

APPLICATIONS DIRECTES**1. Modélisation d'un moteur à courant continu**

Un véhicule électrique est équipé d'un moteur à courant continu à excitation séparée de courant i_{exc} dont le schéma est donné ci-contre.

1. Donner les légendes des flèches.

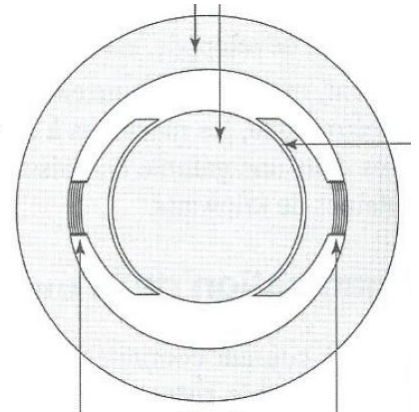
2. On suppose que le matériau ferromagnétique du rotor et du stator sont parfaits, doux, de perméabilité relative infinie. Tracer quelques lignes du champ magnétique du circuit statorique. Exprimer la valeur du champ magnétique dans l'entrefer en fonction de i_{exc} que l'on orientera.

3. Quelle est la direction moyenne du champ magnétique statorique dans l'entrefer ?

4. Pourquoi le champ créé par le rotor est-il toujours perpendiculaire à celui du stator ?

On peut représenter le rotor en régime permanent par l'association en série d'une force contreélectromotrice e et d'une résistance, tel que $U = Ri + e$, avec $e = \Phi \cdot \omega$ où $\Phi = k i_{exc}$, k étant caractéristique du moteur. Cette relation est valable lorsque $i_{exc} < i_{exc,max}$.

5. Quelle est l'unité de Φ ? Tracer l'allure des variations de Φ en fonction de i_{exc} . Quel phénomène observe-t-on lorsque $i_{exc} > i_{exc,max}$?

**2. Moteur à courant continu :**

L'induit d'un moteur à courant continu à aimant permanent est alimenté par une tension constante $U = 100 \text{ V}$. On relève les caractéristiques suivantes de l'induit :

$R = 0,8 \, \Omega$; $I_0 = 1 \text{ A}$ (courant à vide) ;

$I = 25 \text{ A}$ (courant en charge pour une vitesse de rotation $\Omega = 1000 \text{ tr/min}$).

- Rappeler les relations entre la f.c.é.m E et la vitesse de rotation Ω , le couple électromagnétique (ou couple de Laplace) C et l'intensité du courant I , les équations mécanique et électrique du moteur en régime stationnaire.
- Calculer la f.c.é.m E lorsque la machine est en charge. En déduire la constante du moteur et le couple moteur ou couple de Laplace
- Lorsque le moteur tourne à vide déterminer la valeur du couple de frottement C_{frott} . Calculer sa f.c.é.m E_0 à vide, en déduire la vitesse de rotation ω_0 .
- Calculer le couple de charge, lorsque le moteur est chargé. On suppose que le couple de frottement est identique à vide et en charge. En déduire le couple utile.
- Evaluer à vide puis en charge : la puissance électrique reçue par le moteur P_{mot} , la puissance dissipée par effet Joule P_J , la puissance de Laplace, la puissance dissipée par frottement P_{frott} , la puissance utile. Quels liens a-t-on entre toutes ces puissances ?

3. Démarrage d'un moteur à courant continu

Soit Φ la constante électromécanique d'un moteur à courant continu à aimants permanents et r sa résistance d'induit, on néglige l'inductance d'induit. On suppose que la charge entraînée présente un couple résistant défini par $C_r = c + f\omega$ où c et f sont des constantes positives. Partant d'un état d'immobilité de l'ensemble, on suppose que la tension d'induit du moteur prend la valeur U , qui reste constante pendant toute la phase de démarrage.

a) Représenter, en régime permanent, la caractéristique couple vitesse d'une machine à courant continu à excitation séparée soumise à une tension d'induit fixée.

b) Sur le même graphe représenter l'allure de la caractéristique définissant le couple résistant. On suppose $C_{rMAX} < \Phi U / r$.

c) Ecrire l'équation mécanique du moteur. Décrire qualitativement l'évolution de la vitesse angulaire, à partir du démarrage, en s'appuyant sur le graphe précédent.

d) Au bout d'un temps suffisamment long, le dispositif tend-il vers un fonctionnement stable ?

