

Thème : Bilans d'énergie thermodynamique

**APPLICATIONS DIRECTES****1. Etude d'un turboréacteur**

1. Rappeler l'expression du 1er principe de la thermodynamique appliquée à un fluide en écoulement stationnaire au travers d'une machine thermique.

2. Exprimer la variation massique de l'enthalpie d'un gaz parfait.

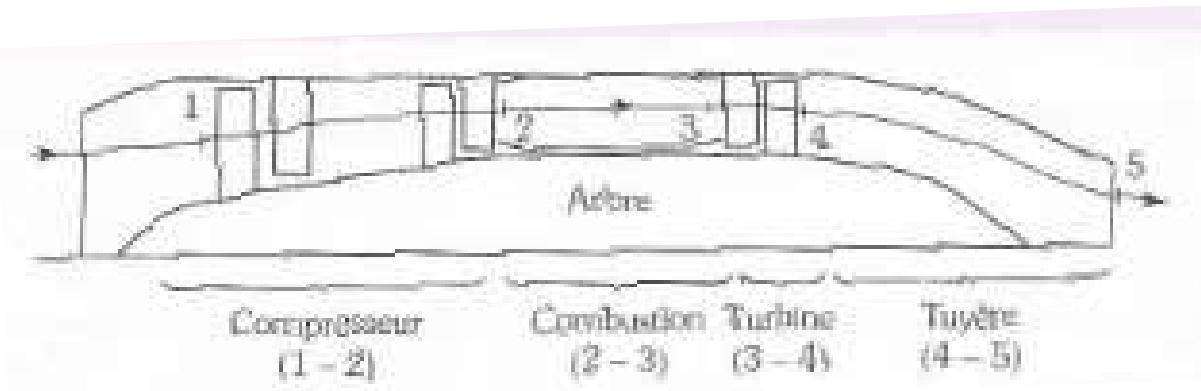
3. Rappeler les conditions d'application de la loi de Laplace, l'énoncer puis l'exprimer en fonction des variables T et P.

La fonction d'un turboréacteur est de transformer de l'énergie thermique fournie à l'air lors d'une combustion en énergie cinétique.

On se place en régime permanent de débit massique d'air  $D_m = 1 \text{ kg.s}^{-1}$  et on suppose que l'air est un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante  $c_p = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$  constante et  $\gamma = 1,4$ .

La tuyère est horizontale, la vitesse de l'écoulement est supposée constante et faible, sauf à la sortie de la tuyère.

Les évolutions à l'intérieur des compresseurs, turbines et tuyère sont adiabatiques et réversibles, les évolutions dans les chambres de combustion sont isobares.



Le compresseur axial aspire l'air ambiant :

$P_1 = 1 \text{ bar}$  et  $T_1 = 288 \text{ K}$ . Son taux de compression  $P_2/P_1 = 6,15$ .

Après compression l'air est chauffé dans la chambre de combustion jusqu'à la température  $T_3 = 1250 \text{ K}$ . Après détente partielle dans la turbine axiale, l'air est envoyé dans la tuyère où la détente s'effectue à pression ambiante  $P_5 = 1 \text{ bar}$ .

Le compresseur est uniquement entraîné par la turbine qui lui transmet intégralement la puissance mécanique que lui fournit l'écoulement.

4. Noter sur le schéma de principe de fonctionnement du turboréacteur les valeurs connues des températures et pression. Placer ces points sur un diagramme de Clapeyron ( $P, v$ ). On représentera les isothermes du problème.

5. Donner les expressions littérales puis numériques de :

- la température  $T_2$  et de la puissance mécanique reçue par le fluide au cours de la compression.
- la puissance thermique fournie à l'air lors de la combustion.
- la puissance mécanique reçue par l'air lors de son passage dans la turbine.
- la température  $T_4$ , puis la pression  $P_4$  à la sortie de la turbine.
- la température  $T_5$  et de la vitesse  $c_5$  à la sortie de la tuyère.
- l'énergie cinétique massique de l'air à la sortie de la tuyère.
- Définir, puis calculer la valeur du rendement thermique de ce turbocompresseur.

On souhaite modéliser ce turbocompresseur par une machine cyclique ditherme idéale.

