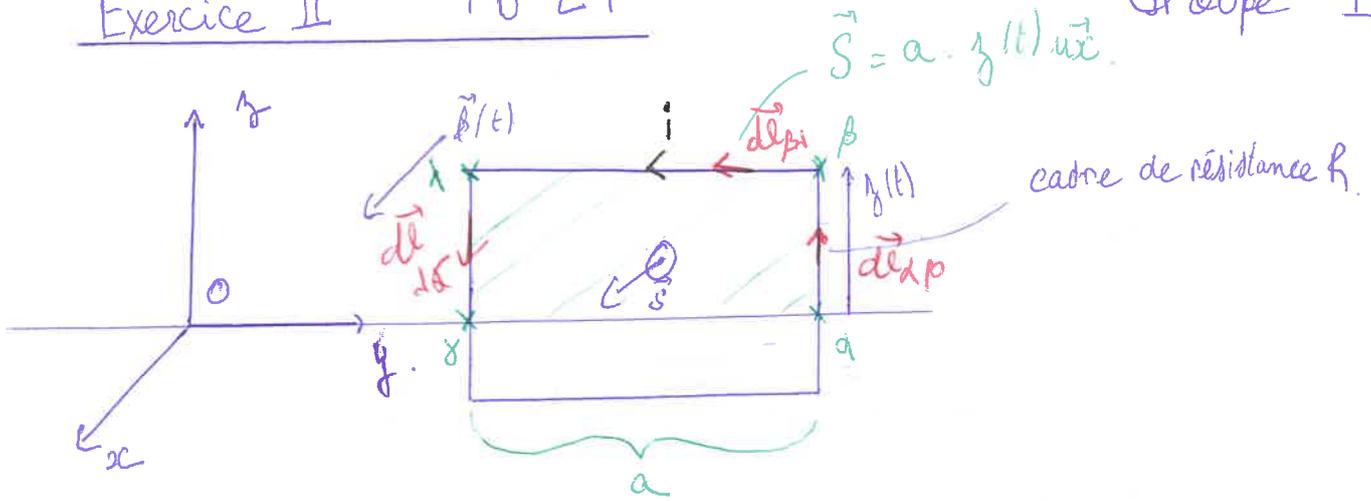


Exercice II TO 24

Groupe 1.



1. Il existe un courant induit dans le cadre car le champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_z$ existe et son flux varie à travers le cadre. et d'après l'équation de Maxwell-Faraday $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et comme, d'après la loi d'Ohm locale. $\vec{j} = \gamma \vec{E}$.

et que $i = \oint(\vec{j})$, il existe nécessairement un courant induit par \vec{B} , le champ magnétique, dans le cadre.

2. D'après la loi de Faraday;

$$e_{\text{induit}} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

et $\phi(\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{dS}$ \vec{B} étant uniforme sur S et de même sens que \vec{S} (\vec{u}_z).

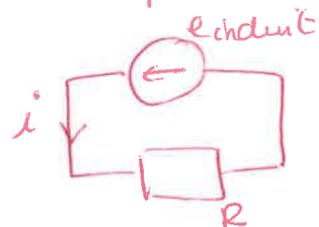
Ainsi $\phi(\vec{B}) = B \cdot y(t) \cdot a$

Par conséquent $e_{\text{induit}} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -Ba \frac{dy}{dt} = -Ba v$

et $e_{\text{ind}} = R i_{\text{ind}}$

Finalement; $i_{\text{ind}} = \frac{-Ba v}{R}$

schéma électrique



3.

$$\vec{F}_{\text{lapl tot}} = \vec{F}_{\text{lapl } \alpha \rightarrow \beta} + \vec{F}_{\text{lapl } \beta \rightarrow \lambda} + \vec{F}_{\text{lapl } \lambda \rightarrow \gamma}$$

$$= +i \gamma(t) \vec{u}_y \wedge B \vec{u}_x - i a \vec{u}_y \wedge B \vec{u}_x - i \gamma(t) \vec{u}_y \wedge B \vec{u}_x.$$

$$\vec{F}_{\text{lapl tot}} = +i a B \vec{u}_y = -\frac{(aB)^2}{R} v \vec{u}_y \quad \checkmark$$

par définition d'une force de frottement fluide;

$$\vec{F}_{\text{fluide}} = -h \vec{v}$$

par identification $h = \frac{(aB)^2}{R} \quad \checkmark$

4. la force de Laplace étant analogue à une force de frottement fluide, on peut donc comparer ce système à un amortisseur.

