# AD1 - TD28 (groupe 2)

Les machines tournantes sont des rotors et :

$$B_r(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \Omega_R(t))$$
$$= B_0 \cos(\theta - \Omega_R t + \alpha)$$
$$= B_0 \cos(\theta - 2\pi f t + \alpha)$$

la vitesse de rotation d'1 machine synchrone = pulsation des courants du stator.

Donc $\Omega_R = 2\pi f$ /

En France la fréquence du réseau électrique est de 50 Hz /

donc $\Omega_{R\,France} = 2\pi \times 50 = 314$ rad/s $= 3000$ tr/min $= \frac{2\pi \times 50 \times 60}{2\pi}$

En Amérique du Nord, la fréquence du réseau électrique est de 60 Hz.

Donc $\Omega_{R\,Amerique} = 2\pi \times 60 = 377$ rad/s $= 3600$ tr/min.

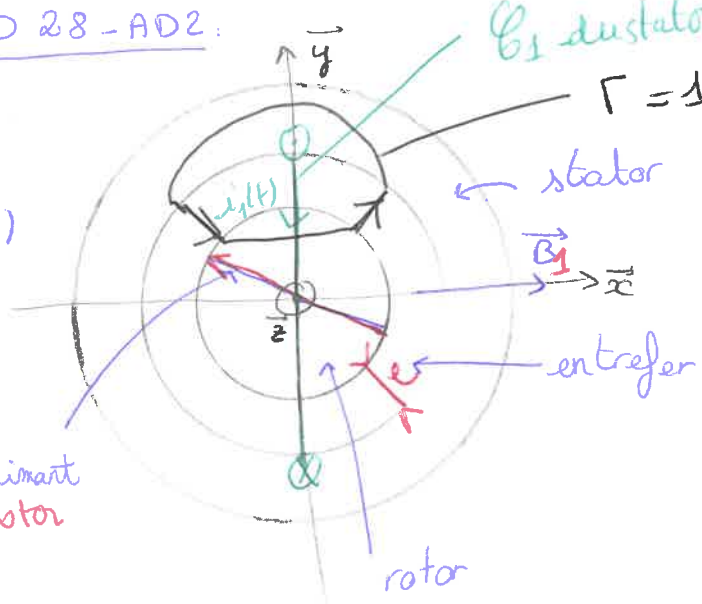
$= \frac{2\pi \times 60 \times 60}{2\pi}$ tr.min$^{-1}$

C'est donc la fréquence du courant qui influe sur la vitesse des rotors. /

B

TD 28 - AD2 : Groupe 4

a)




Les bobines du ~~rotor~~ stator constituent le circuit d'induit

b) Le circuit inducteur est l'aimant permanent car c'est ce qui crée le champ magnétique

Une machine à pôles lisses signifie que l'épaisseur de l'entrefer est constante B

b) $B_1 = k\, i(t) \cos\theta$ Il faut dessiner le circuit du stator.

Par la loi d'Ampère, on trouve $B_1 = \frac{\mu_0 N i}{2e}$

Vous ne pouvez pas appliquer le théorème d'Ampère sans faire de schéma

donc $B_1 = k\, i(t) \cos\theta = \frac{\mu_0 N i}{e}$ → préciser le contour d'Ampère !

d'où $k = \frac{\mu_0 N}{2e \cancel{\cos\theta}}$

$\mathcal{C}(\vec{H}) = \text{ienlacé} = \frac{2 B_e e}{\mu_0} = N i$

$= H_{fer} l_{fer} + 2 H_{entrefer} e$

↳ matériaux doux avec $\mu_r \to \infty$ . $B_{fer} = \frac{H_{fer}}{\mu_0 \mu_r} = 0$.

c) Les courants sont :

$i_x(t) = I_0 \cos(\omega t)$

$i_y(t) = I_0 \sin(\omega t)$

⚠ dans l'entrefer le champ est radial !

