

APPLICATIONS DIRECTES

1. Vitesse de rotation d'une machine synchrone

Comment peut-on expliquer qu'un grand nombre de machines tournantes ait en Europe une vitesse égale à 3000 tours par minute, pour 3600 tours par minute en Amérique du Nord ?

2. Moteur synchrone de ventilateur à aimant permanent :

Un ventilateur électrique est constitué :

- d'un système fixe de bobines (appelé stator), alimenté par des courants alternatifs et produisant un champ magnétique $\vec{B}$ d'intensité constante mais dont la direction tourne à la vitesse angulaire constante ω_0 ; ce champ « tournant » demeure orthogonal à un axe $z'z$ fixe ;
- d'un aimant permanent de moment magnétique $\vec{M}$ orthogonal à $z'z$, solidaire des aubes du ventilateur qui tourne à la vitesse angulaire Ω autour de l'axe $z'z$.

a) Représenter le schéma simplifié de ce moteur synchrone. On annotera avec les noms : rotor, stator, entrefer, circuit d'induit. Quelle est la nature du circuit inducteur ? Que signifie machine à pôles lisses ?

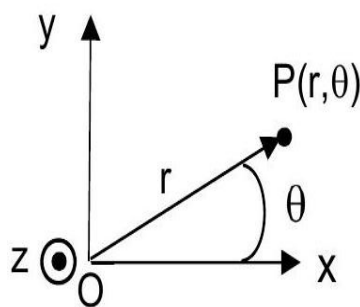
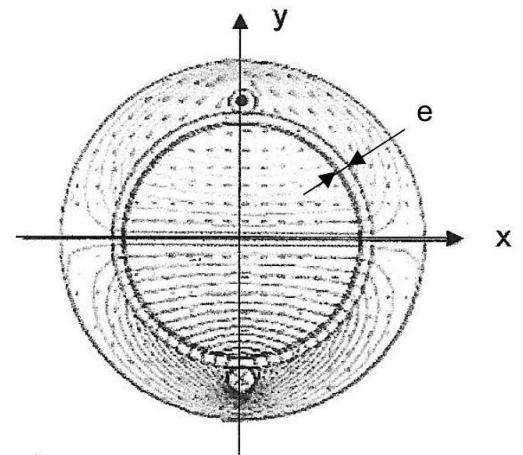
b) On considère un enroulement statorique de N spires, comprenant un pôle Nord et un pôle Sud diamétralement opposés, avec une répartition judicieuse des densités de spires permettant de réaliser, dans l'entrefer une variation sinusoïdale du champ avec la position θ : $B_1 = k i(t) \cdot \cos \theta$, où $i(t)$ est une fonction sinusoïdale du temps de pulsation ω_0 . Déterminer l'expression de k en fonction du nombre de spires et de l'épaisseur de l'entrefer.

c) Montrer qu'un système de 2 bobines d'axes orthogonaux Ox et Oy parcourues par des courants sinusoïdaux de même pulsation ω_0 , mais en quadrature de phase (système diphasé) peut créer un champ tournant. Donner l'expression du vecteur champ magnétique glissant.

3. Étude d'une machine dipolaire

On considère (figure 16) un circuit magnétique composé d'une spire d'axe horizontal Ox , d'un cylindre central et d'une couronne de refermeture des lignes de champ magnétique, tous deux élaborés à l'aide d'un matériau ferromagnétique et séparés par un entrefer d'épaisseur e .