d'avantage de ce système serait de n'avoir pas de frottements solides, limitant ainsi l'usure des pièces. \checkmark

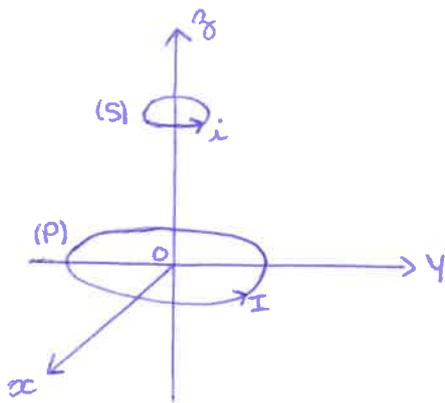
5 D'après la question 3; $h = \frac{(aB)^2}{R}$

par conséquent, $B = \frac{\sqrt{hR}}{a}$ AN: $B = \frac{\sqrt{10^4 \cdot 10^{-4}}}{10^{-2}} = 10 \quad \text{T}$

6. Un tel champ magnétique n'est pas réalisable avec un aimant permanent. Cependant, il est possible de le créer avec un électroaimant. \checkmark

on peut maintenant avoir des aimants permanents qui donnent des champs magnétiques très importants... mais bon, 10T, c'est vraiment important.

Ex III



Q1) Le flux magnétique traversant la spire est uniforme et orienté selon l'axe Oz .
L'expression du flux magnétique traversant la spire est:

$$\Phi_{\text{à travers la spire}} = B(t)S = B_0 \cos(\omega t) \times \pi r_2^2$$

↑ section d'une spire

Q2) Expression de la force électromotrice:

D'après la loi de Faraday : $\mathcal{e} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

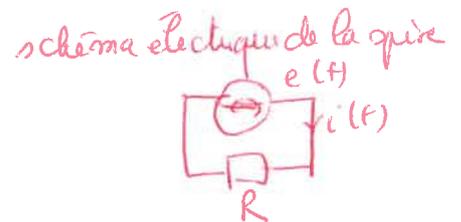
Dérivons l'expression trouvée en Q1:

$$\mathcal{e} = -\frac{d\Phi}{dt} = -B_0 \pi r_2^2 \times (-\omega \sin(\omega t)) = B_0 \omega \pi r_2^2 \sin(\omega t)$$

Q3) Courant induit $i(t)$ dans la spire:

Loi d'Ohm généralisée : $\mathcal{e}(t) = R i(t)$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{\mathcal{e}(t)}{R} = \frac{\omega B_0 \pi r_2^2}{R} \sin(\omega t)$$



Q4) Puissance dissipée par effet Joule dans la spire (S):

$$P(t) = R i(t)^2 = R \left(\frac{\omega B_0 \pi r_2^2}{R} \sin(\omega t) \right)^2$$

$$= \frac{(\omega B_0 \pi r_2^2)^2}{R} \sin^2(\omega t)$$

Q5) Puissance moyenne:

$$P_{\text{moy}} = \langle P(t) \rangle = \frac{(\omega B_0 \pi r_2^2)^2}{R} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{(\omega B_0 \pi r_2^2)^2}{2R} \quad \text{avec } \langle \sin^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2}$$

Q6) L'énergie thermique est transmise par la casserole au contenu de la casserole grâce au phénomène de conduction thermique.

Q7) La plaque à induction refroidit directement après l'avoir éteinte en retirant la casserole contrairement à la plaque de cuisson électrique.

Q8) Déterminons l'ordre de grandeur limite :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^4} = 5000 \text{ m} = 5 \text{ km}$$

r_1, r_2 et z_0 ne doivent pas dépasser 5 km pour être en ARQS.