- Représenter le schéma de principe d'une telle machine. Identifier les sources chaudes et froides et donner leurs températures. Définir son rendement puis démontrer son expression en

fonction des températures des sources. AN et conclure.

## 2. Efficacité d'un réfrigérateur à ammoniac : diagramme (P, h)

1. Rappeler l'expression de la variation d'enthalpie lors d'une vaporisation. Quel est son signe ? En déduire la relation d'ordre entre l'enthalpie d'un liquide et d'un gaz.

On donne en annexe le diagramme P (pression), h (enthalpie massique) de l'ammoniac.

Les isothermes sont représentées en rouge.

Les isentropiques sont représentées en bleu.

Les isochores massiques en vert.

Les isotitres massiques en vapeur en noir.

2. Représenter l'allure du diagramme (P, h) puis, préciser, en justifiant, la position de l'état d'équilibre liquide vapeur, le domaine de l'état liquide, le domaine de l'état gazeux.
3. Quelle est la forme des isothermes dans le domaine de l'équilibre liquide vapeur ?
4. Si on assimile la vapeur sèche à un gaz parfait, quelle relation lie l'enthalpie massique et la température ? En déduire l'allure des isothermes dans le diagramme (P, h). D'après l'allure du diagramme réel dans quel domaine peut-on assimiler la vapeur sèche à un gaz parfait ?

On étudie le cycle décrit par l'ammoniac dans le réfrigérateur :

En D, l'ammoniac est sur la courbe de rosée à la pression  $P = 1$  bar.

L'ammoniac est ensuite comprimé réversiblement et adiabatiquement jusqu'au point A où il atteint une pression de 20 bar.

Puis il subit une liquéfaction totale à pression constante, jusqu'au point B, qui est sur la courbe d'ébullition.

Ensuite le liquide passe dans une vanne calorifugée, où il se vaporise partiellement jusqu'à atteindre la pression atmosphérique, point C.

Le reste du liquide se vaporise alors totalement pour atteindre le point D.

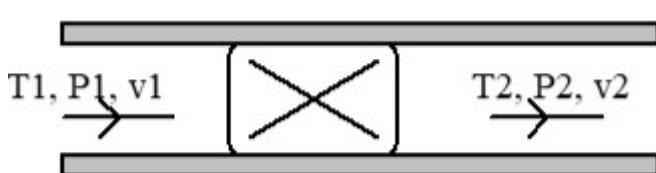
5. Rappeler l'expression du 1er principe de la thermodynamique appliquée à un fluide parfait en écoulement stationnaire au travers d'une machine thermique. En déduire la variation d'enthalpie du fluide au cours de la transformation BC
- a. Placer les points A, B, C et D sur le diagramme. Préciser la valeur de la température en chaque point.
- b. Exprimer le transfert thermique reçu par une unité de masse de fluide au cours de chaque transformation.
- c. Donner le titre massique en vapeur en C.
- d. Définir l'efficacité de ce réfrigérateur et la calculer numériquement.

On souhaite modéliser ce turbocompresseur par une machine cyclique ditherme idéale.

6. Représenter le schéma de principe d'une telle machine. Identifier les sources chaudes et froides et donner leurs températures. Définir son efficacité puis démontrer son expression en fonction des températures des sources. AN et conclure.

