TD29 : exercice I (Léa, Eva)

1) expression de la force contre électromotrice :

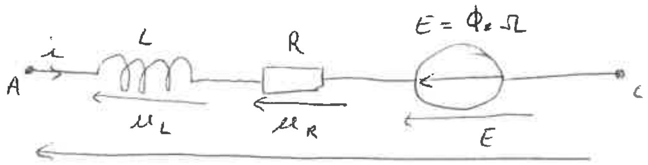
$$e_{fcem} = \Phi_0 \, \Omega$$

Φ_0 : constante du moteur ; Ω : vitesse de rotation du rotor.

bilan de puissances $P_{\text{électrique reçue par } e_{fcem}} = P_{\text{méca}}$

$\Rightarrow e_{fcem}\, i = C_{em}\, \Omega \Rightarrow \Phi_0 \Omega i = C_{em}\, \Omega \Rightarrow \boxed{C_{em} = \Phi_0 i}$

2)



$U = V_A - V_C$

loi des tensions.

$U = u_L + u_R + E$

$$\boxed{U = L\frac{di}{dt} + Ri + E}$$

3) Equation mécanique : système = rotor.

théorème du moment cinétique : $\boxed{J\frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \vec{C_{em}} + \vec{C_f} + \vec{C_u}}$

en projection sur l'axe $\vec{e_z}$: $\boxed{J\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_f - C_u}$

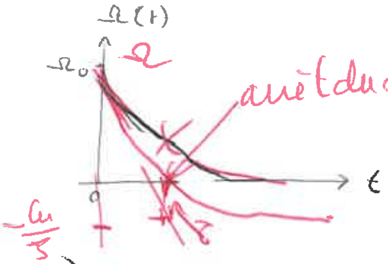
4)

Moteur non alimenté : $i = 0$ or $C_{em} = \Phi_0 i$ donc $C_{em} = \cancel{C_u} = 0$

donc $J\frac{d\Omega}{dt} = -C_f = -\beta\Omega \Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} + \frac{\beta}{J}\Omega = \cancel{0} - \frac{C_u}{J}$ C_u existe

$\rightarrow \Omega(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} - C_u/J$ avec $\tau = \frac{J}{\beta}$ et $A = \Omega_0 + C_u/J$?

$\Omega(t) = (\Omega_0 + C_u/J)e^{-t/\tau} - \frac{C_u}{J}$.



arrêt du moteur la vitesse de rotation diminue donc le moteur ralentit $\rightarrow$ il s'arrête lorsque $\Omega = 0$.

5) on suppose que i est constant donc $u_L = L\frac{di}{dt} = 0$.

donc $U_{nom} = RI_{nom} + E \Rightarrow E = U_{nom} - RI_{nom} = 12 - 0,24 \cdot 2,50 = 11,4\,V$.

et $E = \Omega \Phi_0 \Rightarrow \Phi_0 = \frac{E}{\Omega} = \frac{E}{N_{nom} \cdot 2\pi}$

AN : $\Phi_0 = \frac{11,4}{\frac{3000 \cdot 2\pi}{60}} = 3,6 \cdot 10^{-2}\ V \cdot rad^{-1} \cdot s$ $= 36,3\ mWb$

6) on néglige la chute de tension aux bornes de la bobine

donc $u_L = 0$ donc $U = Ri + E = Ri + \Phi_0 \Omega$

$\Rightarrow i = \dfrac{U - \Phi_0 \Omega}{R}$ (équation électrique)

équation mécanique : $J\dfrac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_f - C_u = \Phi_0 i - \beta\Omega - C_u$

$\rightarrow J\dfrac{d\Omega}{dt} = \Phi_0\left(\dfrac{U - \Phi_0\Omega}{R}\right) - \beta\Omega - C_u$

$\rightarrow J\dfrac{d\Omega}{dt} = \dfrac{\Phi_0 U}{R} - \left(\dfrac{\Phi_0^2}{R} + \beta\right)\Omega - C_u$