Chaque bobine crée un champ magnétique

$\vec{B_x}(t) = B_{0x} \cos(\omega t)\, \vec{u_x} = k \cos\theta \cos(\omega t)\, \vec{u_r}$

$\vec{B_y}(t) = B_{0y} \sin(\omega t)\, \vec{u_y} = k \sin\theta \sin(\omega t)\, \vec{u_r}$

Par superposition,

$\vec{B} = \vec{B_x} + \vec{B_y}$

$= B_0 \cos(\omega t)\vec{e_x} + B_0 \sin(\omega t)\vec{e_y}$

Sa norme est constante :

$\|\vec{B}(t)\| = \sqrt{B_0^2 \cos^2(\omega t) + B_0^2 \sin^2(\omega t)}$

$\|\vec{B}(t)\| = B_0$

donc, on a bien $\vec{B}(t) = B_0(\cos(\omega t)\vec{e_x} + \sin(\omega t)\vec{e_y})$

Ce champ a une norme constante et tourne à la vitesse angulaire $\omega$

Donc c'est bien un champ magnétique tournant

$\vec{B} = k[\cos\theta \cos(\omega t) + \sin\theta \sin(\omega t)]\vec{u_r}$

$\vec{B} = k \cos(\omega t - \theta)\vec{u_r}$

↳ $\vec{B}$ est un champ magnétique glissant.

Groupe 6 :

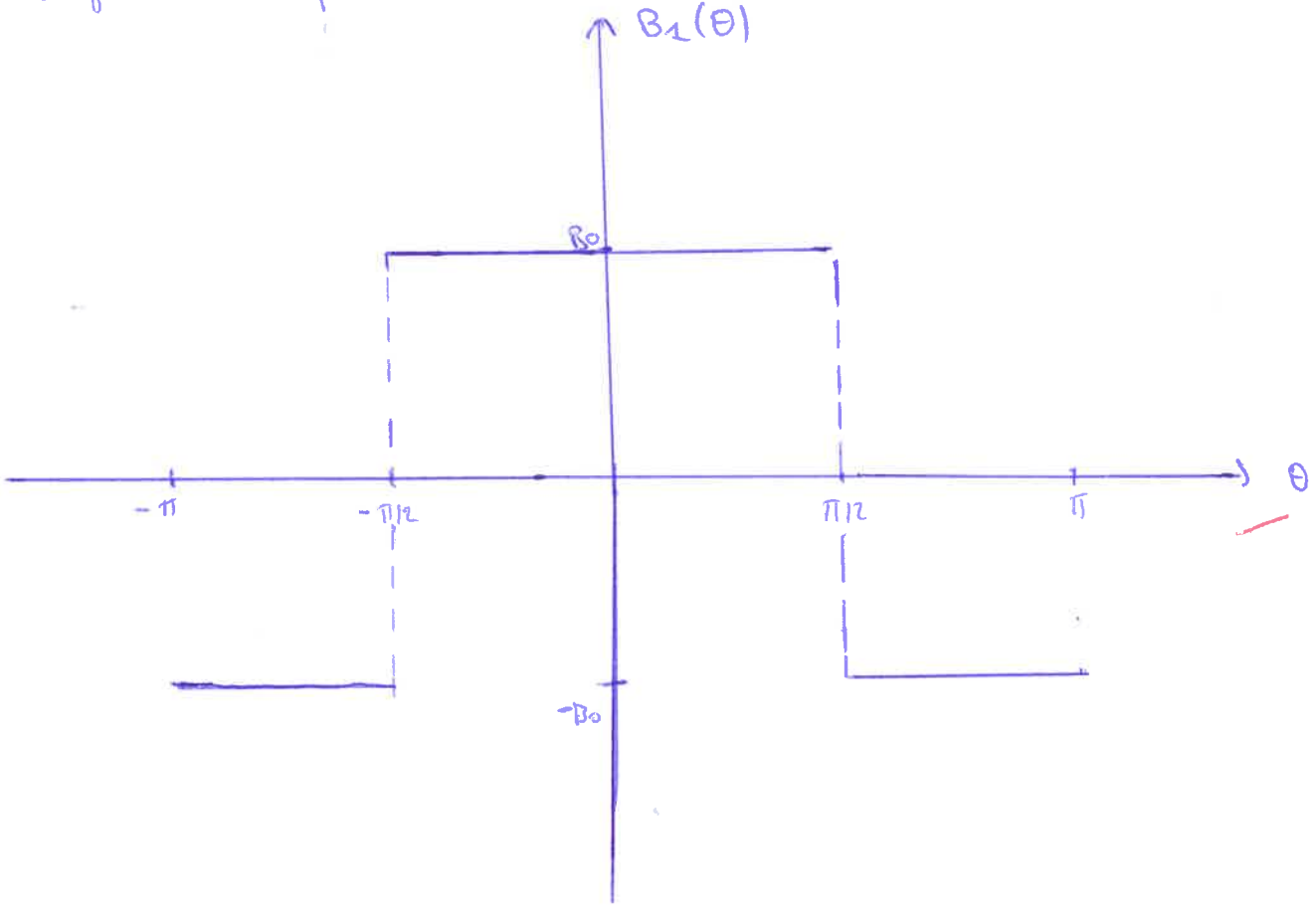
AD 3 TD 28 :