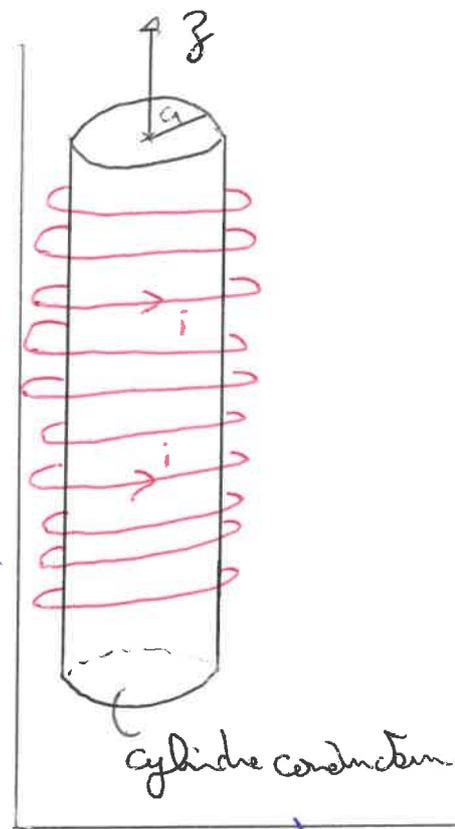
r_1, r_2 et $z_0 \ll 5 \text{ km}$, alors l'ARQS est vérifiée.

Ainsi, en ARQS, on peut négliger le temps de propagation du champ et considérer que le champ magnétique suit les variations du courant.

B

TD 24, Exercice IV, Groupe 11

Q-1) Une densité de courant électrique apparaît dans le conducteur car il y a la présence d'un courant électrique $i(t)$, un courant alternatif. → qui parcourt le solénoïde Le courant crée un champ magnétique variable à l'intérieur du solénoïde. Or d'après la loi de Maxwell - Faraday:



$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, donc la présence d'une variation du champ magnétique crée un champ électrique.

Or, comme il y a un champ électrique:

$\vec{j}_{el} = \gamma \vec{E}$, donc il y a une densité de courant électrique. → dans le cylindre conducteur.

De plus, le champ électrique induit forme des lignes circulaires autour de l'axe Oz , alors

$$\vec{j}_{el} = j_{el} \vec{e}_z$$

De plus, la densité de courant électrique est invariante par translation sur z car on suppose le cylindre infini.

Et invariante par translation sur θ . Alors j_{el} est indépendant de θ et z , d'où $\vec{j}_{el} = j(r) \vec{e}_z$.

Q2)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \mu_0}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\pi^2 \times 10^5 \times 10^7 \times 10^{-9} \times 4}}$$

$f = 100 \text{ kHz}$
 $= 10^5 \text{ Hz}$

$$= \frac{1}{10\pi} = 0,032 \text{ m}$$

$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{10 \times 10^4}}$
 $\approx 5 \times 10^{-4} \text{ m}$
 $0,5 \text{ mm}$

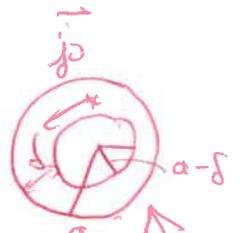
$\delta = 3,2 \times 10^{-2} \text{ m} = 3,2 \text{ cm}$

Ainsi, comme $a \gg \delta$, on considère que

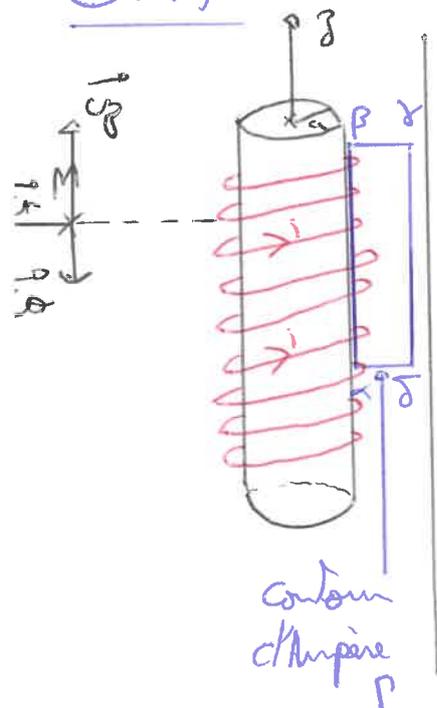
$a > 10\delta$, $a \approx 10^{-1} \text{ m} = 10 \text{ cm}$. $a \approx 5 \text{ mm}$