$\rightarrow \dfrac{d\Omega}{dt} + \left(\dfrac{\Phi_0^2}{RJ} + \dfrac{\beta}{J}\right)\Omega = \dfrac{\Phi_0}{R}U - C_u$

temps caractéristique : $\tau = \dfrac{1}{\dfrac{\Phi_0^2}{RJ} + \dfrac{\beta}{J}} = \dfrac{J}{\dfrac{\Phi_0^2}{R} + \beta} = \dfrac{10^{-5}}{\dfrac{(3,6.10^{-2})^2}{0,24} + 10^{-5}}$

$= 1,8.10^{-3}\,s.$

vitesse angulaire limite : $\dfrac{d\Omega}{dt} = 0$ donc $\Omega_{lim} = \left(\dfrac{\Phi_0 U}{R} - C_u\right)\tau$

C'est vitesse est atteinte en régime permanent, c'est-à-dire lorsque $t = 5\tau$ donc $t = 5.1,8\,10^{-3} = 9.10^{-3}\,s$ ($\simeq$ 8,4 ms + exactement)

7) en régime nominal, on suppose que $\dfrac{d\Omega}{dt} = 0$ donc $0 = C_{em} - C_f - C_u$

$\rightarrow C_u = C_{em} - C_f = \Phi_0 I_{nom} - \beta\Omega$

$= 3,6.10^{-2}.2,50 - 10^{-5}\dfrac{3000.2\pi}{60} = 8,76\,10^{-2}$ N.m.

donc $\Omega_{lim} = \left(\dfrac{\Phi_0 U_{nom}}{R} - C_u\right)\tau = \left(\dfrac{3,6.10^{-2}.12}{0,24} - 8,76\,10^{-2}\right)1,8.10^{-3} = \cancel{1,7.10^{-3}}$ rad s^{-1}

$= 346$ rad.s^{-1}

$= 3\,300$ tr.min^{-1}

au démarrage, $\Omega = 0$ or $E = \Phi_0\Omega$ donc $E = 0$

donc $U = L\dfrac{di}{dt} + Ri$, on néglige L donc $U = Ri$.

avec $U = U_{nom}$, on a $i_d = \dfrac{U_{nom}}{R} = \dfrac{12}{0,24} = 50\,A$

Le courant est élevé car on a négligé L

Pour entraîner le moteur il faut $\dfrac{d\Omega}{dt} > 0$ au démarrage

avec $\Omega = 0$ donc $-C_u + \Phi i > 0$ soit $i > \dfrac{C_u}{\Phi_0} = i_{min} = \dfrac{8,76\times10^{-2}}{36,3\,10^{-3}} = 2,4\,A$

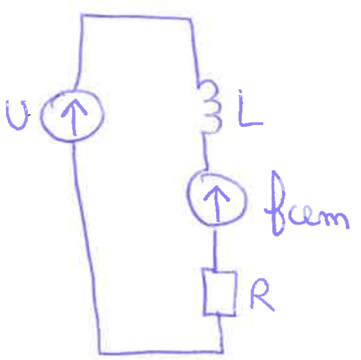
donc $U_{min} = R i_{min} = 0,24 \times 2,4 = 0,58\,V$

↳ ne pas démarrer sous tension nominale mais sous tension réduite

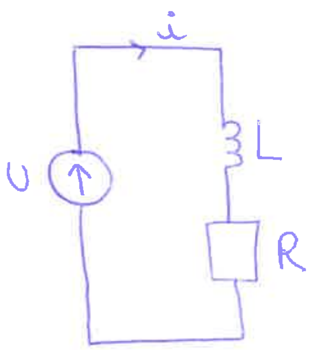
TD 29 - Ex III   Groupe 5

1) Schéma électrique de l'induit d'une M.C.C

Cas général :



Cas rotor bloqué :



B

2) D'après la loi des mailles : $U = L\frac{di}{dt} + Ri \iff \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{U}{L}$

* Pour $t > 0$, $t \to \infty$:

$U = Ri$ donc $R = \frac{U}{i} = \frac{1,4}{1,8} = \boxed{0,78\ \Omega}$ grâce aux graphes.