→ la répartition des spires doit toujours être symétrique par rapport à la spire centrale

• D'après l'énoncé,

$$B_1(\theta) = \begin{cases} B_0 & \text{si } \theta \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[ \\ -B_0 & \text{si } \theta \in \left]-\pi; -\frac{\pi}{2}\right[ \cup \left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[ \end{cases}$$

◦ Cela nous aide à dire qu'une spire unique crée un champ radial positif du côté où les conducteurs sortent le courant, et un champ radial négatif du côté opposé. On aura des discontinuités aux angles $\pm\frac{\pi}{2}$ car c'est là où les conducteurs de la spire sont positionnés




• Proposons une répartition des conducteurs qui permettent de créer un champ magnétique $\vec{B_3} = B_3(\theta)\vec{e_r}$.

D'après le schéma on a :

$$B_3(\theta) = \begin{cases} +3B_0 & \text{si } \theta \in \left]-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right[ \\ +\cancel{2}B_0 & \text{si } \theta \in \left]-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right[ \cup \left]\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right[ \\ -3B_0 & \text{si } \theta \in \left]-\pi; -\frac{\pi}{2}\right[ \cup \left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[ \end{cases}$$

→ le champ n'est jamais nul

Intervalles à revoir → recopier le schéma de l'énoncé

1/2

• Décomposons $B_3(\theta)$ en disant $B_3$ comme la somme de deux champs deux à deux :

$$B_3(\theta) = B_A(\theta) + B_B(\theta)$$

⚠ il faut utiliser les résultats du cours.

$B_A(\theta)$ : un créneau $\pm \frac{B_0}{2}$ avec des sauts en $\pm \frac{\pi}{2}$ (comme $B_s$ mais avec une amplitude moitié).

↳ ~~de sorte~~ la répartition des spires est toujours symétrique

$B_B(\theta)$ : un créneau aussi $\pm \frac{B_0}{2}$ avec les sauts en $\pm \frac{\pi}{3}$.