De même pour l , $l \approx 1 \text{ m} \gg a$

$l \gg a$, $l \approx 5 \text{ cm}$



Q7)



Ainsi on cherche le champ \vec{B} créé par \vec{j}_0 dans le conducteur.
On remarque que $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie des courants. Ainsi

$\vec{B} \perp (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$, d'où $\vec{B}(M) = B(M) \vec{u}_z$

Or, les courants sont invariants par translation selon z et par rotation selon θ .

Donc $B(r, \theta, z)$ est indépendant de θ et z .

$\vec{B}(M) = B(M) \vec{u}_z$

TD24, Exercice IV, Groupe 11

Q4) \vec{D} après le théorème d'Ampère

$$\oint_{\Gamma_{\text{fermé orienté}}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

$$= \int_{\alpha}^{\beta} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{\beta}^{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{\gamma}^{\delta} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{\delta}^{\alpha} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

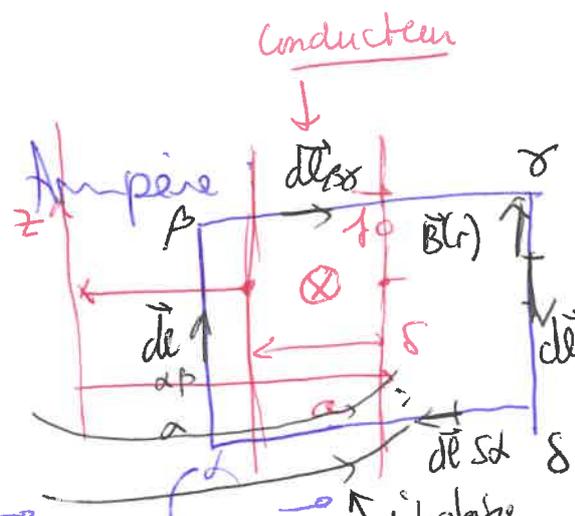
les 4 segments sont ouverts

$= 0$ car $\vec{B} \perp d\vec{\ell}$

$= 0$ car \vec{B} est solénoïde $= 0$

$= 0$ car $\vec{B} \perp d\vec{\ell}$

$B(r) = 0$ car pour $r < a - \delta$



d'où $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{\delta}^{\beta} -B(r) dr = -B(r)l$, car on suppose que pour $a - \delta < r < a$ $B(r)$ uniforme

or $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \text{ circulation} = \mu_0 (Ni + j_0 l \delta)$ où N est le nombre de spires

d'où $B(r) = \frac{\mu_0 Ni}{l} + j_0 \delta$

$$0 = -\frac{\mu_0}{l} (Ni + j_0 l \delta) = -\mu_0 (m' + j_0 \delta) \vec{u}_z$$

d'où $j_0 l \delta = -\frac{m'(r)}{\delta}$

$$j_0(t) = -\frac{n}{\delta} I_0 \cos(2\pi f t)$$

$$j_0 m = \frac{n I_0}{\delta} = \frac{1300 \times 1}{5 \times 10^{-4}} = 26 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$5. dP = \frac{j_0^2}{\delta} d\tau = \frac{1}{\delta} \frac{n^2 I_0^2}{\delta^2} \cos^2(2\pi f t) d\tau$$

$$\langle dP \rangle = \frac{1}{2\delta} \frac{n^2 I_0^2}{\delta^2} d\tau$$

uniforme

6. $P = \frac{1}{2\delta} \frac{n^2 I_0^2}{\delta^2} l \delta 2\pi a$ Volume où se trouvent les courants j_0

$$= \frac{1}{\delta} n^2 I_0^2 l \pi a \frac{1}{\delta}$$

δ proportionnel à \sqrt{f} donc P propa \sqrt{f}

$$\underline{Q5)} \quad P_{\text{moy}} = \iiint_{\text{Puissance}} dP = \iiint_{\text{Volume cylindrique}} \langle \mathbf{r}(r, t) \cdot \mathbf{r}(r, t) \rangle dt$$

où $\mathbf{r}(r, t)$ est la puissance volumique. $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}}$
 $= \overline{\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}}$