Un point P de l'entrefer est repéré par sa position angulaire θ

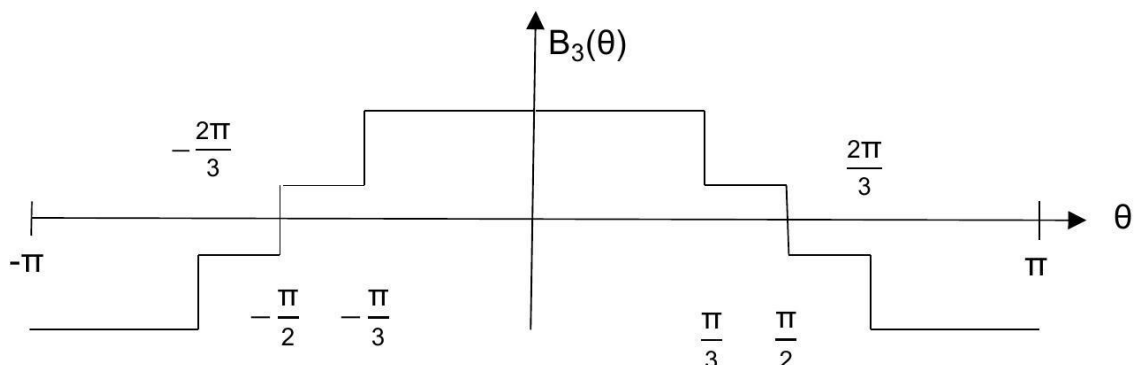


On admettra que dans l'entrefer, le champ magnétique $\vec{B}_1$ créé par cette spire, parcourue par un courant positif, est de la forme $\vec{B}_1 = B_1(\theta) \vec{e}_r$

avec $B_1(\theta) = B_0 > 0$ pour $\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ et $B_1(\theta) = -B_0$ pour $\theta \in]-\pi, -\frac{\pi}{2}[\cup]\frac{\pi}{2}, \pi[$

Dessiner en fonction de θ la fonction $B_1(\theta)$ pour $\theta \in]-\pi, \pi[$ et proposer, à l'aide d'une figure, une répartition des conducteurs qui permette de créer

un champ magnétique $\vec{B}_3 = B_3(\theta) \vec{e}_r$ décrit ci-dessous



4. Energie stockée dans l'entrefer d'une machine synchrone

On considère une machine synchrone comportant des enroulements statoriques et rotoriques créant respectivement dans l'entrefer des champs de la forme :

$$B_S(\theta, t) = B_S \cos(\Omega t - \theta) \text{ et } B_R(\theta, t) = B_R \cos(\theta - \omega t + \alpha_0).$$

On note $\alpha(t) = \omega t - \alpha_0$ la position angulaire d'un des axes de symétrie du rotor, ω est la vitesse angulaire du moteur.

- Représenter sur un schéma, en fonction de θ , les vecteurs des valeurs maximales des champs rotoriques et statoriques à l'instant $t = 0$, puis à un instant quelconque, lorsque la machine fonctionne en régime permanent.
- Quel est le signe de α_0 lorsque la machine fonctionne en moteur ? En alternateur ?
- Exprimer l'énergie magnétique dans l'entrefer U_M si seul le champ statorique est présent. On introduira le rayon R et l'épaisseur e de l'entrefer, ainsi que la longueur L de la machine.
- Lorsque les deux champs sont présents, faire apparaître une somme de trois termes, dont l'un correspond à la présence simultanée des deux champs, terme de couplage. On rappelle que le couple électromécanique s'écrit $C = \frac{\partial U_M}{\partial \alpha}$. A quelle condition le couple moyen n'est-il pas nul ?
- Retrouver une expression analogue de ce couple à partir du modèle du dipôle magnétique plongé dans un champ magnétique extérieur.

5. Diagramme de Fresnel équivalent

Un moteur synchrone est décrit dans une modélisation simple, sans prise en compte des pertes fer et cuivre et en considérant le milieu magnétique sans fuites.

- En nommant le phénomène concerné, et justifiant sa traduction en dipôle électrocinétique équivalent (impédance complexe, source de tension) proposer un schéma électrique d'un des enroulements de l'induit.
- En déduire une construction de Fresnel faisant figurer la tension d'induit et l'intensité dans l'enroulement. On se place en convention récepteur.
- Pour une machine diphasée, quelle relation permet d'exprimer le déphasage entre tension d'induit et intensité, lorsque le moteur fournit un couple électromécanique C ?
- Lorsque la machine synchrone fonctionne en alternateur, reprendre les questions précédentes en adoptant une convention générateur.