## EXERCICES

### I. Fluide en écoulement au travers d'une machine



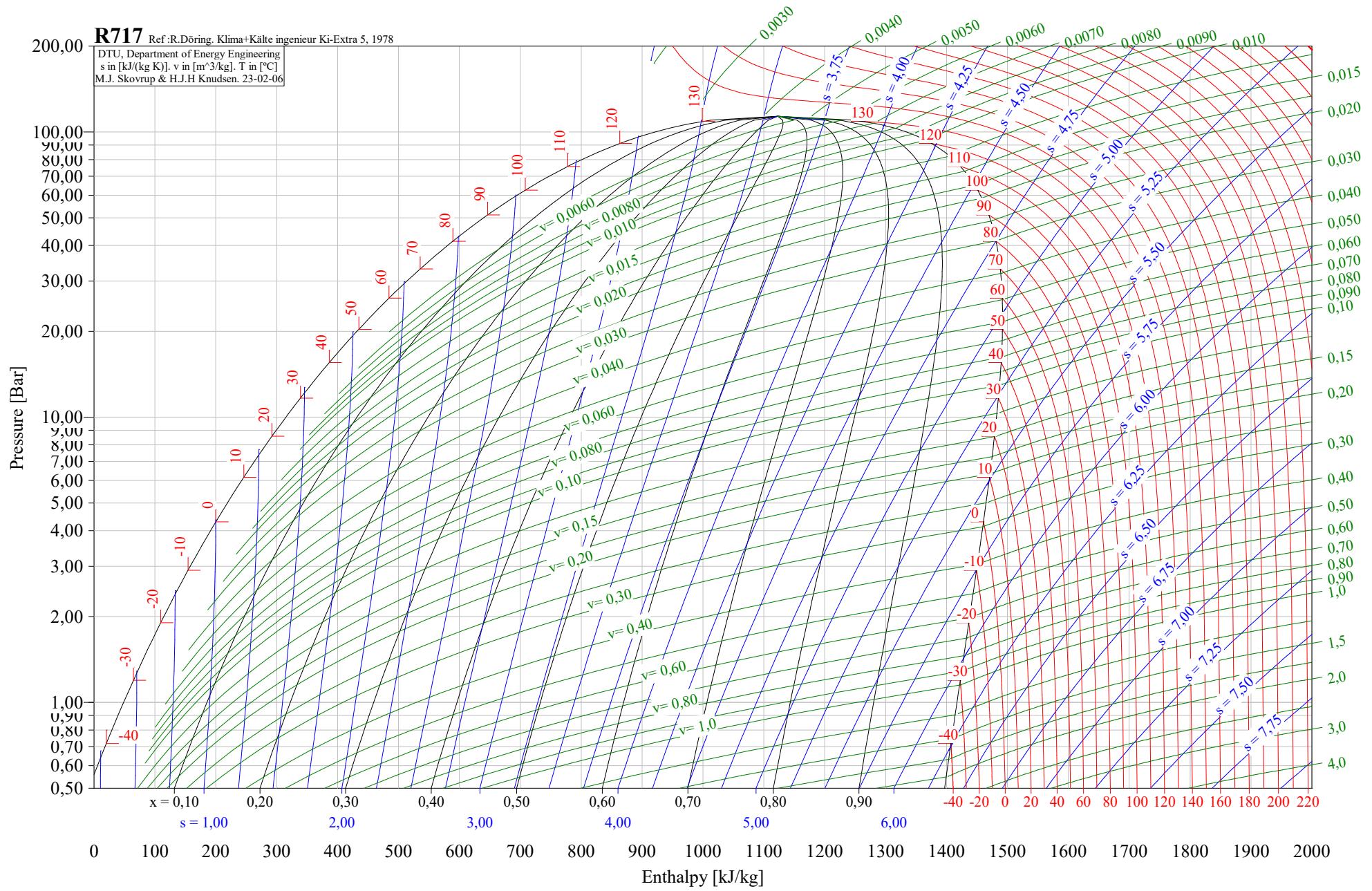
On étudie en régime permanent et stationnaire l'écoulement d'un fluide au travers d'une machine (X). À l'entrée de la machine, le fluide est dans les conditions  $T_1$  et  $P_1$  de température et de pression et sa vitesse est  $v_1$ . La machine fournit une puissance mécanique  $P_{\text{méca}}$  et une puissance thermique  $P_{\text{th}}$ , puis refoule le fluide dans les conditions  $T_2$  et  $P_2$ , avec la vitesse  $v_2$ . La canalisation est calorifugée c'est à dire que le fluide ne peut recevoir un transfert thermique ailleurs que dans la machine.

1. Le fluide utilisé est de l'air que l'on assimilera à un gaz parfait. Il se détend dans une tuyère parfaitement calorifugée. On supposera que cette transformation est réversible. On donne  $P_1=10\text{bar}$ ;

# R717

Ref.: R.Döring, Klima+Kälte ingenieur Ki-Extra 5, 1978

DTU, Department of Energy Engineering  
 s in [kJ/(kg K)], v in [m<sup>3</sup>/kg], T in [°C]  
 M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen, 23-02-06



$T_1=1000\text{K}$ ;  $v_1$  négligeable,  $P_2=2\text{bar}$ ;  $\gamma=1,4$  et  $M_{\text{air}}=29\text{g/mol}$ . Calculer la valeur maximale de la vitesse de sortie  $v_{2\text{max}}$  du gaz.