Q6 / On veut calculer cette triple intégrale :

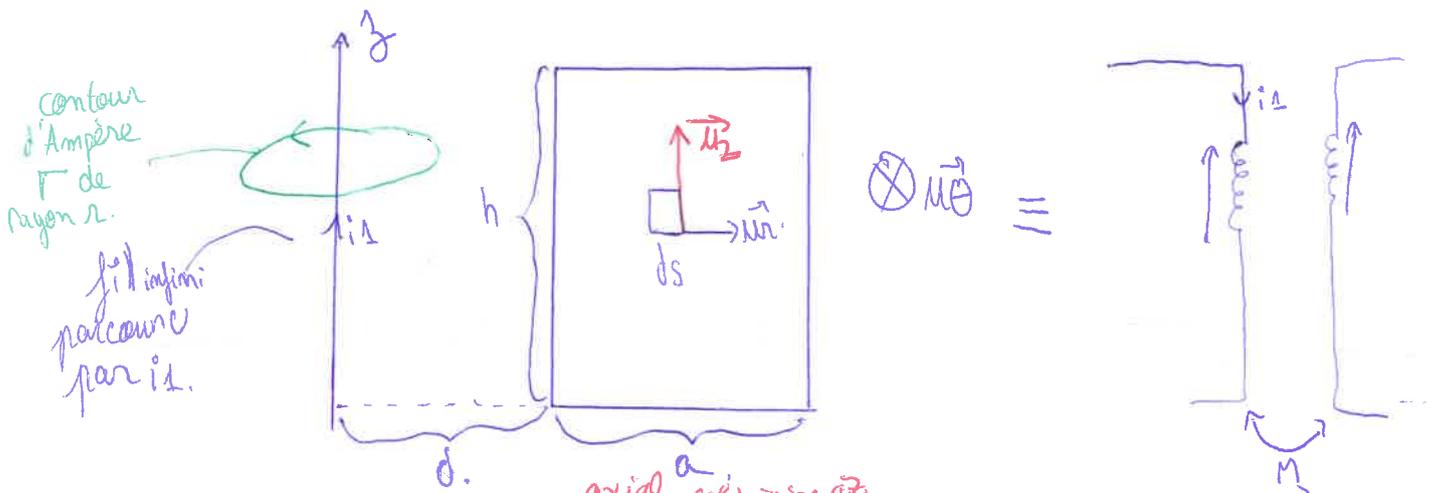
$$P_{\text{moy}} = \iiint_{\text{Volume cylindrique}} \langle \mathbf{r}(r, t) \rangle dt = \iiint_{\text{Volume cylindrique}} \overline{\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}} dt$$

$$= \iiint_{\text{Volume cylindrique}} \overline{\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}} dt \quad \text{grandeur uniforme.}$$

Ensuite on doit utiliser l'expression de $\mathbf{j}_0(t) = \mathbf{j}_0(t)$ que nous n'avons pas trouvée à la question 4.

→ AN $P \approx 1W$

Schématisons la situation:



Le courant i_1 étant ^{axial} ~~radial~~ crée un champ magnétique $B_{fil} = B_{fil}(r) \vec{u}_\theta$.
 da cause étant radiale (i_1) la conséquence (B_{fil}) sera orthoradiale
 on a bien $\vec{B}_{fil} = B_{fil}(r) \vec{u}_\theta$

Déterminons à présent l'expression de $B_{fil}(r)$ avec le théorème d'Ampère
 $\oint_{\Gamma} (\vec{B}_{fil}) = \mu_0 i_1 = \oint B_{fil}(r) d\vec{l} = B_{fil}(r) 2\pi r$

Finalement; $B_{fil}(r) \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$

Par ailleurs, par définition, $\phi(B_{fil}) = M i_1$ avec $d\vec{S} = dr dz \vec{u}_\theta$
fil → cadre.