6. Bilan de puissance

On modélise chaque phase du circuit statorique du moteur synchrone bipolaire diphasé en régime permanent par une inductance, une résistance et une f.c.m.

Déterminer la puissance instantanée consommée par chacun des trois circuits électriques qui compose cette machine.

En déduire que la puissance moyenne électrique apportée est égale à la puissance moyenne perdue par effet Joule et à la puissance moyenne absorbée par les f.c.m.

Quelle relation a-t-on entre la puissance mécanique fournie et la puissance absorbée par les f.c.m. ?

7. Stabilité d'un moteur synchrone :

On considère une machine synchrone à aimant permanent de moment magnétique $\vec{M}$ fonctionnant en moteur.

On note φ_0 l'angle interne entre les champs magnétiques rotorique et statoriques en régime permanent à la vitesse angulaire ω_0 .

- Rappeler l'expression du couple moyen et en déduire les valeurs de φ_0 acceptables pour un fonctionnement moteur.
- Le rotor est soumis de la part des machines qu'il entraîne et des frottements à un couple résistant C_r . Pour quelles valeurs de C_r ne peut-on jamais avoir de régime permanent ?
- Le couple résistant augmente. Décrire l'évolution de ω et étudier la stabilité du système en fonction des valeurs de φ_0 .

8. Couple d'entraînement d'un alternateur sur charge résistive

Un alternateur synchrone diphasé délivre une tension sinusoïdale de fréquence $f = 50$ Hz.

Par construction dans une phase statorique :

La résistance est négligeable ;

La valeur de l'inductance L est telle que $L\omega = 1,6 \Omega$ à $f = 50$ Hz ;

La valeur efficace de la fém induite est $E_{\text{eff}} = M_o I_r \omega$, où I_r est l'intensité du courant rotorique.

Les deux phases de l'alternateur alimente la même charge purement résistive R . La valeur de la tension efficace délivrée par l'alternateur est alors 110 V et le courant efficace délivré par chacune des phases est $I_{\text{eff}} = 30$ A.

- Quelles sont les caractéristiques du matériau ferromagnétique constitutif de l'alternateur ?
- Proposer un schéma électrique du système, sur lequel figurent le modèle électrocinétique de l'alternateur, la charge, la tension u et l'intensité du courant i délivré par la machine synchrone à la charge.
- Calculer la vitesse de rotation en $\text{tours} \cdot \text{min}^{-1}$.
- Calculer, avec un diagramme de Fresnels, la valeur efficace de la fém de l'alternateur.
- L'intensité du courant rotorique $I_r = 1,0$ A. En déduire M_o . Quelle est la signification physique de M_o ? En déduire ses unités.
- Calculer la résistance R ainsi que la puissance qu'elle absorbe.
- Calculer le couple mécanique qui s'exerce sur le rotor. On notera ψ le déphasage entre la fém e et le courant d'intensité i .

EXERCICES

I. Assistance électrique

Nous nous proposons d'étudier ici un moteur pour Vélo à Assistance Électrique (VAE). Cette assistance ne doit pas trop alourdir le vélo et la vitesse de rotation doit être compatible avec des cadences de pédalage ordinaires. Les moteurs classiques tournent trop vite et ne développent pas assez de couple. Ils doivent alors être associés à un réducteur.

