

Applications directes :

1. Etude des cartes de champs magnétiques

On considère les cartes de champ magnétique ci-jointes où les lignes de champ magnétique sont créées par des spires, représentées par les traits plein noirs et vue du dessus, perpendiculaires aux lignes, parcourues par un même courant. Comment repère-t-on les sources de champ magnétique sur une carte de champ ?

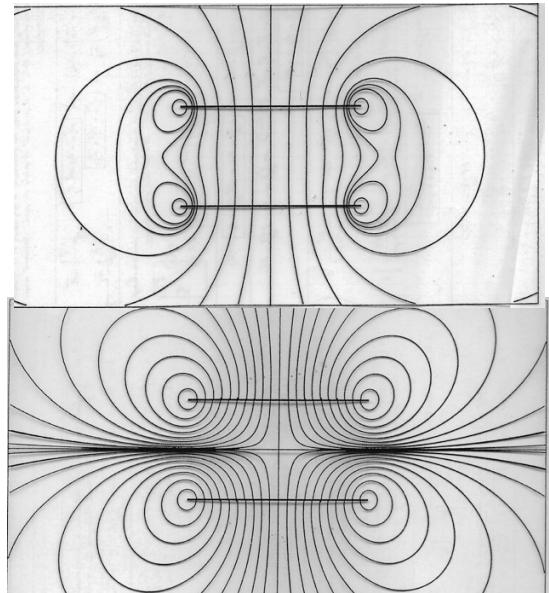
Pourquoi les cartes sont-elles différentes ?

Retrouver les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution des courants, justifier l'orientation de la ligne de champ par rapport au plan.

Représenter le champ magnétique en M et M' , où M' est le symétrique de M par rapport à un plan de symétrie ou d'antisymétrie de la distribution des courants.

Dans quelle zone a-t-on un champ très intense ? (Justifier la réponse)

Dans quelle zone a-t-on un champ uniforme ? Un champ nul ?



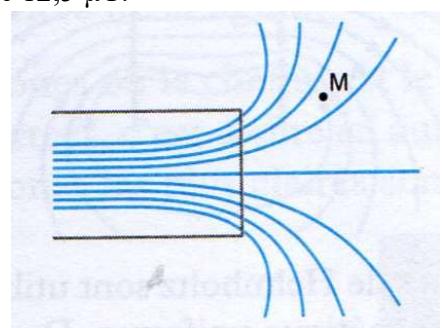
2. Champ créé par une bobine longue

On considère une bobine de longueur $\ell = 60 \text{ cm}$, de rayon $r = 4 \text{ cm}$, parcourue par un courant d'intensité $i = 0,1 \text{ A}$. dans un solénoïde infiniment long, le champ est uniforme, égal à $\mu_0 N i / \ell$ où N est le nombre de spires du solénoïde.

1. Peut-on utiliser l'expression du champ dans un solénoïde infiniment long ?
2. Déterminer le nombre de spires nécessaires pour obtenir un champ de $12,5 \mu\text{T}$.

La bobine est placée sur une table horizontale orientée Est-Ouest. À l'intérieur est placée une aiguille aimantée mobile en rotation autour d'un axe vertical. L'aiguille forme un angle de 58° avec l'axe du solénoïde.

3. Estimer la composante horizontale du champ magnétique terrestre.
4. Lorsque le champ à l'intérieur du solénoïde est de $12,5 \mu\text{T}$, on observe, en sortie de celui-ci la carte de champ ci-contre. Estimer la valeur du champ magnétique au point M .



3. Analyse de mouvements

On considère un point matériel de charge $q > 0$ et de masse m , de vitesse initiale \vec{v}_0 à l'entrée d'une zone où règnent un champ électrique \vec{E} ou un champ magnétique \vec{B} . On suppose ces champs uniformes et indépendants du temps, et on néglige toute autre force que celles provoquées par ces champs.

1 - La particule décrit une droite et possède une accélération constante a .

1.a - Déterminer la direction et la norme du ou des champs qui provoquent cette trajectoire. 1.b - Déterminer la position du point matériel en fonction du temps.

2 - La particule décrit une trajectoire circulaire de rayon R_0 dans un plan (xOy).