EXERCICES :

I. Moteur à courant continu

L'hélice d'une maquette d'avion est entraînée par un moteur à courant continu à aimant permanent (noté M.C.C.) possédant, au point nominal de fonctionnement, les caractéristiques suivantes :

- tension nominale d'induit : $U_{nom} = 12 \text{ V}$,
- intensité du courant dans l'induit : $I_{nom} = 2,50 \text{ A}$,
- vitesse de rotation : $N_{nom} = 3000 \text{ tr. min}^{-1}$.

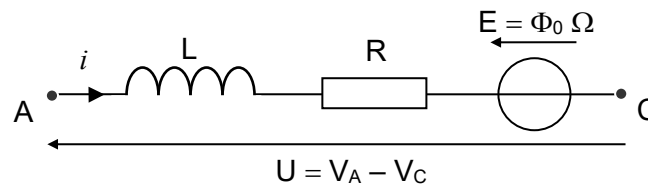
Le rotor est équilibré pour minimiser les vibrations. Le moment d'inertie de l'ensemble ramené sur l'axe du moteur est $J = 10^{-5} \text{ kg.m}^2$; les pertes fer (dans le circuit magnétique) et mécaniques (frottements solides) sont négligées. Lors de sa rotation à la vitesse $\vec{\Omega}$, le cylindre est soumis à une force de frottement fluide, de couple : $\vec{C}_f = -\beta \vec{\Omega} = -C_f \vec{e}_z$ (avec $C_f > 0$ et $\beta = 10^{-5} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$). L'induit possède une résistance $R = 0,24 \Omega$ et une inductance L supposées constantes. Un générateur de tension constante $V_A - V_C = U$ (avec $U > 0$) alimente le moteur.

On appelle Φ_0 la constante du moteur.

1. Donner l'expression de la force contre électromotrice du moteur.

A partir d'un bilan de puissance, montrer l'expression du couple des forces électromagnétiques $\vec{C}_{em} = C_{em} \vec{e}_z = i \Phi_0 \vec{e}_z$, i étant l'intensité du courant dans l'induit.

Le schéma électrique équivalent de l'induit en régime dynamique est proposé ci-dessous :



2. En déduire l'équation électrique reliant les grandeurs E , U , R , L et i .

3. Ecrire l'équation mécanique reliant J , $\vec{\Omega}$, le couple utile $\vec{C}_u = -C_u \vec{e}_z$ (avec $C_u > 0$ et supposé constant), imposé au moteur lorsqu'il entraîne la charge mécanique, le couple de frottement $\vec{C}_f$ et le couple électromagnétique $\vec{C}_{em}$.

En déduire la projection de cette équation mécanique suivant l'axe $\vec{e}_z$.

4. Expliquer qualitativement comment freiner le moteur. Quel est le comportement du moteur lorsqu'il tourne en roue libre, c'est-à-dire non alimenté ?

Fonctionnement en régime nominal

5. Calculer la valeur de la force électromotrice du moteur E ; en déduire la constante Φ_0 et préciser son unité.

6. En négligeant la chute de tension aux bornes de la bobine, déduire des équations mécanique et électrique couplées, l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire Ω en utilisant Φ_0 , β , C_u , J , R et U . Déterminer le temps τ caractéristique de la "mise en vitesse" du moteur. Exprimer la vitesse angulaire limite Ω_{lim} . Combien de temps est-il nécessaire pour atteindre cette vitesse à 1 % près ?

7. Calculer le moment du couple utile C_u en régime nominal et Ω_{lim} (en tr.min^{-1}). Quel est le courant i_d dans l'induit au démarrage, si la tension d'induit est égale à la tension nominale ? Commenter.

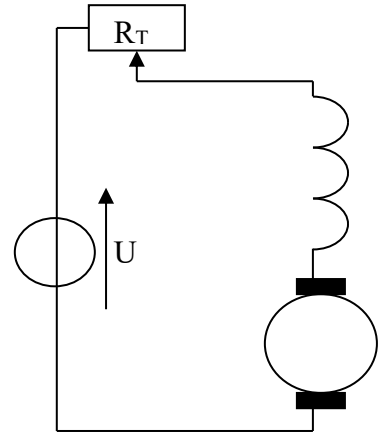
Quelle est, au démarrage, la tension minimale U_{dmin} nécessaire pour entraîner le moteur ?

II. Moteur série et freinage rhéostatique

Un petit moteur à courant continu dont les résistances des enroulements ont pour valeur $r = 5\Omega$ pour l'induit est monté en série avec un rhéostat de résistance totale $R_T = 100\Omega$, l'ensemble étant alimenté par une source de tension constante de valeur $U = 210\text{ V}$.