2. Animé de  $v_{2\text{max}}$ , le gaz entre dans une turbine calorifugée d'où il ressort dans les mêmes conditions de température et de pression ( $T_2, P_2$ ) mais avec une vitesse négligeable. Quelle puissance mécanique recueille-t-on sur l'arbre de la turbine ?

## II. Circuit de refroidissement

De l'air comprimé chaud circule à une vitesse de l'ordre du  $\text{m.s}^{-1}$  dans un tuyau en cuivre, de section constante et de longueur  $L$ . Cet air entre en A, d'abscisse 0, à la température  $\theta_A$ , et ressort en B, d'abscisse  $L$  à la température  $\theta_B$ . Les échanges thermiques à travers le tuyau entre l'air chaud, de température  $\theta(x)$  et le milieu ambiant de température  $\theta_o$  suivent une loi linéaire, loi de Newton :  $dP = K(\theta(x) - \theta_o)dx$ .

L'air est assimilé à un gaz parfait,  $c_p = 1,0 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ ;  $D_m = 0,010 \text{ kg.s}^{-1}$ ;

$K = 2,0 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ ;  $\theta_A = 200^\circ\text{C}$ ;  $\theta_o = 20^\circ\text{C}$ ;  $L = 10 \text{ m}$ .

On choisit comme système ouvert, un système élémentaire dont l'entrée est à l'abscisse  $x$  et la sortie à l'abscisse  $x + dx$ .

- Effectuer un bilan d'énergie sur ce système et appliquer le 1<sup>er</sup> principe pour montrer que la température  $\theta(x)$ , est solution d'une équation différentielle d'ordre 1 :  $\frac{d\theta}{dx} + \frac{\theta(x) - \theta_o}{l_o} = 0$  où  $l_o$  s'exprime en fonction de  $D_m$ ,  $c_p$  et  $K$ .
- Déterminer la température  $\theta_B$  ainsi que la puissance thermique échangée par l'air chaud traversant le tuyau de A à B.

## III. Dimensionnement d'un système de climatisation

$c_{\text{pair}} = 1,00 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ; pour l'air  $\gamma = 1,4$ .

Pour un confort optimal, on se propose de maintenir l'air, assimilé à un gaz parfait, contenu dans un véhicule à  $20^\circ\text{C}$ . La pression à l'intérieur du véhicule est maintenue à 1 bar. Le volume d'air dans le véhicule est  $V = 4\text{m}^3$ . La température à extérieure est  $\theta_2 = 35^\circ\text{C}$ .

Si on coupe toute ventilation et toute climatisation, on constate que la température de l'air contenu dans le véhicule passe de  $20^\circ\text{C}$  à  $21,5^\circ\text{C}$  en une minute.

- Quelle est l'énergie récupérée par l'air de la voiture en 1 minute ?
- En déduire la puissance du climatiseur nécessaire pour maintenir la température de l'air à  $20^\circ\text{C}$ .
- Dans la pratique on installe un climatiseur de puissance bien plus importante,  $P = 500 \text{ W}$ , commenter ce choix.

## IV. Etude d'un système de climatisation en circuit fermé.

En mode non recyclable, l'air d'un véhicule est aspiré par le compresseur à la température  $\theta_A = 20^\circ\text{C}$  et à la pression  $P_A = 1 \text{ bar}$ .

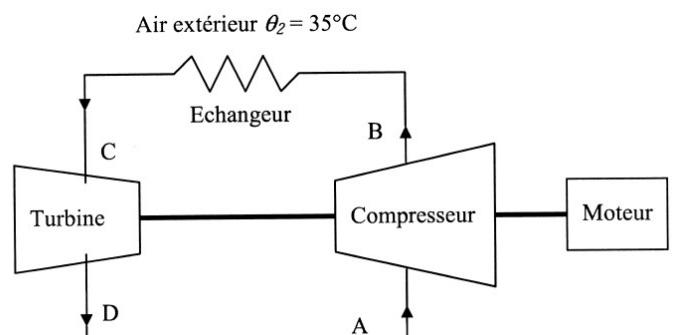
Il est alors comprimé adiabatiquement de façon réversible jusqu'à une pression  $P_B$  et une température  $\theta_B$ .