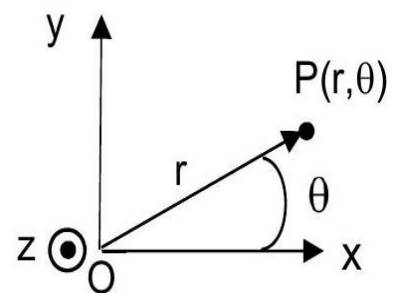
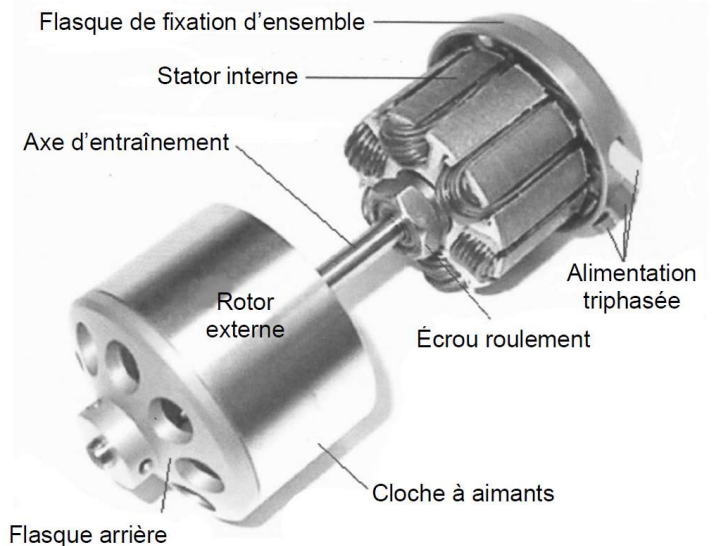
Un moteur synchrone inversé à plusieurs paires de pôles p permet de s'affranchir d'un réducteur. Il s'agit d'un moteur à rotor externe. Le rotor a la forme d'une cloche à l'intérieur de laquelle soit est logée une bobine parcourue par un courant continu, soit sont logés des aimants permanents. Le stator interne, logé à l'intérieur de la cloche est bobiné. Il peut être diphasé ou triphasé. La répartition des conducteurs d'une machine triphasée est un peu différente de celle d'une machine diphasée.

L'espace est muni des bases cartésienne $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. L'axe Oz coïncide avec l'axe de rotation du moteur.

Par la suite, on qualifiera " de conducteur aller d'une bobine ", un conducteur parcouru par un courant d'intensité I orienté suivant $\vec{e}_z$, et " de conducteur retour d'une bobine ", un conducteur parcouru par un courant d'intensité I orienté suivant $-\vec{e}_z$.

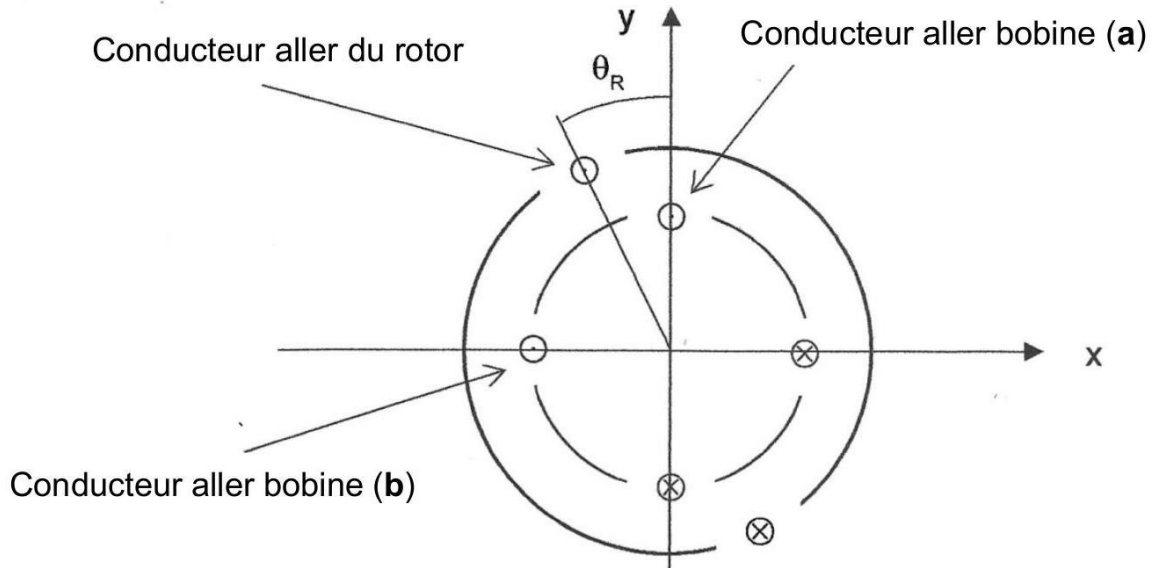
En soignant la distribution des conducteurs, on admettra qu'on peut générer à l'aide d'une bobine (a) d'axe Ox , parcourue par un courant $i_a(t)$, un champ magnétique $\vec{B}_{a,p=1} = K i_a(t) \cos(\theta) \vec{e}_r$ dans l'entrefer.