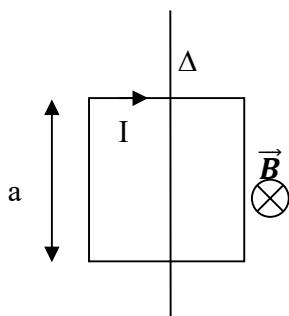
2.a - Déterminer la direction du ou des champs qui provoquent cette trajectoire.

2.b - Déterminer la norme du champ en fonction de v_0 et R_0 . Il est suggéré d'utiliser les coordonnées polaires

4. Force de Laplace sur une spire d'un détecteur de particules

Dans un détecteur de particules élémentaires, on utilise une spire circulaire de rayon $R = 6\text{m}$ parcourue par un courant d'intensité 22 kA , placée dans un champ magnétique de 1 T .

- Quelle doit-être l'orientation de la spire par rapport au champ pour que la force de Laplace étire la spire ?
- Déterminer la valeur de la force maximale qui s'exerce sur une portion de spire de longueur 1 m .
- Calculer la valeur de la force F qui tend à séparer la spire en deux demi-spires.

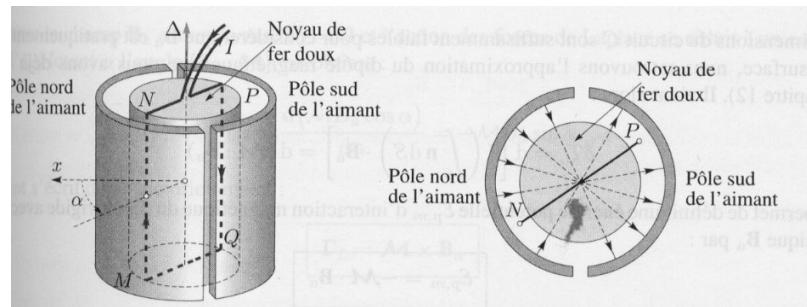


5. Couple appliqué sur un cadre en rotation dans un champ B uniforme

Un cadre carré indéformable de côté a , constitué de N spires parcourues par un courant stationnaire I , est mobile autour d'un axe Δ . Il est plongé dans un champ magnétique \vec{B} uniforme et perpendiculaire à l'axe. Représenter le vecteur surface \vec{S} . Quelle est la valeur du couple magnétique exercé sur le cadre dans le cas de la figure ? Dans quelle situation ce couple est-il maximal ? Faire un schéma vu de dessus. En déduire sa valeur maximale sachant que $N=100$; $I=0,4\text{A}$; $a=5\text{cm}$ et $B=0,1\text{T}$.

6. Rotor de moteur

Le bobinage d'un rotor de moteur est constitué par un ensemble de fils disposés suivant les génératrices d'un cylindre de rayon R et de hauteur h . Sur le schéma ci-dessous, on a représenté un seul fil. Chacun des fils est parcouru par un courant constant d'intensité I . L'ensemble est placé dans un **champ magnétique radial** de module identique en tout point.



- Déterminer l'expression de la force de Laplace élémentaire qui s'exerce sur un élément de longueur dl de la branche QP . Idem pour les trois autres branches du cadre.
- Parmi ces quatre forces élémentaires, lesquelles forment un couple élémentaire, pouvant entraîner le cadre en rotation autour de son axe Δ ? Donner l'expression de ce couple élémentaire dC .
- En déduire l'expression du couple C , auquel est soumis chaque fil du rotor.
- Le bobinage comporte N fils. Le rotor effectue n tours par seconde. Quelle est la puissance du moteur ainsi constitué ?

AN : $h = 0,3\text{m}$; $R = 0,1\text{ m}$; $B = 1\text{ T}$; $I = 5\text{ A}$; $N = 800$; $n = 30\text{ trs.s}^{-1}$. Calculer la puissance du moteur

Exercices :

I. Champ au voisinage de l'axe d'une spire

- On considère une spire de rayon a , d'axe Oz parcourue par un courant I . Dessiner l'allure des lignes de champ créé par cette spire dans un plan contenant l'axe de la spire. Quelle est la propriété particulière de ce plan ? En déduire la décomposition du vecteur champ magnétique en un point M quelconque de ce plan, dans la base adéquate.
- Soit maintenant, M un point de l'axe de la spire. Quelle est la direction de champ magnétique en M ? Tracer qualitativement l'allure de $B_{\text{axe}}(z)$.
- On considère un cylindre élémentaire d'axe Oz , d'abscisse comprise entre z et $z+dz$. Que peut-on dire du flux du champ magnétique à travers ce cylindre ? En déduire une relation entre la composante radiale du champ magnétique à l'altitude z et de dB_{axe}/dz et commenter le résultat obtenu.