Il échange thermiquement de l'énergie de façon isobare avec l'air extérieur de température  $\theta_2 = 35^\circ\text{C}$ . La température de l'air comprimé diminue ainsi jusqu'à  $\theta_C$ .

La turbine effectue alors une détente adiabatique et réversible jusqu'à la température  $\theta_D = 5^\circ\text{C}$  et à la pression  $P_D = P_A = 1 \text{ bar}$ .

Le compresseur et la turbine sont montés sur le même arbre mécanique.

- Enoncer le premier principe de la thermodynamique appliquée à un fluide en écoulement stationnaire au travers d'une machine thermique.



2. Représenter les transformations subies par l'air dans une diagramme ( $P$ ,  $v$  volume massique). On représentera les 4 isothermes.
3. Quelle valeur minimale de température peut-on espérer atteindre en C ? Quelle contrainte géométrique de l'échangeur permet de s'approcher au mieux de cette température ?
4. En admettant que cette température minimale soit atteinte, quelle doit être la pression minimale en sortie du compresseur pour rejeter de l'air à 5°C dans le véhicule ?
5. Quel débit massique de climatiseur permet d'assurer la puissance de climatisation à  $P_{\text{clim}} = -120 \text{ W}$  ?
6. Déterminer la puissance mécanique prélevée par le compresseur sur l'arbre du moteur, ainsi que celle fournie à cet arbre par la turbine. En déduire l'efficacité globale de ce dispositif idéal.
7. Dans la pratique on a plutôt une efficacité de 3 à 4. Expliquer cette différence.

## V. Cogénération par centrale à vapeur

Le principe de la cogénération au gaz naturel est de produire à la fois de l'électricité et de l'eau chaude. On utilise pour cela une centrale à vapeur et on récupère de l'énergie mécanique dans sa turbine et de l'énergie thermique au niveau du condenseur.

Le cycle de base d'une centrale à vapeur parcouru par de l'eau est schématisé figure 9. Il consiste essentiellement en une chaudière où le combustible est brûlé générant ainsi de la vapeur d'eau surchauffée (2 → 3) qui est ensuite détendue dans une turbine à vapeur dont l'arbre fournit le travail moteur (3 → 4). La vapeur d'eau sortant de la turbine est totalement liquéfiée dans un condenseur (4 → 1) avant qu'une pompe ne lui redonne la pression de chaudière (1 → 2). Le refroidissement du condenseur est assuré par une source froide externe.

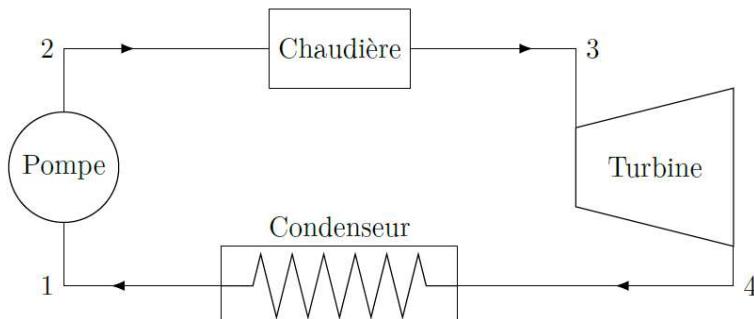


Figure 9 Schéma d'une centrale à vapeur

On supposera les transformations subies par le système dans la turbine et dans la pompe comme étant adiabatique et réversible. On négligera le travail de la pompe devant le travail de la turbine :  $|W_p| \ll |W_t|$ .

Le fluide est en écoulement stationnaire avec un débit massique  $Dm1 = 1,0 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ . On négligera les variations de vitesse et d'altitude du fluide.