La machine synchrone inversée dipolaire est constituée :



- d'un stator interne qui comporte deux bobines similaires : la bobine (a) d'axe Ox parcourue par un courant $i_a(t)$ et la bobine (b) décalée de $\frac{\pi}{2}$ parcourue par un courant $i_b(t)$. Cette deuxième bobine génère un champ magnétique $\vec{B}_{b,p=1} = Ki_b(t)\sin(\theta)\vec{e}_r$ dans l'entrefer ;
- d'un rotor externe, repéré (figure 18) par sa position θ_R , qui comporte une bobine parcourue par un courant continu I_R .

Par souci de lisibilité, seuls deux conducteurs par bobine ont été représentés. Le circuit magnétique n'est pas représenté.



On note L_s les deux inductances propres des deux bobines du stator, M_{aR} la mutuelle-inductance entre la bobine (a) du stator et la bobine du rotor. On admettra que $M_{aR} = M_0 \cos(\theta_R)$.

De même, on note L_R l'inductance propre du rotor et M_{bR} la mutuelle-inductance entre la bobine (b) du stator et la bobine du rotor.

La mutuelle-inductance entre les deux bobines du stator est notée M_{ab} .

On alimente les deux bobines du stator de la machine par deux alimentations qui délivrent respectivement les courants : $i_a(t) = I_{seff}\sqrt{2}\cos(\omega_s t)$ et $i_b(t) = I_{seff}\sqrt{2}\sin(\omega_s t)$.

Q1. Déterminer, en fonction de $K, I_{seff}, \omega_s, \theta$ et de t , l'expression du champ magnétique $\vec{B}_{p=1}$ créé dans l'entrefer par les deux bobines du stator. Justifier qu'il s'agit d'un champ tournant et préciser sa vitesse et son sens de rotation.

Q2. Proposer en fonction de M_0 et de θ_R l'expression de la mutuelle-inductance M_{bR} . Que vaut la mutuelle-inductance M_{ab} ?

Q3. a) Exprimer, en fonction de $L_s, L_R, M_0, \theta_R, I_R$ et des courants $i_a(t)$ et $i_b(t)$, l'énergie magnétique notée W_{magn} stockée dans la machine.

b) Exprimer le couple électromagnétique Γ_{em} en fonction de $M_0, I_{seff}, \omega_s, \theta_R, I_R$ et de t . On rappelle que le couple électromagnétique exercé par la machine est donné par l'expression :

$$\vec{\Gamma}_{em} = \Gamma_{em} \vec{e}_z = \left(\frac{\partial W_{magn}}{\partial \theta_R} \right) \vec{e}_z$$

Q4. On considère ici que le rotor tourne à la vitesse angulaire constante Ω , de sorte que $\theta_R(t) = \Omega t + \theta_0$. Écrire la condition de synchronisme, qui définit la valeur particulière de Ω , notée Ω_1 , pour laquelle le couple électromagnétique moyen délivré par la machine est non nul. Exprimer ce couple moyen en fonction de M_0, I_R, I_{seff} et de θ_0 .

Q5. Pour quelle valeur de θ_0 ce couple est-il maximum ? Préciser l'expression de ce couple maximum en fonction de M_0, I_R et de I_{seff} .