II. Lignes de champ magnétique et interaction magnétique

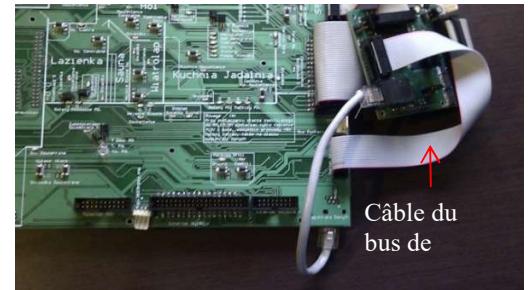
Dessiner les lignes de champ créées par deux fils infinis parallèles distants de d , parcourus par le même courant dans le même sens, puis par le même courant dans le sens opposé. On pourra utiliser un logiciel, rechercher « topographie du champ magnétique ».

Déterminer et représenter dans chaque cas la force exercée par le fil 1 sur le fil 2. Dans quel cas l'interaction entre ces deux fils est-elle attractive ?

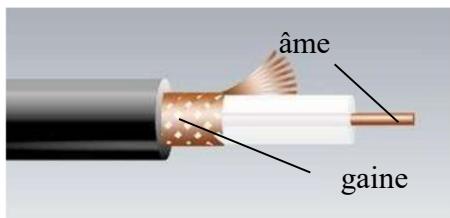
III. Bus de données

Le bus de données d'un ordinateur est un ruban, de largeur a , constitué de N fils rectilignes, jointifs et coplanaires. On suppose que ces fils sont de section carrée, de côté b et sont parcourus par un courant de même intensité.

- Déterminer l'expression de la densité de courant dans le bus.
- En assimilant le bus à une répartition continue de courant dans son plan Oxy, Ox est colinéaire aux fils, exprimer le champ magnétique en un point M au voisinage de ce plan.
- Calculer le champ magnétique créé à 2 mm par un bus de données parcouru par un courant de 1 mA, sachant que $a = 3,25$ cm et $N = 64$.



IV. Champ magnétique créé par un cable coaxial



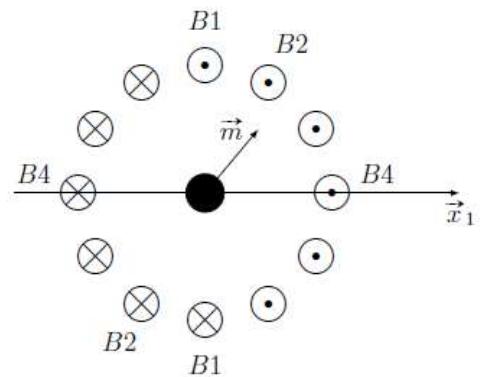
Un câble coaxial est constitué d'un cylindre infini en métal, l'âme, plein de rayon $R_1 = 1,3$ mm parcouru par un courant d'intensité $I = 1$ A et d'un cylindre métallique infini d'épaisseur négligeable de rayon R_2 parcouru par un courant d'intensité $-I$. Les deux cylindres sont coaxiaux.

- Déterminer le champ magnétique en tout point de l'espace. Représenter graphiquement $B(r)$.
- Le champ magnétique est-il continu à la traversée des deux cylindres ?
- Calculer sa valeur numérique au point où il est le plus intense.

V. Moteur pas à pas.

Un moteur pas à pas est constitué d'un rotor qui peut tourner autour d'un axe (Δ). On place un ensemble de bobines plates, ($B1$)...($B6$) qui sont susceptibles de créer un champ magnétique lorsqu'on les alimente. Celles-ci sont alimentées par un courant continu dans le sens des orientations, ou non alimentées.

En commandant les bobines les unes après les autres, on fait tourner le moteur de pas successifs. Le rotor est en général caractérisé par un moment magnétique \vec{m} qui peut tourner librement autour de l'axe Δ orthogonal au plan de la figure.



- Déterminer la direction et le sens du champ magnétique créé par la bobine $B1$ en un point de son plan. Donner la direction d'un moment magnétique à l'équilibre dans un champ magnétique uniforme (à justifier).