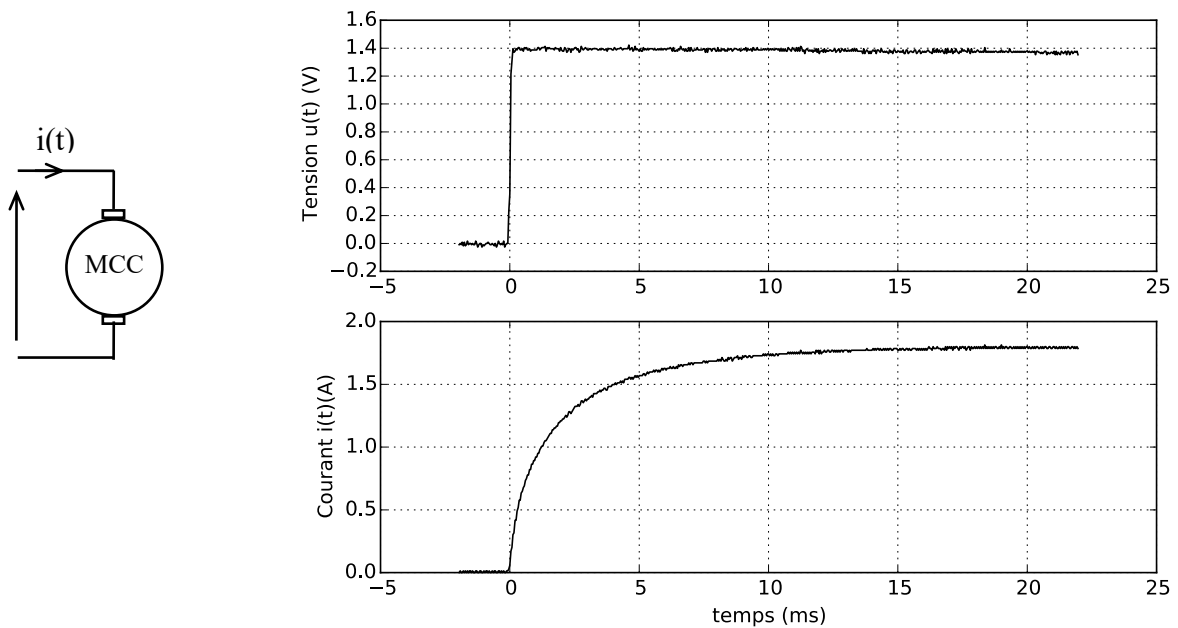
Si l'on court-circuite le rhéostat, on constate que le courant fourni par la source a pour intensité 2 A et que le moteur tourne à la vitesse de rotation constante de 2000 tr/min en fournissant un couple C que l'on supposera constant dans la suite de l'exercice. On admet que dans le moteur, les pertes de puissance autres que les pertes par effet Joule sont négligeables.

- Calculer C .
- Calculer la valeur R que l'on doit donner au rhéostat pour que la vitesse de rotation du moteur soit de 1000 tr/min .
- Calculer, dans les conditions de la question précédente, la puissance utile et le rendement de l'installation. Par quel type de dispositif pourrait-on améliorer ce rendement ?
- Pour quelle valeur de R , le moteur ne tourne-t-il plus ?



III. Essai à rotor bloqué

On effectue un essai à rotor bloqué. L'enregistrement de la tension $u(t)$ aux bornes de la M.C.C. et du courant $i(t)$ sont présentés ci-dessous :



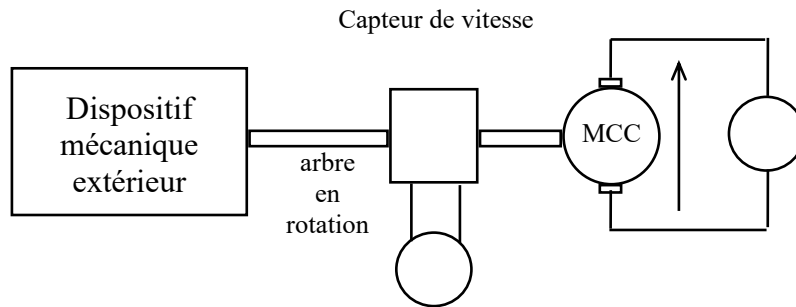
- Donner le schéma électrique équivalent de l'induit d'une M.C.C. dans le cas général puis dans le cadre d'un essai à rotor bloqué.
- À partir des graphes de $i(t)$ et $u(t)$, proposer et mettre en œuvre une méthode permettant de déterminer la résistance R et l'inductance L du bobinage du moteur.
- Pourquoi cet essai doit-il être réalisé sous tension réduite ?