On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide  $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

### A / Diagramme des frigoristes

- Au point 1 en sortie de condenseur, l'eau est à l'état liquide saturant, sous une faible pression à la température  $T_f$ .
- La pompe (1 → 2) comprime l'eau à environ 128 bar. La température  $T$  reste sensiblement constante pendant cette compression. Le point 2 se situe à l'intersection de l'isotherme  $T = 300\text{K}$  (environ 30 °C) et de l'isobare  $P = 128 \text{ bar}$ .
- Dans la chaudière (2 → 3), l'eau sous pression est portée à haute température, l'échauffement comportant les deux étapes

- chauffage du liquide à pression constante;
- évaporation de l'eau jusqu'à la dernière goutte de liquide.

— L'évolution dans la turbine (3 → 4) est modélisée par une détente adiabatique réversible.

**A1.** Enoncer le premier principe appliquée à un fluide en écoulement stationnaire au travers une machine thermique dans le cadre des hypothèses de l'énoncé.

**A2.** Compléter le diagramme  $\log(P) = f(h)$  (figure A ci-dessous), en représentant le cycle parcouru par le fluide et en indiquant les étapes 1, 2, 3 et 4.

**A3.** Calculer le transfert thermique massique  $qc$  reçu par le fluide dans la chaudière.

**A4.** Calculer le travail massique  $wt$  reçu de la part de la turbine.

**A5.** Justifier la légitimité de l'hypothèse  $|wp| \ll |wt|$ .

**A6.** Préciser la nature de la transformation 4 → 1. Quel est l'intérêt de cette étape ?

**A7.** Établir l'expression de la fraction massique de vapeur  $xv4$  au point 4 en fonction de  $h1$ ,  $h4$  et  $\Delta h\nu(Tf)$ , enthalpie massique de vaporisation à la température  $Tf$ . Faire l'application numérique.

**A8.** Quelle puissance mécanique  $Pt$  reçoit la turbine ? Faire l'application numérique. Commenter le résultat.

## B / Récupération de l'énergie thermique

On s'intéresse ici à l'énergie thermique que l'on peut récupérer au niveau du condenseur afin de produire de l'eau chaude pour alimenter une installation de chauffage domestique (figure 10).

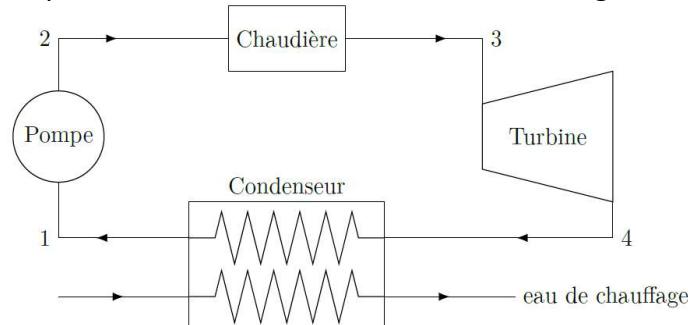


Figure 10 Centrale à vapeur avec récupération de l'énergie thermique dans le condenseur

Le condenseur est un échangeur thermique que l'on suppose parfaitement calorifugé, schématisé figure 11

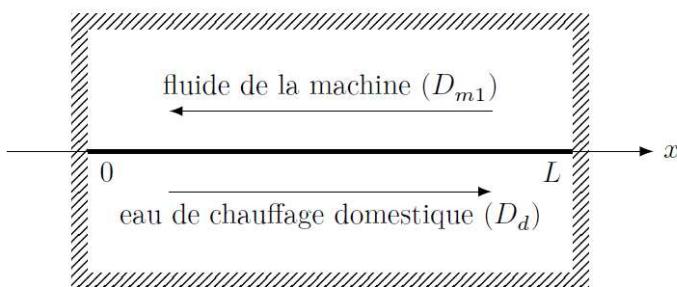


Figure 11 Schéma du condenseur

On suppose les fluides en écoulement stationnaire. On puise l'eau de chauffage domestique à la température  $Td(x = 0) = 5,0$  ° C, avec un débit  $Dd$ . Elle ressort de l'échangeur à la température  $Td(x = L) = 30$  ° C.