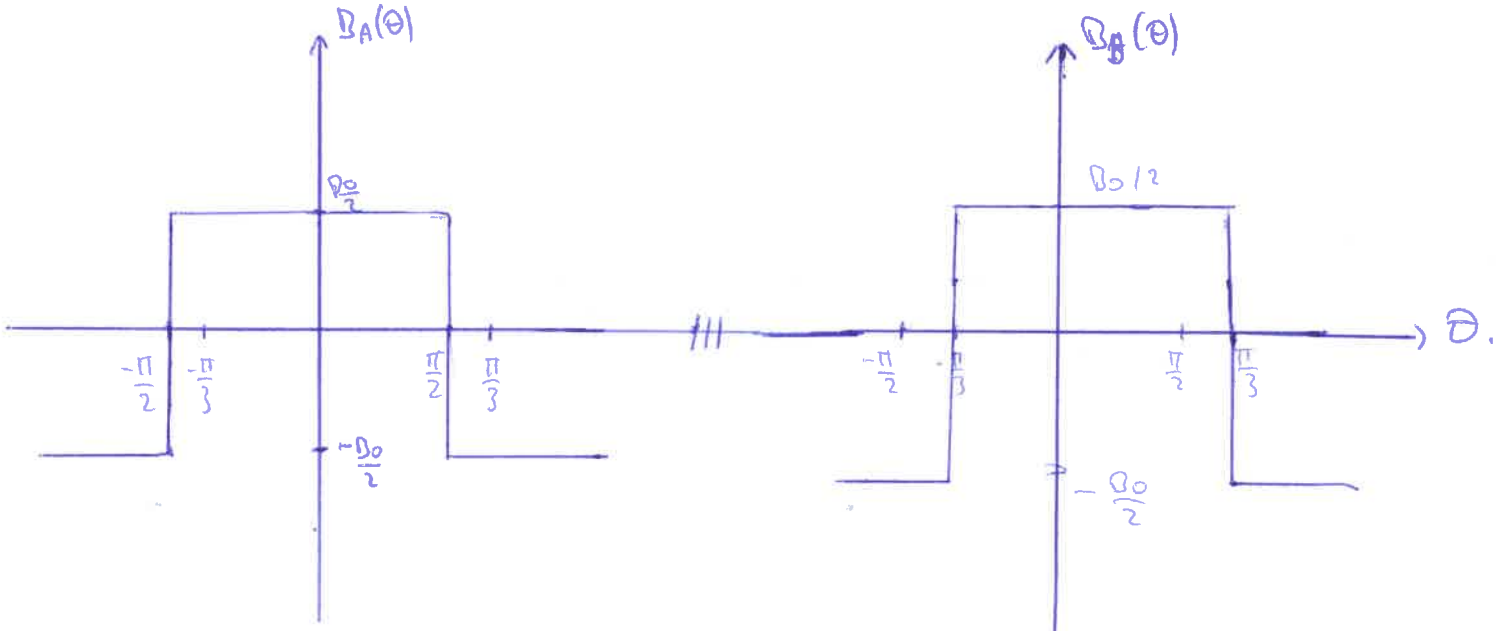
↳ le champ donné dans l'exercice et celui créé par 2 spires décalées de $\pm \pi/6$ / spire centrale.

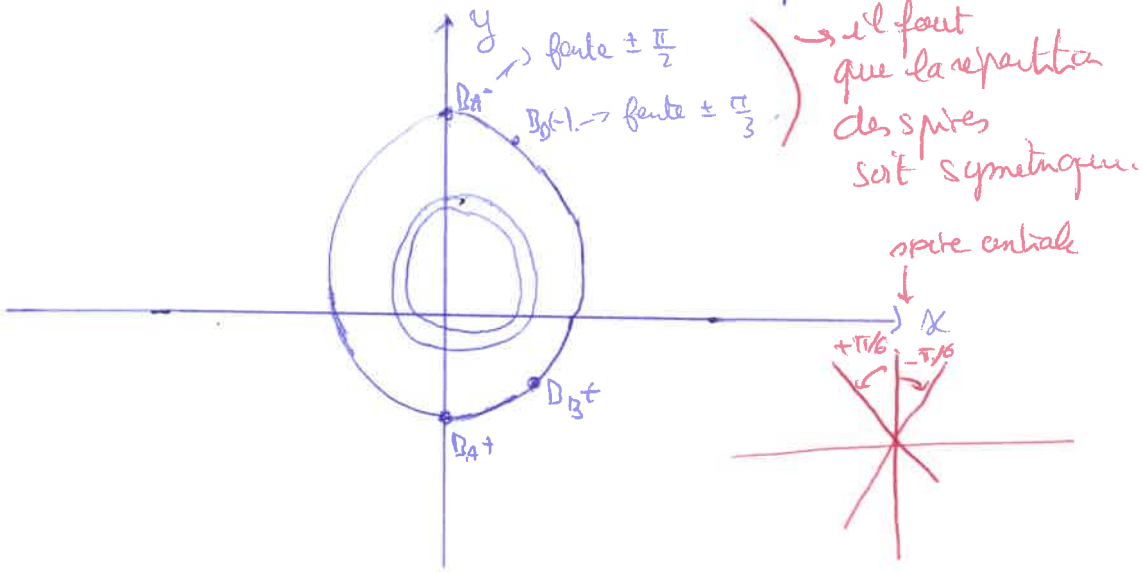
Vérifions si cela marche.