Étude d'une machine à plusieurs paires de pôles

En resserrant et en périodisant le bobinage le long de l'entrefer, on admettra qu'on peut générer, à l'aide d'une bobine parcourue par un courant $i_a(t)$, un champ magnétique $\vec{B}_{a,p} = K i_a(t) \cos(p\theta) \vec{e}_r$.

L'association de deux bobines (a) et (b), similaires et décalées dans l'espace d'un angle $\frac{\pi}{2p}$ et parcourues par les courants $i_a(t) = I_{seff} \sqrt{2} \cos(\omega_s t)$ et $i_b(t) = I_{seff} \sqrt{2} \sin(\omega_s t)$, permet de générer dans l'entrefer de la machine un champ magnétique $\vec{B}_p = K I_{seff} \sqrt{2} \cos(\omega_s t - p\theta) \vec{e}_r$, où p est un entier qui désigne le nombre de paires de pôles de la machine.

On considère toujours que le rotor tourne à la vitesse angulaire constante Ω , de sorte que $\theta_R(t) = \Omega t + \theta_0$.

La mutuelle-inductance entre la bobine a du stator et la bobine du rotor a maintenant pour expression : $M_{aR} = M_0 \cos(p\theta_R)$ et le couple électromagnétique $\Gamma_{em,p}(t)$ a pour expression :

$$\Gamma_{em,p} = p M_0 I_R I_{seff} \sqrt{2} \sin(\omega_s t - p(\Omega t + \theta_0))$$

Q6. Quelle est alors la nouvelle condition de synchronisme qui définit la valeur particulière de Ω , notée Ω_p , pour laquelle le couple moyen délivré par la machine est non nul. Exprimer le couple électromagnétique moyen développé par la machine en fonction de p, M_0, I_R, I_{seff} et de θ_0 .

Q7. Expliquer en quoi la conception d'une machine à plusieurs paires de pôles permet de s'affranchir ou d'alléger le réducteur placé entre le moteur synchrone et le pédalier avant d'un VAE.

La fréquence de pédalage d'un cycliste est de l'ordre de $90 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. Proposer une valeur numérique de la fréquence d'alimentation d'une machine synchrone à $p = 10$ paires de pôles, directement raccordée sur le pédalier avant d'un VAE.

II. Détermination des paramètres d'une machine synchrone

On étudie un moteur synchrone diphasé bipolaire dont on cherche à déterminer les principaux paramètres. Le circuit rotorique est parcouru par un courant d'excitation continu I_e maintenu constant pendant tous les essais.

Le circuit diphasé statorique est parcouru par deux courants sinusoïdaux de pulsation ω , déphasés de $\pi/2$, de valeurs efficaces identiques I .

1. En régime permanent quelle est la relation entre la vitesse de rotation du moteur Ω et ω ?
2. On désigne par L l'inductance d'une phase et on néglige la résistance des enroulements. En régime permanent on désigne par $\underline{U}$ la représentation complexe de la tension d'alimentation d'une phase, $\underline{I}$ celle de l'intensité du courant et $\underline{E}$ celle de la force contre électromotrice.
Rappeler le schéma électrique d'une phase en fonctionnement moteur et en fonctionnement alternateur.
3. La valeur efficace de la force contre électromotrice s'écrit sous la forme $E = \Phi \Omega$. Que représente Φ ? De quels paramètres dépend-elle ?
4. Afin de mesurer Φ on réalise un essai en circuit ouvert, le rotor de la machine synchrone étant entraîné par un moteur auxiliaire à la vitesse $6,0 \cdot 10^3$ tours/min. On mesure la tension efficace aux bornes d'une phase égale à 120 V. Calculer Φ .
5. Le dipôle de sortie d'une phase étant court-circuité, la mesure de l'intensité efficace du courant de court-circuit dans une phase donne la valeur $I_{cc} = 120$ A. Calculer l'inductance L d'une phase.

III. Traction d'un véhicule électrique par une machine synchrone

On étudie un moteur synchrone diphasé bipolaire.

Le circuit rotorique est parcouru par un courant d'excitation continu I_e maintenu constant.