et $\phi(B_{fil}) = \iint_{\text{fil-cadre}} B_{fil}(r) dS = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \int_d^{d+a} \frac{dr}{r} \int_0^h dz = M i_1$

Ainsi; $M = \frac{\mu_0}{2\pi} h \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$

en supposant que $a \ll d$. $\ln\left(1 + \frac{a}{d}\right) \approx \frac{a}{d}$

la nouvelle expression de M sera: $M = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \cdot \frac{a}{d}$

dans le cadre

$$\text{Enfin } \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} < B_{\text{fil}}(r) < \frac{\mu_0 i_1}{2\pi(d+a)}$$

or $d \gg a$. Ainsi; $d+a \approx d$.

Donc $B_{\text{fil}}(d) \approx B_{\text{fil}}(d+a)$: ce qui nous permet d'affirmer que B_{fil} est uniforme sur le cadre.

Ainsi $B_{\text{fil}}(d) = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,5}{2\pi \cdot 0,05} = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{10^{-2}} = \underline{2 \cdot 10^{-6} \text{ T}}$
(valeur faible).

$$\Phi(\vec{B}) = B \cdot S = \pi i_1 \quad \text{avec } \pi = \frac{\mu_0 h a}{2\pi d}$$
$$\Rightarrow B = \frac{\pi i_1}{S} = \frac{\pi i_1}{ah} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$

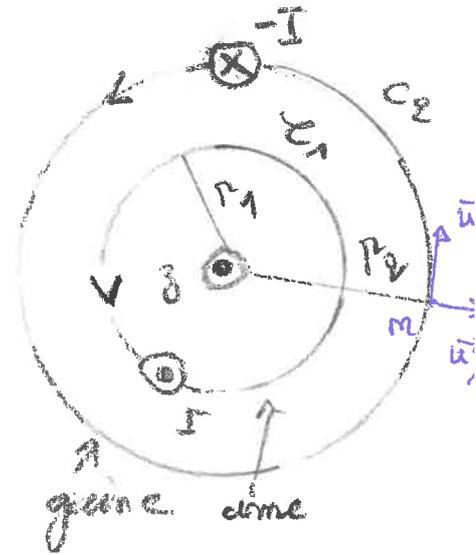
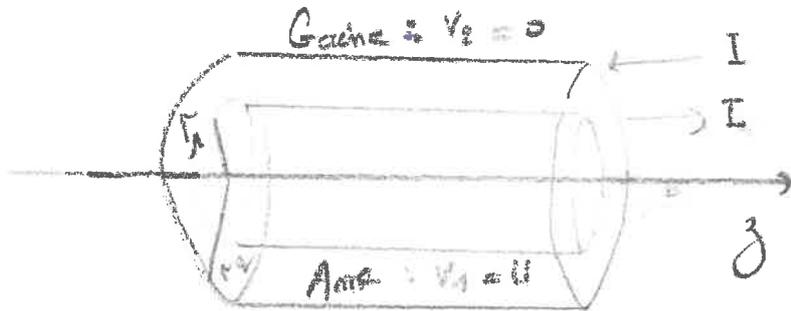
B crée à 1 distance d du fil par i_1

B est bien uniforme.

GROUPE 3

TD : Induction F.D. 24
Exercice VI

TB



⚠ Π est un point quelconque
Ne pas le mettre dans un endroit particulier.

1) Symétries & Invariances :

- Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution des courants donc \vec{B} est perpendiculaire à ce plan.

$$\vec{B}(M) = \vec{B}(r, \theta, z) = B_\theta(r, \theta, z) \vec{u}_\theta$$

- la distribution des courants est invariante par toute translation selon (Oz) et toute rotation autour de (Oz) .

↳ car on suppose le fil infini.

$$\text{D'où } \vec{B}(M) = B_\theta(r, \theta, z) \vec{u}_\theta = B_\theta(r) \vec{u}_\theta$$

• On considère comme contour un cercle \mathcal{C} de rayon r centré sur l'axe (Oz) et orienté par \vec{u}_θ .

passant par Π .