• Pour $\theta \in ]-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}[$ : $B_A = +\frac{B_0}{2}$ et $B_B = +\frac{B_0}{2} \Rightarrow B_A + B_B = B_0$

$\theta \in ]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}[$ : $B_A = +\frac{B_0}{2}$ et $B_B = -\frac{B_0}{2} \Rightarrow B_A + B_B = 0$

$\theta \in ]\frac{\pi}{2}, \pi[$ : $B_A = -\frac{B_0}{2}$ et $B_B = -\frac{B_0}{2} \Rightarrow B_A + B_B = -B_0$.

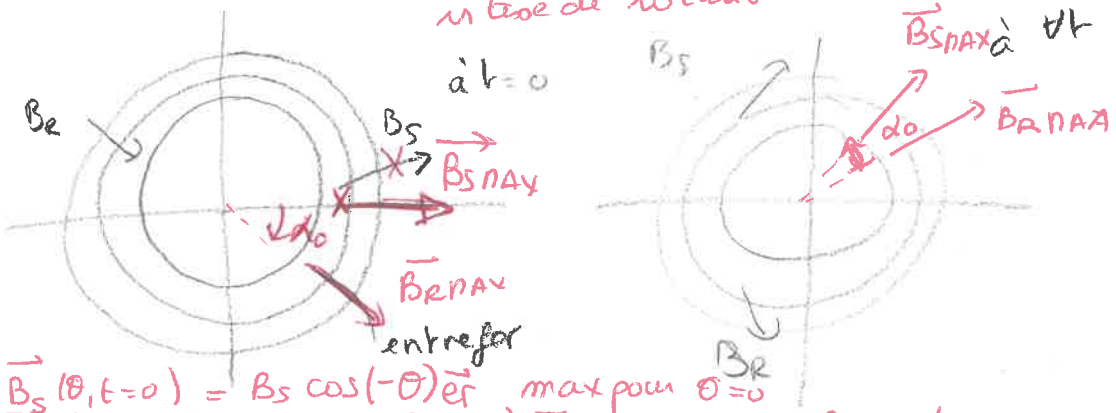



→ il faut que la répartition des spires soit symétrique

Groupe 10, TD 28, AD 4.

a)




à $t=0$ $\vec{B_S}(\theta, t=0) = B_S \cos(-\theta)\vec{e_r}$ max pour $\theta = 0$

$\vec{B_R}(\theta, t=0) = B_R \cos(\theta + \alpha_0)\vec{e_r}$ max pour $\theta = -\alpha_0$

b) Signe de $\alpha_0$ lorsque la machine fonctionne en

| | | |
|---|---|---|
| moteur : | $\alpha_0 > 0$ | $\vec{B}$ rotor en retard / $\vec{B}$ stator |
| alternateur : | $\alpha_0 < 0$ | $\vec{B}$ rotor en avance / $\vec{B}$ stator |

c) $u = \frac{B^2}{2\mu_0}$ et on pose $V$ = volume entrefer $= 2\pi R L e$.

Donc : $U_{MS} = \iiint \frac{B_S^2 \cos^2(\Omega t - \theta)}{2\mu_0} dV = \frac{B_S^2}{2\mu_0} \cos^2(\Omega t - \theta)\, 2\pi R L e$.

$dC = Le\, R\, d\theta$

d) Lorsque les deux champs sont présents :

$\vec{B} = \vec{B_S} + \vec{B_R}$

$B^2 = B_S^2 + B_R^2 + 2\vec{B_S}\vec{B_R}$ $= \frac{B_S^2 \cos^2(\omega t - \theta)}{2\mu_0} + \frac{B_R^2 \cos^2(\theta - \omega t + \alpha_0)}{2\mu_0} + \frac{B_S B_R \cos^2(\omega t - \theta)\cos^2(\theta - \alpha(t))}{\mu_0}$.

Or $U_M = U_S + U_R + U_{couplage}$

et on sait que $C = \frac{\partial U_m}{\partial \alpha}$ il faut que $\alpha_0 \neq 0$.