Le circuit diphasé statorique est alimenté par un onduleur de courant qui impose dans les deux phases des courants sinusoïdaux de pulsation ω , déphasés de $\pi/2$, de valeurs efficaces identiques I . cet onduleur, non étudié dans cet exercice, est alimenté par une batterie et l'électronique de commande est piloté par un calculateur.

Un ensemble de sondes positionnées dans la machine permettent par la mesure du champ magnétique de déterminer la position angulaire du rotor. De même deux capteurs de courant permettent de déterminer toutes les propriétés du courant dans chaque phase. Un calculateur inclus dans le dispositif d'autopilotage, non étudié analyse ces données et génère la commande adéquate de l'onduleur de courant permettant de fixer l'angle d'autopilotage Ψ .

On suppose que les matériaux magnétiques constituant la machine sont idéaux.

1. Le véhicule électrique est une navette de masse voisine de 800 kg, qui doit être capable de monter une pente de 10% à la vitesse constante de 50 km/h. En supposant que la puissance perdue à cause des frottements de l'air et des pertes dans les transmissions mécaniques est de l'ordre de 3 kW estimer la puissance que doit développer le moteur afin de maintenir la vitesse du véhicule constante.
2. a. On désigne par L l'inductance d'une phase et on néglige la résistance des enroulements. En régime permanent on désigne par $\underline{U}$ la représentation complexe de la tension d'alimentation d'une phase, $\underline{I}$ celle de l'intensité du courant et $\underline{E}$ celle de la force contre électromotrice. Rappeler le schéma électrique d'une phase en fonctionnement moteur.
b. En régime permanent à la vitesse de rotation $\Omega = 6,0 \cdot 10^3$ tr/min, l'angle d'autopilotage $\Psi = -\pi/3$, représente le déphasage de $\underline{E}$ par rapport à $\underline{I}$. La constante électromécanique de cette machine synchrone vaut 0,19 Wb et l'inductance équivalente d'une phase 1,6 mH. Le moteur doit développer une puissance mécanique nominale de 15 kW. Déterminer la puissance électromagnétique nécessaire et en déduire la valeur efficace de l'intensité du courant dans chaque phase.
c. Déterminer, à l'aide d'un diagramme de Fresnel, la valeur efficace de la tension d'alimentation d'une phase, ainsi que la valeur du déphasage entre l'intensité et le courant d'alimentation.
3. A 6000 tr/min le couple utile délivré à la charge mécanique vaut 23 N.m. Calculer le rendement du moteur.

IV. Alternateur monophasé

Soit un alternateur monophasé produisant une tension sinusoïdale U de fréquence $f = 50$ Hz. Le schéma électrocinétique équivalent simplifié de l'induit est composé d'une inductance telle que $X = L\omega = 1,6 \Omega$ à 50 Hz et d'une source de tension E . On néglige la résistance des enroulements.

1. Que signifie monophasé ?
 2. Si le rotor n'a qu'une seule paire de pôle quelle est sa vitesse de rotation ?
 3. On montre que si le rotor de l'alternateur comporte 4 paires de pôles pour une vitesse de rotation de 750 tr/min, on obtient un courant statorique dont la fréquence est toujours de 50 Hz. Quel est l'intérêt de multiplier les paires de pôles ?
- La valeur efficace de la fém de l'alternateur est donnée par $E(V) = 120i$ (A) avec i le courant d'excitation (dans le rotor) pour une vitesse de rotation de 750 tr.min⁻¹.
3. A quels autres paramètres est proportionnel E ?
 4. Représenter le schéma électrique de l'alternateur.
- L'alternateur alimente une charge résistive traversée par un courant d'intensité efficace $I = 30$ A. La tension U aux bornes de la résistance a pour valeur efficace $U = 110$ V
5. Déterminer la valeur de la résistance. Que peut-on en déduire quant au déphasage entre la tension aux bornes de l'alternateur et le courant débité ? Tracer le diagramme de Fresnel représentant la situation.
 6. En déduire la valeur efficace de la fém de l'alternateur E .
 7. En déduire la valeur de l'intensité i du courant d'excitation.
 8. Déterminer la puissance fournie par l'alternateur à la charge résistive.
 9. Dans les conditions de l'essai, les pertes de l'alternateur sont évaluées à 450 W. Evaluer la résistance de l'alternateur. Calculer le rendement.
 10. La vitesse de rotation de l'alternateur passe à 500 tr/min sans modification du courant d'excitation. La charge est toujours la résistance précédente. Déterminer f' , E' , X' , U' et I' les nouvelles valeurs de f , E , X , U et I .