La bobine $B1$ est alimentée seule ; on coupe l'alimentation et on alimente la bobine $B2$. Représenter les positions successives du moment magnétique en se limitant aux deux bobines considérées.

Moment magnétique.

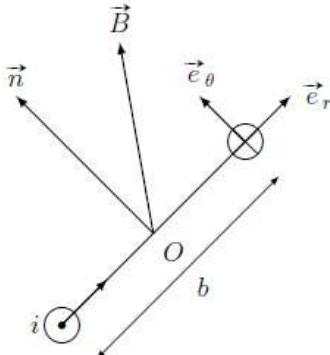
- On considère une spire plane rectangulaire $ABCD$ de cotés a et b , parcourue par un courant i . Donner l'expression de son moment magnétique.

A un aimant on associe également un moment magnétique. Pourquoi ? Quel est l'ordre de grandeur d'un moment magnétique associé à un aimant ?

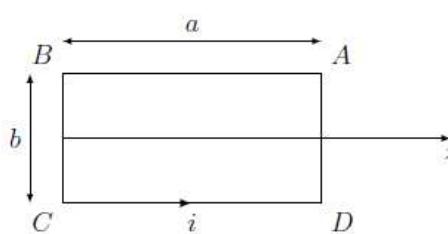
Nous étudions le cas où le rotor est un cadre sur lequel sont bobinées N spires parcourues par un courant i .

Moment des forces de Laplace.

La spire précédente peut tourner autour de l'axe (Δ) = (Oz). Elle est placée dans un champ magnétique uniforme \vec{B} sur le cadre ce qui donne vue de dessus la figure 5(a) où \vec{n} est le vecteur unitaire normal à la spire. Dans le plan du cadre on a le schéma de la figure 5(b).



(a) Vue de dessus.



(b) Vue dans le plan de la spire.

Figure 5 : Modélisation de la spire.

On pose $\vec{B} = B_r \vec{e}_r + B_\theta \vec{e}_\theta$ avec la base locale définie sur la figure 5(a).

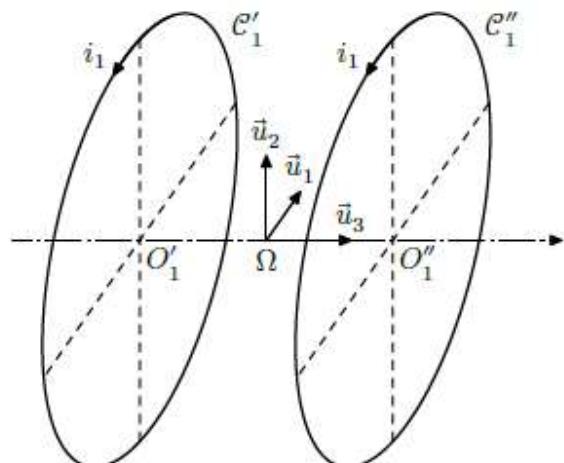
3. Déterminer le moment des forces qui s'exerce sur la spire par rapport à l'axe (Δ).
Retrouver ce résultat à partir de la forme vectorielle du moment donnée en cours.

VI. Champ magnétique produit par des bobines de Helmholtz

Deux bobines plates identiques \mathcal{C}'_1 et \mathcal{C}''_1 sont placées dans la configuration dite « de Helmholtz » : assimilables à deux cercles de centres O'_1 et O''_1 , elles possèdent le même axe de révolution, sont formées chacune de $N1$ spires parcourues par un courant d'intensité $i1$ et sont séparées d'une distance égale à leur rayon $R1$. Ce dispositif est réputé produire un champ magnétique presque uniforme dans une région relativement étendue autour du milieu Ω de $[O'_1 O''_1]$.

Afin de préciser la justesse de cette affirmation, un calcul numérique du champ magnétique a été conduit avec les paramètres $R1 = 20$ cm, $N1i1 = 1$ A. Ses résultats sont fournis sur les figures D et E jointes. Avant de les exploiter, on s'assure de sa compatibilité avec les lois de l'électromagnétisme.

En plus des coordonnées cartésiennes $(x1, x2, x3)$ d'origine Ω , on utilise des coordonnées cylindriques $(r, \theta, x3)$ d'axe $(\Omega, \vec{u}3)$. On voit que $x3$ joue le rôle de la coordonnée usuellement notée z .