• Application du théorème d'Ampère :

la circulation est donnée par :

$$\oint_{(C)} \vec{B}(M) \cdot d\vec{\ell} = \oint_{(C)} B_{\theta}(r) \vec{u}_{\theta} \cdot d\vec{\ell} \vec{u}_{\theta} = B_{\theta}(r) \oint_{(C)} d\ell$$

$$\boxed{\oint_{(C)} \vec{B}(M) \cdot d\vec{\ell} = B_{\theta}(r) \times 2\pi r = \mu_0 I_{enl}}$$

On a 3 cas à distinguer

- $r < r_1$, $I_{enl} = 0$ car conducteur parfait (intérieur de l'âme).

Donc $B_{\theta}(r) = 0$

- $r_1 < r < r_2$ (entre les conducteurs)

$I_{enl} = I$ donc $B_{\theta}(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 I$

d'où $B_{\theta}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

- $r > r_2$ (extérieur du câble)

Les courants I et $-I$ se compensent.

$I_{enl} = I - I = 0$

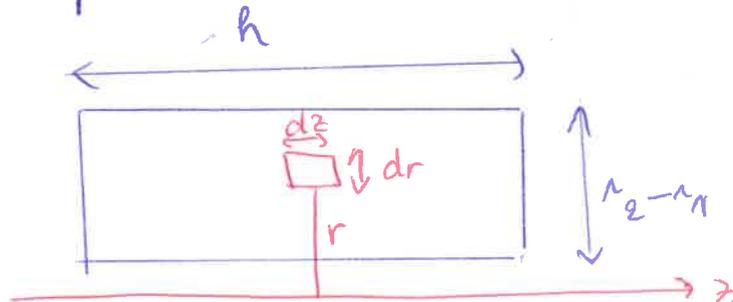
donc $B_{\theta}(r) = 0$

Ainsi :

$$\vec{B}(M) = \begin{cases} 0 & r < r_1 \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_{\theta} & r_1 < r < r_2 \\ 0 & r > r_2 \end{cases}$$

B

2)



$$\bullet \phi = \int_{\text{surface}} \vec{B}(r) \cdot d\vec{s} = \int_{\text{surface}} B_{\theta}(r) ds \quad r ds = h dr$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$\boxed{\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

• De plus, $\phi = LI$ donc $L = \frac{\phi}{I}$

$$\text{Donc } \boxed{L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

3) D'après le cours, on a:

$$u_B = \frac{d\Sigma_B}{dz} = \frac{B_{\theta}^2}{2\mu_0}$$

↑
densité volumique
d'énergie magnétique

$$\text{Donc } \boxed{u_B = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}}$$

$$\bullet \frac{d\Sigma_B}{dz} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} \text{ donc } d\Sigma_B = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} dz$$

$$\text{or } dz = 2\pi r h dr$$

$$\Sigma_B = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} (2\pi r h) dr = \frac{\mu_0 I^2 h}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$\text{Donc } \boxed{\Sigma_B = \frac{\mu_0 I^2 h}{4\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

4) D'après le cours, $\mathcal{E}_{em} = \frac{1}{2} L I^2$ ✓

On remplace L ,

$$\mathcal{E}_{em} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right) I^2$$

on retrouve
heureusement
la même
expression qu'en
Q3

$$\mathcal{E}_{em} = \frac{\mu_0 h}{4\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) I^2$$

or l'inductance linéique et définie par $L' = \frac{L}{h}$ ✓

Donc $L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$ ✓

L' ne dépend pas de h .

5) AN: $L' = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln\left(\frac{3 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}}\right)$
 $= 2 \cdot 10^{-7} \ln(3)$

$$L' \approx 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

IB

Q1

pour un condensateur plan on sait que

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0}$$

or ici $E(t) = E_0 e^{-t/\tau}$

donc $\sigma(t) = E_0 \epsilon_0 e^{-t/\tau}$

Q2

equation de Maxwell-Ampère: $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 (\vec{j}_{\text{elec}} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$

comme il n'y a pas de courant entre les électrodes

$\vec{j}_{\text{elec}} = \vec{0}$ alors la source du champ magnétique

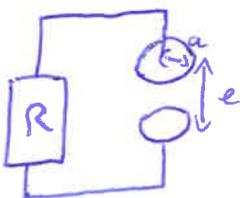
sont les courants ~~induits~~ de déplacement $\vec{j}_D = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ B