$U_n = \mathcal{E}_{B_S}^2 + \mathcal{E}_{B_R}^2 + \frac{B_R B_S}{\mu_0} Le\, R \left[ \int_0^{2\pi} \cos^2(\omega t - \theta)\cos^2(\theta - \alpha(t))\, d\theta \right]$

e)

$= \mathcal{E}_{B_S}^2 + \mathcal{E}_{B_R}^2 + \frac{B_S B_R}{\mu_0} \frac{Le\, R}{2} \int_0^{2\pi} \left( \cos(\omega t - \alpha(t)) + \cos(\omega t - 2\theta - \alpha(t)) \right) d\theta$

$= \mathcal{E}_{B_S}^2 + \mathcal{E}_{B_R}^2 + \frac{B_S B_R}{\mu_0} \frac{Le\, R}{2} \left( \cos(\omega t - \alpha(t))\, 2\pi + \text{terme constant} \right)$

$C = \frac{dU_n}{d\alpha} = \frac{B_S B_R}{\mu_0} \frac{Le\, R}{2} (+\sin(\omega t - \alpha(t)) \rightarrow$

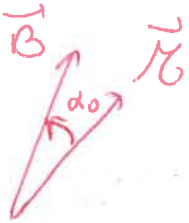
$\langle C \rangle \neq 0$ si $\omega t - \omega t + \alpha_0 = \alpha_0$

$\Rightarrow \Omega_R = \omega$ condition de synchronisme

$\Omega_R$ = vitesse de rotation du rotor ; $\omega$ = pulsation des courants du stator

alors $C = \frac{B_s B_R L_c R \sin\alpha_0}{2\mu_0}$

e) $\vec{C} = \vec{R} \wedge \vec{B} = \|\vec{R}\| . \|\vec{B}\| \sin\alpha_0 . \vec{u_z}$



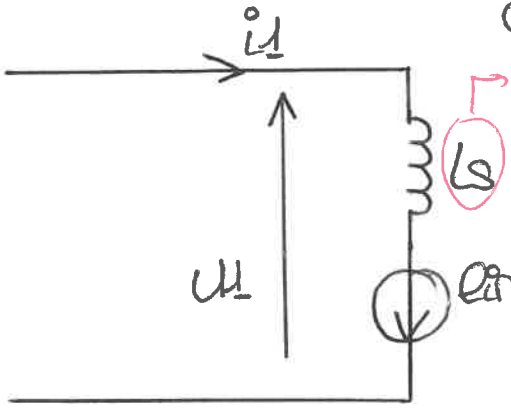
groupe 2
Julie
Alicia
Célia

# TD 28 - AD 5

B

a) phénomène d'induction électromagnétique dans le moteur synchrone idéal

modèle idéal : + matériaux doux
+ résistances d'enroulements négligées (pertes cuivre) B
+ pas de fuites magnétiques, pas de pertes par hystérésis, pas de courants de Foucault (pertes fer)




modélise le phénomène d'auto induction

$e_{ind} = -e_1$

$= + \frac{d\Phi(\vec{B_R} \to e_1)}{dt}$ B

$= f_{cém\ ind}$

$\underline{Z} = \underline{U} / \underline{I} = R + jX$

b) convention récepteur => moteur :

$\begin{cases} i_1 = I_{1\,eff} \cos(\omega t) \\ i_2 = I_{2\,eff} \cos(\omega t - \pi/2) \end{cases}$

B, mais pas nécessaire

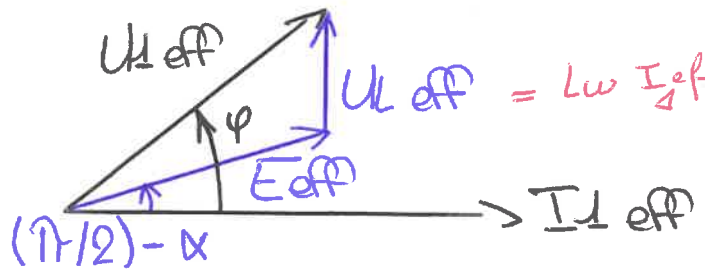
$\underline{U_1} = j\omega L_s \underline{I_1} + \underline{E_1} = \underline{U_L} + \underline{E_1}$