Les vecteurs $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ forment une base orthonormée directe

Dans le plan de la figure D, défini par $\theta = 0$, r se confond avec $|x_1|$ et le vecteur unitaire d'habitude noté \vec{ur} vaut $\pm \vec{u}_1$ selon le signe de x_1 . On note $B_3(r, x_3) = \vec{B}(r, x_3) \cdot \vec{u}_3$, $B_{\text{axe}}(x_3) = B_3(0, x_3)$, $Br = \vec{B} \cdot \vec{ur}$ et $B_1 = \vec{B} \cdot \vec{u}_1$.

La plupart des questions de cette sous-partie demandent un travail sur les figures jointes. On fera clairement apparaître les constructions graphiques qui concourent au raisonnement.

Q 1. Comme il est difficile de représenter le champ magnétique en trois dimensions, la figure D se limite au plan $(\Omega, \vec{u}_1, \vec{u}_3)$. Pourquoi cela ne constitue-t-il pas une perte d'information ? En quels points de ce plan la direction du champ était-elle prévisible, et par quels arguments ? Sur le document réponse, représenter par une flèche le champ magnétique en quelques-uns de ces points.

Q 2. Quelle équation de Maxwell exprime la conservation du flux de \vec{B} ? En quoi cette propriété s'illustre-t-elle sur la carte fournie ? En utilisant les figures D et E, vous apporterez une réponse *quantitative* avec au moins deux valeurs numériques du champ à l'appui.

On s'intéresse à la ligne de champ \mathcal{C} passant par les points D et E . De l'un à l'autre, elle traverse sur une longueur d'environ 12 cm une zone de champ très intense. Ailleurs au contraire, le champ paraît beaucoup plus faible.

Q 3. Les valeurs du champ observées le long de \mathcal{C} sont-elles compatibles avec l'intensité circulant dans les bobines ?

Deux constatations se dégagent des figures D et E :

— dans la région située entre les bobines, le champ reste presque colinéaire à \vec{u}_3 si on ne s'éloigne pas trop de l'axe ;

— B_{axe} est presque uniforme dans la région délimitée par les bobines.

On se propose d'établir un lien entre ces deux observations.

Q 4. Considérons à titre d'exemple le point A ($x_{1A} = 5 \text{ cm}$, $x_{3A} = 20 \text{ cm}$), près duquel la ligne de champ est légèrement inclinée. Que valent $B_3(A)$ et $Br(A)$? Ces valeurs sont-elles cohérentes avec l'inclinaison de la ligne de champ en A ? Une application numérique est attendue.

Q 5. En utilisant, au voisinage d'un point de l'axe (coordonnées (r, x_3) avec $r \ll R_1$), l'équation de Maxwell de la question 2, démontrer que

$$B_r(r, x_3) \simeq -\frac{r}{2} \frac{dB_{\text{axe}}}{dx_3}.$$

Q 6. Cette relation est-elle satisfaite en A ?

Q 7. À partir des graphiques fournis, déterminer le facteur μ tel que $B_{\text{axe}}(0) = \mu N_1 i_1$.

Conventionnellement, on considère que le champ est quasi-uniforme dans le cylindre de rayon r_{\max} défini par les inégalités suivantes :

$$-\frac{R_1}{4} \leq x_3 \leq \frac{R_1}{4} \quad \text{et} \quad 0 \leq r \leq r_{\max} \quad \text{avec} \quad \left| B_3 \left(r_{\max}, \frac{R_1}{4} \right) - B_{\text{axe}}(0) \right| = \frac{1}{10} B_{\text{axe}}(0).$$

Q 8. Déterminer r_{\max} et représenter ce cylindre sur la figure D.

