n'est aujourd'hui plus en fonctionnement. Une conduite relie le lac Blanc (altitude 1050 m) au lac Noir (altitude 950 m).

Les altitudes seront repérées par rapport à un axe  $z$  ascendant. On note  $p_0$  la pression atmosphérique uniforme,  $\rho$  la masse volumique de l'eau,  $g$  la pesanteur. Pour les applications numériques on prendra des valeurs usuelles.

**1** - Rappeler l'expression de la relation de Bernoulli entre un point A et un point B d'un écoulement, sans élément actif et sans pertes de charge, ainsi que les hypothèses sous lesquelles elle s'applique.

**2** - La station dispose d'un mode "direct", utilisé en cas de trop plein : l'eau est acheminée sans passer par une turbine ou une pompe. Elle arrive au lac inférieur à l'air libre (image ci-contre). Déterminer l'expression, puis une valeur approchée, de la vitesse de l'eau en sortie.

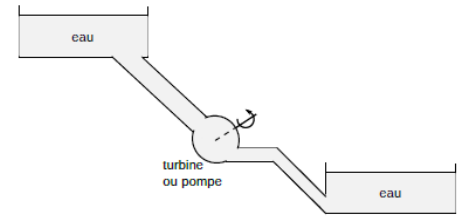
**3** - Le diamètre de la conduite de sortie est d'environ 2 m. Le volume du lac haut est d'environ  $3.10^6$  m<sup>3</sup>. Quelle durée est approximativement nécessaire pour le vider ?



Document 13 : situation réelle sur une carte topographique IGN.



On considère maintenant la station fonctionnant en mode (1) : la turbine extrait au fluide une puissance  $\mathcal{P} > 0$ . La conduite est immergée dans la retenue haute et dans la retenue basse (cf document 12).



Document 12 : schéma de principe de la station de pompage, avec les deux lacs.

4 – A partir d'un bilan d'énergie mécanique sur un système fermé, qui comprend à l'instant  $t$  toute l'eau dans le lac Blanc et une grande partie de l'eau du Lac Noir, établir l'expression de la puissance  $\mathcal{P}$  en fonction des données du problème et du débit volumique  $Dv$  dans la conduite. On pourra négliger les vitesses à la surface de chaque lac.

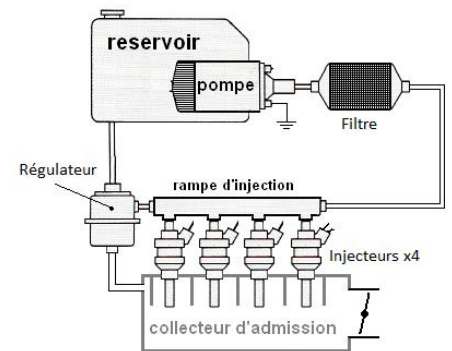
5 - EDF annonce un débit nominal de  $60\text{ m}^3/\text{s}$ . Faire l'application numérique pour  $\mathcal{P}$ .

6- EDF indique que la puissance réelle est de  $55\text{ MW}$  : proposer une explication quant à la différence avec la valeur déterminée à la question précédente.

7 - Estimer alors la puissance réelle nécessaire lors de la phase de pompage pour le même débit de  $60\text{ m}^3/\text{s}$ .

### V. Approvisionnement en carburant

L'essence, de masse volumique  $720\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , est stockée dans le réservoir d'une voiture dont la contenance est d'environ 40 litres à la pression atmosphérique  $P_{\text{atm}}$ . Une pompe à essence assure un écoulement permanent de l'essence dans des durites (tuyaux) de 6 mm de diamètre. La pression en sortie de pompe vaut :  $P = P_{\text{atm}} + \Delta P$ , avec  $\Delta P = 3\text{ bars}$ . Le débit volumique est de l'ordre de  $100\text{ L}\cdot\text{h}^{-1}$ . Ces durites alimentent en permanence les injecteurs qui assurent le besoin en carburant du véhicule. Le surplus non injecté dans les cylindres, retourne dans le réservoir. Évaluer, en justifiant au mieux votre modèle, la puissance de la pompe à essence.