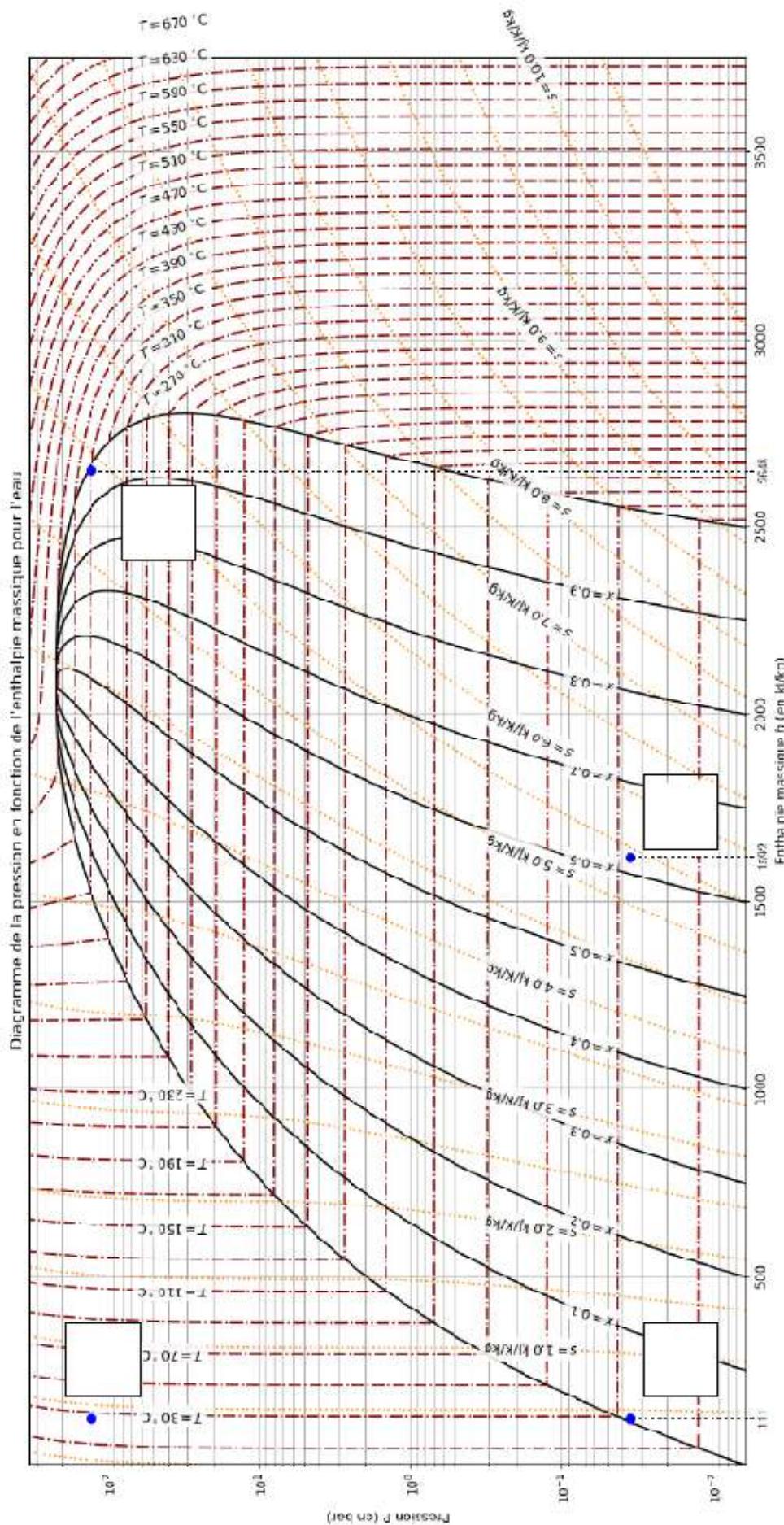
**B1.** Calculer la puissance thermique reçue par l'eau de chauffage domestique  $Pd$ .

**B2.** Calculer le débit massique  $Dd$  que doit posséder l'eau de chauffage domestique.

**B3.** Exprimer puis calculer  $e_{cogen}$ , l'efficacité de la machine utilisant le principe de cogénération.

Commenter.

## **TD 15 ex V. Diagramme des frigoristes**



**Figure A**