IV. Essai à vide en fonctionnement générateur

Au cours de cet essai, la M.C.C. fonctionne en génératrice à vide ; aucune charge électrique n'est connectée. L'arbre est mis en rotation par un dispositif mécanique extérieur. On mesure pour différentes valeurs de la vitesse angulaire de rotation de la M.C.C., la tension E générée à ses bornes. Le capteur de vitesse fournit une tension alternative dont la fréquence f en hertz est 30 fois la fréquence de rotation n de la M.C.C. en tours par seconde.

- Quelles sont les expressions de la vitesse angulaire de rotation (en rad.s^{-1}) et de la fréquence de rotation N (en tr/min) en fonction de la fréquence f mesurée ?

Schéma de montage de l'essai à vide



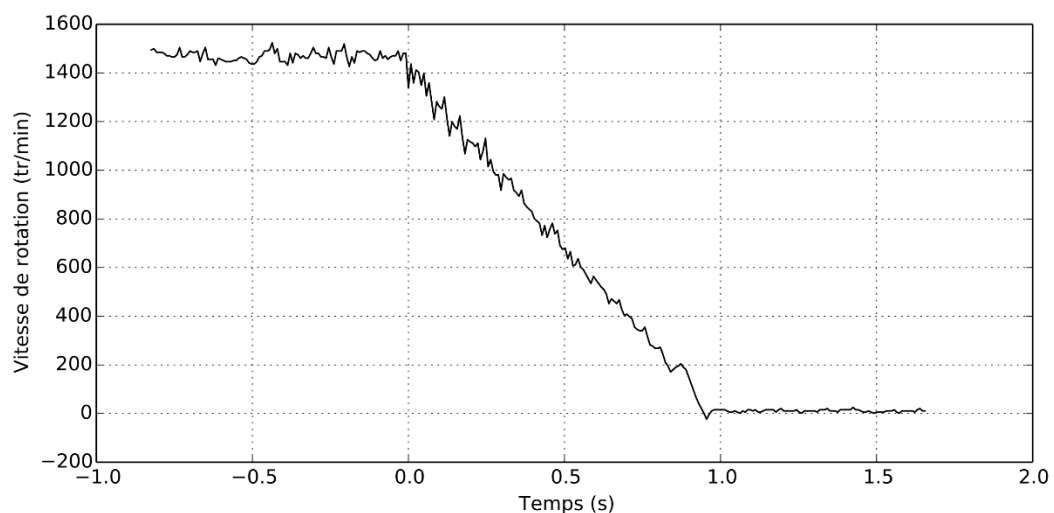
Mesure k :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E_k (en V)	1,0293	2,2551	3,4583	4,7254	5,946	7,162	8,338	9,098	10,686	12,027
f_k (en Hz)	76,80	167,24	256,34	350,48	442,3	535,1	625,8	684,9	807,6	910,4

2. Déterminer la constante de la MCC.

V. Essai de lâché

La machine à courant continu est alimentée par une source de tension et tourne à sa vitesse de rotation nominale $N_n = 1500 \text{ tr/min}$. A l'instant $t = 0$, la M.C.C. est déconnectée de la source de tension. On enregistre l'évolution de sa vitesse angulaire de rotation (t).

On note $C_r = C_{r0} + f\Omega$ le couple de frottement ramené sur l'arbre moteur, où C_{r0} est le couple de frottement sec et f le coefficient de frottement visqueux. Le moment d'inertie ramené sur l'arbre de la M.C.C. est noté J .



Essai de lâché

- Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la vitesse de rotation du moteur en fonction du temps pour $t \geq 0$. À partir du relevé, que peut-on dire de la valeur de f ?

Un essai non étudié ici permet de déterminer $C_{r0} = 8 \text{ mN.m}$.

- Proposer une méthode de mesure du moment d'inertie J . Calculer la valeur expérimentale de J à l'aide du relevé de la figure 15.

On mesure pour la M.C.C. un diamètre de 4 cm et une masse de 160 g .

- En précisant les hypothèses retenues, déduire de ces mesures une estimation de la valeur du moment d'inertie J du moteur. Comparer à la valeur expérimentale obtenue.