$\underline{E_1} = \frac{d\underline{\Phi}(\vec{B_R} \to e_1)}{dt} = \frac{d}{dt}\underline{\Phi}(\vec{B_R} \to e_1) = j\omega\,\underline{\Phi}(\vec{B_R} \to e_1)$

$\Phi(\vec{B_R} \to e_1) = N_s B_R S_1 \cos(\theta_R)$ → $\theta_R = \Omega_R t - \alpha = \omega t - \alpha$

$\underline{\Phi}(\vec{B_R} \to e_1) = N_s B_R S_1 e^{j(\omega t - \alpha)}$

$\Rightarrow \underline{E_1} = j\omega N_s B_R S_1 e^{-j\alpha} = \omega N_s B_R S_1 e^{j(\pi/2 - \alpha)}$



c) $\begin{cases} e(t) = E_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2} - \alpha) \\ u_1(t) = U_{1eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$

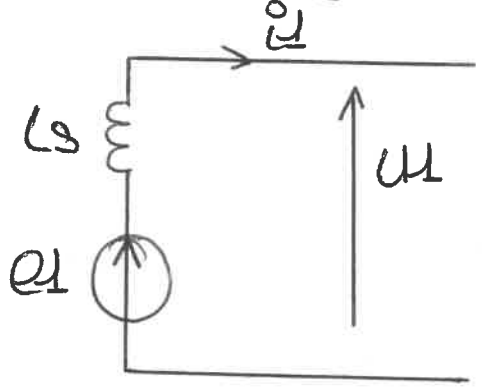
puissance consommée par la phase 1 :

$P = C\omega = \frac{C_{max}}{2}\sin\omega/2$ (chaque phase donne une partie de la puissance au rotor.

$= E_1 \, U_{1eff} \, I_{1eff}\cos(\varphi)$

$\Rightarrow \cos(\varphi) = \frac{C\omega}{E_1 \, U_{1eff} \, I_{1eff}}$ | le transfert de puissance se fait au niveau de la f.c.e.m

d) convention générateur $\Rightarrow$ alternateur :




$e_1 = -\frac{d\Phi(\vec{B_R} \to e_1)}{dt}$

$\underline{U_1} = \underline{E_1} - jL\omega\underline{I_1}$

$\times \underline{I_1}$

$\underline{U_1} = -j\omega L_S + \underline{E_1} = -\underline{U_L} + \underline{E_1}$

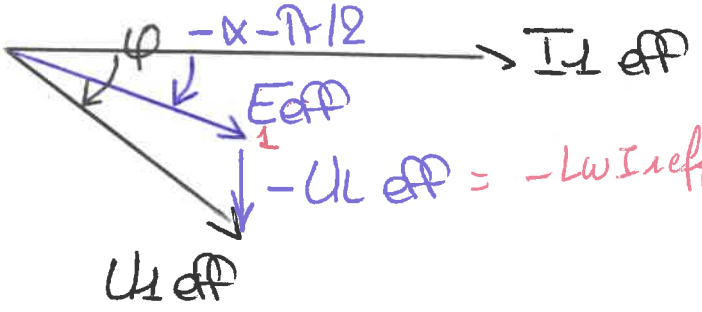
$\underline{E_1} = j\omega(-\underline{\Phi}(\vec{B_R} \to e_1))$

$\Phi(\vec{B_R} \to e_1) = N_S B_R S_1 \cos(\Omega_R t - \alpha)$

$\underline{\Phi}(\vec{B_R} \to e_1) = N_S B_R S_1 e^{j(\omega t - \alpha)}$

$\Rightarrow \underline{E_1} = -j\omega N_S B_R S_1 e^{-j\alpha}$

$= \omega N_S B_R S_1 e^{(-\alpha - \pi/2)}$



GROUPE

TD23 : AD6

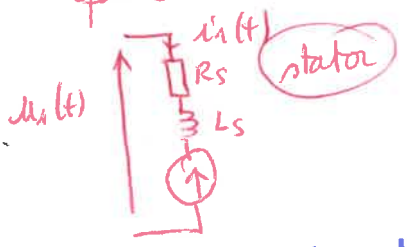
1- Déterminons la puissance ~~moyenne~~ instantanée consommée par chacun des trois circuits électriques qui compose cette machine.