Q3

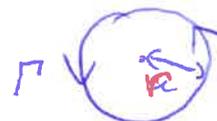
Alors MA s'écrit $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

de plus $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ est selon \vec{z} , et comme le champ \vec{B}

est orthogonale à sa cause $\vec{B} = B(t) \vec{u}_\theta$ B



preons le contour d'Ampère Γ comme étant la circonférence du disque, armature du condensateur:



doit être 4 contours dont la circonférence est une variable $B(r, t)$

Alors on applique le théorème d'Ampère à \vec{B} :

$$\mathcal{L}(\vec{B}) = \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \Phi(\text{rot} \vec{B})$$

Γ chemin orienté $S(\Gamma)$

$$\text{et } \mathcal{L}(\vec{B}) = \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{S(\Gamma)} B(t) \cdot n \, d\sigma = B(t) \cdot 2\pi r$$

$$\text{également } \Phi(\text{rot} \vec{B}) = \iint_{S(\Gamma)} \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{S(\Gamma)} \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} dS$$

$$= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \pi r^2$$

$$\text{d'où } B(t, r) \cdot 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \pi r^2$$

$$\Rightarrow \boxed{B(t, r) = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{\partial E}{\partial t}}$$

Q9

notons U_m la densité d'énergie magnétique

$$\text{alors } \boxed{U_m = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2}$$

$$\text{et } E_m = \iiint_V U_m d\tau = \iiint_V \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2 d\tau$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} \int_0^e \int_0^{2\pi} \int_0^a \left(\frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} \frac{\partial E}{\partial t} \right)^2 r^2 dr \, d\theta \, dz$$

$$\text{d'où } E_m = \frac{\mu_0 \epsilon_0^2}{8} \left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)^2 \int_0^e dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a r^3 dr$$

$$\text{finalement } \boxed{E_m = \frac{\mu_0 \epsilon_0^2 \pi e a^4}{16} \left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)^2}$$

T D 24 Exo 7 (suite)

Q5

notons $u_{elec} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{\cancel{\epsilon_0}} E^2$ la densité d'énergie électrique

$$\begin{aligned} \text{et } E_{elec} &= \iiint_V u_{elec} d\tau = \iiint_V \frac{1}{2} \cancel{\epsilon_0} E^2 d\tau \\ &= \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{\cancel{\epsilon_0}} E^2 \int_0^e dz \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a r dr \end{aligned}$$

d'où $E_{elec} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{\cancel{\epsilon_0}} E^2 e 2\pi \frac{a^2}{2}$

(\Rightarrow) $E_{elec} = \frac{\cancel{\epsilon_0} a^2 e \pi}{\cancel{\epsilon_0} \times 2} E^2$

Q6

remplaçons $E(t) = E_0 e^{-t/\tau}$ et $\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{E_0}{\tau} e^{-t/\tau}$

Alors le rapport $\frac{E_{elec}}{E_m} = \frac{\epsilon_0 \frac{a^2 e \pi}{2} \cancel{\epsilon_0} E_0^2 e^{-2t/\tau}}{\mu_0 \epsilon_0^2 \pi e a^4 \frac{E_0^2 e^{-2t/\tau}}{16 \tau^2}}$

$$\frac{E_{elec}}{E_m} = \frac{\tau^2 16}{\mu_0 \epsilon_0 a^2 2}$$

donc $\frac{E_{elec}}{E_m} > 1$ d'où $E_{elec} > E_m$

expression numérique

(ici $\tau = RC = \frac{R \epsilon_0 S}{e} = \frac{R \epsilon_0 \pi a^2}{e}$)

et $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$

$$\begin{aligned} \frac{E_{elec}}{E_m} &= \left(\frac{c \tau}{a} \right)^2 \times 8 \\ &= 8 \left(\frac{\tau}{\tau_{max}} \right)^2 \gg 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{c}{a} &= \frac{3 \times 10^8}{0,1} = 3 \times 10^9 \text{ s}^{-1} \\ \tau_{max} &= \frac{a}{c} \approx 10^{-11} \text{ s} \end{aligned}$$