V. Rendement d'un alternateur diphasé sur une charge inductive

Une turbine hydraulique est accouplée à une machine synchrone qui fonctionne en alternateur, le groupe turbine-alternateur fournit de l'énergie au réseau.

Les caractéristiques de la machine synchrone diphasée sont les suivantes :

Tension efficace aux bornes d'une phase $U = 10$ kV,

Puissance apparente $S = 65 \cdot 10^6$ VA par phase, qui est le produit de la tension efficace U et de l'intensité efficace du courant d'induit, et s'exprime en volt ampère.

Fréquence des courants statoriques du réseau $f = 50$ Hz

Résistance d'une phase statorique $R = 0,01 \Omega$

La fém dépend du courant d'excitation (courant dans le rotor) selon $E = kI_e$ avec $k = 290 \text{ V.A}^{-1}$

L'intensité efficace du courant d'une phase en court-circuit est $I_{cc} = 300 I_e$.

- 1) Quelle condition doit-être satisfaite pour que la relation entre E et I_e fournie soit valable ?
- 2) Calculer l'intensité du courant d'induit.
- 3) Calculer la réactance synchrone $X = L\omega$ de chaque enroulement.

En charge, c'est-à-dire quand l'alternateur débite un courant dans un récepteur, l'intensité du courant d'excitation est réglée à $I_e = 44 \text{ A}$ pour un facteur de puissance du réseau valant $\cos\varphi = 0,9$ arrière (charge inductive).

- 4) Représenter le schéma électrique d'une phase en négligeant la résistance R .
- 5) En déduire l'intensité efficace du courant dans une phase statorique
- 6) Calculer la puissance fournie au réseau et le rendement de l'alternateur sachant que l'ensemble des pertes mécaniques, ferromagnétiques et d'excitation valent $P_p = 2,4 \text{ MW}$.

VI. Freinage d'un véhicule par récupération

1. Un véhicule de 800 kg, équipé d'une machine synchrone diphasée, descend une pente de 10%. Estimer la puissance de freinage que la machine synchrone doit développer pour garder une vitesse constante de 50 km/h, sachant que la puissance consommée à cause des frottements de l'air et des pertes dans les transmissions mécaniques est de l'ordre de 3 kW. Quelle est alors le mode de fonctionnement de cette machine, moteur ou alternateur ?
2. a. On désigne par $L=1,6 \text{ mH}$ l'inductance d'une phase et on néglige la résistance des enroulements. En régime permanent on désigne par $\underline{U}$ la représentation complexe de la tension d'alimentation d'une phase, $\underline{I}$ celle de l'intensité du courant et $\underline{E}$ celle de la force électromotrice. Rappeler le schéma électrique d'une phase en fonctionnement générateur.
b. A la vitesse de 50 km/h, la vitesse de rotation de la machine, de constante 0,19 Wb, est de 6 000 tr.min^{-1} . La commande de l'onduleur impose un angle d'autopilotage de $\pi/3$ (déphasage de $\underline{E}$ par rapport à $\underline{I}$) et la machine consomme une puissance mécanique de 8 kW. Déterminer la puissance électromagnétique que fournit l'alternateur à sa charge électrique et en déduire la valeur efficace du courant dans chaque phase.
c. Déterminer la valeur efficace de la tension délivrée par chaque phase à l'alternateur.