Il comporte trois circuits électriques distinctes :

Deux circuits statoriques ( 1 et 2 ) et un circuit rotorique

Les équations électriques sont donc :

faites un schéma !




$$u_1(t) = R_s i_1(t) + L_s \frac{di_1}{dt} + e_1(t)$$

$$u_2(t) = R_s i_2(t) + L_s \frac{di_2}{dt} + e_2(t)$$

$$u_r(t) = R_r i_R(t) + L_R \frac{di_R}{dt}$$

Ainsi la puissance instantanée fournie à un circuit est

$$P_1(t) = u_1(t) \times i_1(t) = R_s i_1^2(t) + L_s i_1(t) \frac{di_1}{dt} + e_1(t) i_1(t)$$

$$P_2(t) = u_2(t) i_2(t) = R_s i_2^2(t) + L_s i_2(t) \frac{di_2}{dt} + e_2(t) i_2(t)$$

$$P_R(t) = u_r(t) i_R = R_R i_R^2(t) + L_R i_R(t) \frac{di_R}{dt}$$

$i_R$ est indépendante du temps $\Rightarrow 0$

2- Déduisons la puissance moyenne électrique

$$\left\langle L_s i_1(t) \frac{di_1(t)}{dt} \right\rangle = \frac{L_s}{T} \int_0^T i_1 di_1 = \frac{L_s}{2T} \left[ i_1^2 \right]_0^T = 0$$

car $i_1(T) = i_1(0)$ ( périodicité ). Il en est de même pour la phase 2 et pour le rotor ( $\frac{di_R}{dt} = 0$ ) en régime permanent $i_R = 0$

$$\langle P_{tot} \rangle = \underbrace{\langle R_s i_1^2 + R_s i_2^2 + R_R i_R^2 \rangle}_{\text{Pertes Joule totales moyennes}} + \underbrace{\langle e_1 i_1 + e_2 i_2 \rangle}_{\text{Puissance moyenne absorbée par les f.c.é.m.}}$$

ou

3- Relation entre $P_{méca}$ et $P_{f.c.é.m}$

En régime permanent

$$P_{méca} = \langle P_{f.c.é.m} \rangle = \langle e_1 i_1 + e_2 i_2 \rangle$$

ou

TD n° 28

AD n° 7

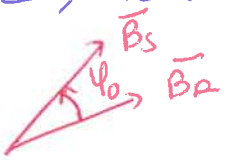
groupe 6

a) On a pour $\omega_0 = \Omega_r$ : $\langle C \rangle = C_{max} \sin(\varphi_0)$

et pour $\omega_0 \neq \Omega_r$ : $\langle C \rangle = 0$

Or on étudie un moteur synchrone, on veut donc que $C > 0$ cad $C_{max} \sin(\varphi_0) \geq 0$

Ainsi $\varphi_0 \in [0; \pi]$ /




b) En régime permanent on veut que $\omega_0 = \Omega_r = cste$

Et d'après le théorème de l'énergie cinétique, on a

$$J \frac{\partial \Omega_r}{\partial t} = 0 = C - C_r$$

↳ appliqué à quel système ?
↳ bilan des couples ?

On veut donc que $C = C_r = C_{max} \sin(\varphi_0)$

↳ définissez la variable introduite

si $C_r > C_{max}$ pas de régime permanent possible.

c) On impose l'augmentation de $C_r$

On a donc que $\frac{\partial \Omega_r}{\partial t} < 0$ la vitesse de rotation du rotor diminue

Et $\omega_0$ est constante car elle est imposée par la fréquence du réseau

Ainsi l'angle $\varphi_0$ va augmenter

- Lorsque $\varphi_0 \in [0; \frac{\pi}{2}]$, la fonction sinus est croissante augmentant ainsi le couple jusqu'à atteindre un régime permanent /
- Lorsque $\varphi_0 \in ]\frac{\pi}{2}; \pi]$ la fonction sinus est décroissante diminuant ainsi le couple ce qui augmente encore $\varphi_0$ et diminue $\Omega_r$ jusqu'à avoir $\Omega_r = 0$

Le moteur synchrone est donc stable lorsque $\varphi_0 \in [0; \frac{\pi}{2}]$ /