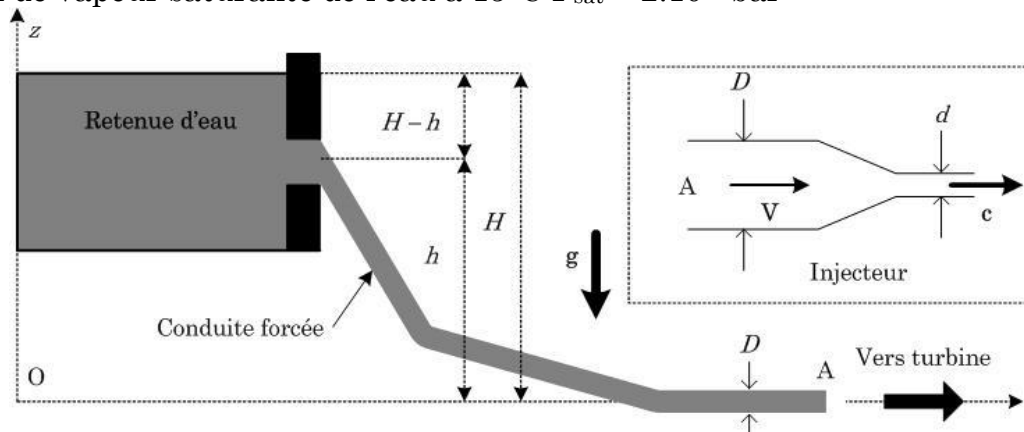


### VI. Rôle d'un injecteur

Les lacs de barrage servent de réserve d'énergie potentielle. Des conduites amènent l'eau jusqu'à une turbine où l'énergie mécanique est convertie en énergie électrique grâce à un alternateur. Au vu des chutes assez importantes, il faut éviter l'écueil de la cavitation qui est un phénomène d'ébullition sous faible pression. Ce même phénomène peut se produire derrière une hélice. Ceci n'est pas souhaitable car lorsque les bulles implosent elles donnent naissance à des jets très rapides qui détériorent les surfaces. Un remède consiste à placer un injecteur en bout de la canalisation, avant la turbine.

**Données :**  $P_0 = 10^5\text{ Pa}$ ,  $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $D = 60\text{ cm}$ ,  $H = 300\text{ m}$  et  $\mu = 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,

pression de vapeur saturante de l'eau à  $15^\circ\text{C}$   $P_{\text{sat}} = 2.10^{-2}\text{ bar}$



*Retenue et conduite forcée pour installation hydroélectrique. L'injecteur, en A, est schématisé dans le rectangle en pointillés.*

1. Dans cette question on suppose que l'extrémité aval de la conduite n'est pas reliée à l'injecteur ; l'eau sort à l'air libre au point A. En justifiant l'utilisation de la relation de Bernoulli entre le point A et un point quelconque de la canalisation, montrer que la pression  $P_1(z)$  à l'intérieur de la conduite est une fonction affine décroissante.

2. L'eau du barrage étant au repos, quelle est la valeur de  $P(H)$  ?  $P(H-h)$  ? En déduire l'allure qualitative de  $P(z)$  pour  $0 < z < H$ . Dans quel intervalle d'altitude la relation établie en question 1 est-elle valable ?

3. Tracer l'allure du diagramme  $(P,T)$  de l'eau. Pour quelle valeur de pression se produit le phénomène de cavitation ?

3. On suppose que la température de l'eau est de  $15^\circ\text{C}$ . Déterminer l'altitude  $z_0$  pour laquelle ce phénomène se produit.

La conduite est maintenant munie de l'injecteur de diamètre de sortie  $d$ .

4. Déterminer  $c$  la vitesse en sortie de l'injecteur.

5. En déduire la vitesse en A en fonction de  $d$ ,  $D$  et  $c$ .

6. Exprimer la pression  $P_2(z)$  à l'intérieur de la conduite munie d'injecteur.

7. Exprimer  $z_1$ , l'altitude à laquelle se produit le phénomène de cavitation en fonction de  $z_0$ ,  $H$ ,  $d$  et  $D$ . AN pour  $d \ll D$  uniquement ici, conclusion ?

8. A quelle condition sur  $z_1$  n'obtient-on aucun phénomène de cavitation ?

On admet que l'entrée de la conduite est pratiquement à l'altitude  $H$ .

9. Montrer que les phénomènes de cavitation disparaissent dans toute la conduite si  $d$  est inférieur à un certain  $d_0$  dont on établira l'expression en fonction de  $D$ ,  $z_0$  et  $H$ . Calculer  $d_0$ .

10. Le diamètre de sortie de l'injecteur est  $d = 12 \text{ cm}$ . La vitesse du jet mesurée en sortie de l'injecteur est  $c' = 74 \text{ m.s}^{-1}$ . A quelle dénivellation, notée  $H'$ , cette vitesse correspondrait-elle ? Exprimer et calculer le *coefficient de contraction*  $C_c = \frac{H'}{H}$ . Donner quelques raisons de l'écart à l'unité de ce coefficient.

11. Exprimer et calculer le débit volumique  $q$  de l'injecteur *sans pertes*, puis le débit massique  $D_m$  en fonction de  $d$ , de  $c$  et de  $\mu$ .

12. Exprimer et calculer la puissance cinétique *réelle*  $P_c$  du jet en sortie (énergie cinétique par unité de temps, pour la vitesse de sortie  $c'$  et le débit associé  $q'$ ).

13. Justifier que l'on nomme *puissance potentielle* la quantité  $P_{pot} = \mu q g H$ . Exprimer et calculer le rendement de la conduite  $\eta = \frac{P_c}{P_{pot}}$  en fonction de  $C_c$ .