Sous-partie IV.A

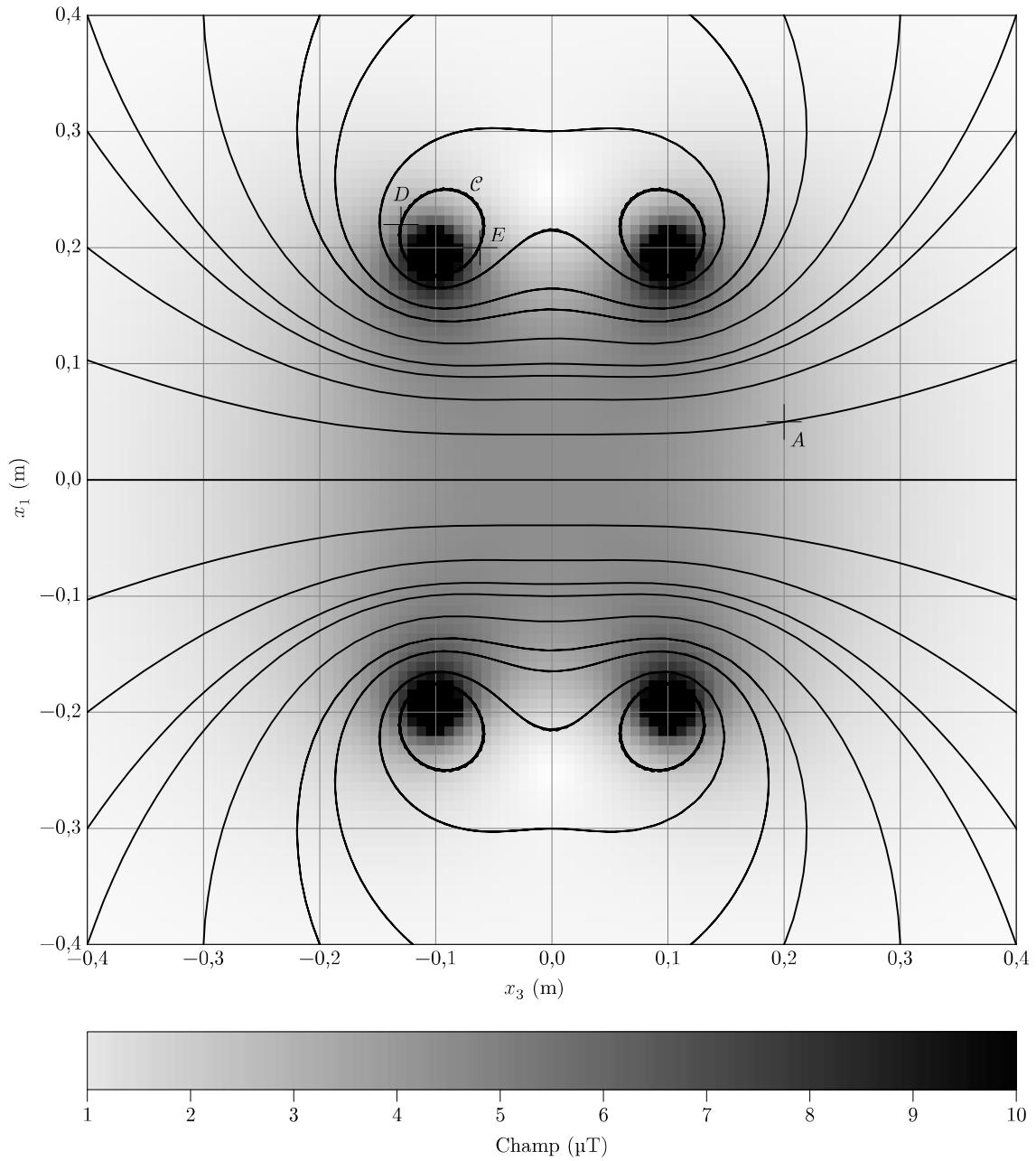


Figure D Carte de champ créé par des bobines de Helmholtz, dans le plan $(O_1, \vec{u}_3, \vec{u}_1)$

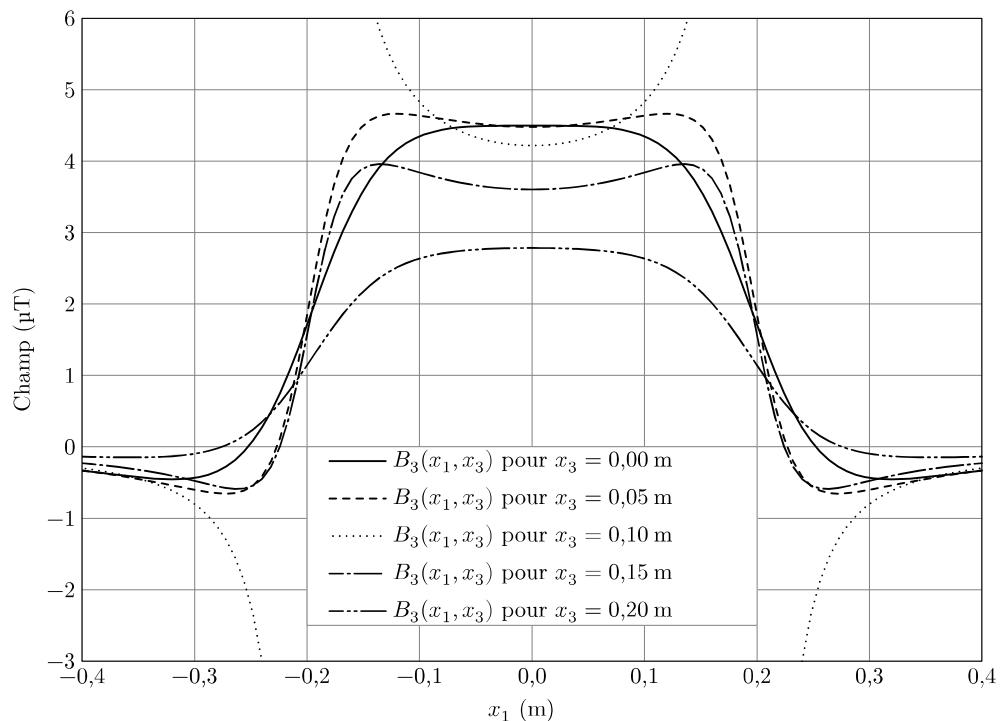
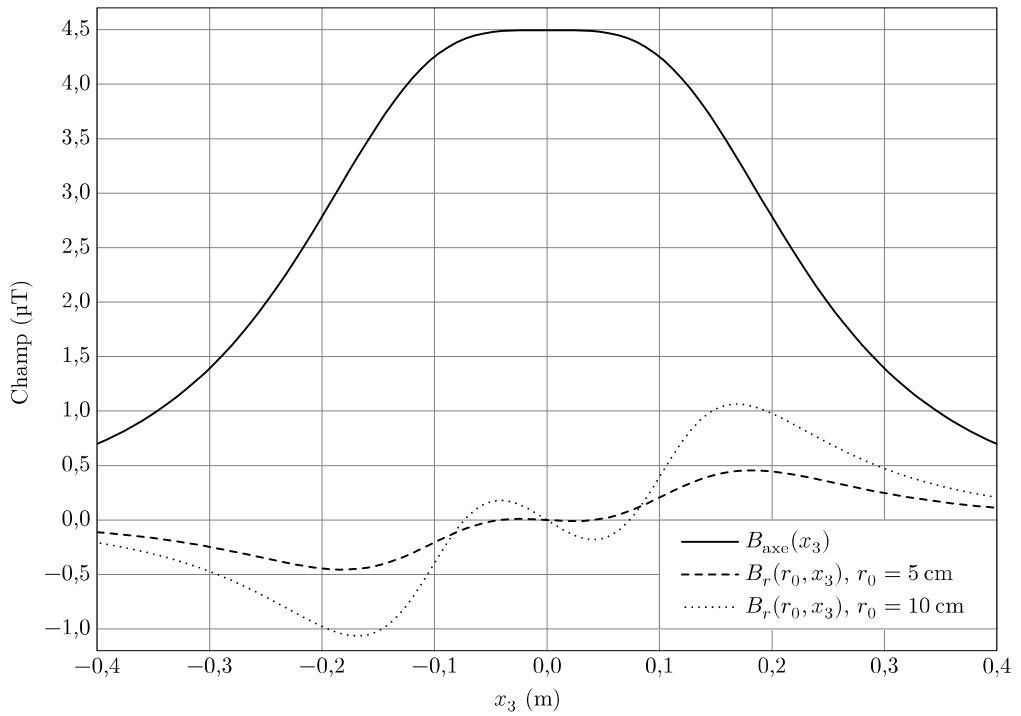


Figure E Profils du champ magnétique de long de certains segments. Sur le premier graphique, r est fixé sur chaque courbe et l'abscisse est la cote x_3 . Sur le second graphique, x_3 est fixé sur chaque courbe et l'abscisse est la coordonnée x_1 .