$U(t \to \infty) = 1,4\ V$
$i(t \to \infty) = 1,8\ A$

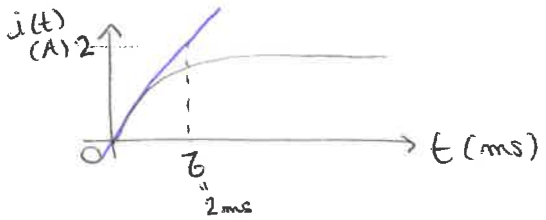
* $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{u}{L}$ avec $\tau = \frac{L}{R}$

On cherche τ graphiquement : $i(\tau) = 0,63\, i_\infty = 0,63 \times 1,8 = 1,1\ A$

On reporte la valeur et on trouve $\tau = 2\,ms$.

Puis on trace la tangente à l'origine sur le graphe de $i(t)$:

$\Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{2-0}{2 \times 10^{-3} - 0} = 10^3\ A.s^{-1}$



À $t = 0^+$:

$i(0^+) = 0$

donc $U = L\frac{di}{dt}$

donc $\boxed{L = 1,4 \times 10^{-3}\ H}$

3) L'essai doit être réalisé sous tension réduite car le rotor est bloqué donc il y a un risque de casse et de surchauffe.

Exercice IV - TD29 : groupe 1

1) La vitesse angulaire de rotation, que l'on note ω, s'exprime :

$$\omega = 2\pi . n \qquad \text{avec } \underline{f = 30\, n} .$$
$$= \frac{2\pi f}{30}$$

d'où : $\boxed{\omega = \frac{\pi f}{15}}$

La fréquence de rotation N s'exprime :

$$N = 60\ n$$
$$= \frac{60}{30} f$$

donc $\boxed{N = 2f}$

2) La tension E générée aux bornes de la MCC. s'exprime :

$E = \phi \omega$ où ϕ est la constante de la M.C.C..

On remplace l'expression de ω :

$$\boxed{E = \phi \frac{\pi}{15} f}$$

A l'aide du tableau de valeurs proposé, on trace avec la calculatrice la régression linéaire E en fonction de f.

On a $E = af$ avec $a = \phi \frac{\pi}{15}$

On obtient avec la calculatrice $\underline{a = 0{,}01329\ V.s}$

$= 13{,}3 . 10^{-3}\, V.s$

On en déduit :

$$\phi = \frac{15\,a}{\pi}$$

$$= \frac{15 \times 0{,}01329}{\pi}$$

$$\boxed{\phi = 0{,}06346 \ V.s}$$

$$= 63{,}5 \ V.s$$ ok

Exercice V : TD 29 : GROUPE 3

1) • Appliquons le théorème du moment cinétique sur le rotor.

$$J\frac{d\Omega}{dt} = C - C_{frottements} \text{ or } C = 0 \text{ car à}$$
$$= -C_r$$

$t = 0s$, le moteur n'est soumis qu'au couple de frottements.

$$J\frac{d\Omega}{dt} = -C_r = -C_{r0} - f\Omega$$

$$\boxed{J\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = -C_{r0}} \quad (a)$$

• La vitesse diminue linéairement avec le temps donc c'est une application affine :

$$\frac{d\Omega}{dt} = c^{te} \text{ donc } f\Omega = 0$$
$$\text{donc } f = 0$$

2) Pour $f = 0$, (a) devient

$$J\frac{d\Omega}{dt} = -C_{r0} \text{ donc } J = \frac{|C_{r0}|}{\left|\frac{\Delta\Omega}{\Delta t}\right|}$$

$\Delta t = 1s$ (durée d'essai)

$$\Delta\Omega = 0 - \underbrace{\frac{1500 \times 60}{2\pi}}_{\text{vitesse initiale}} \simeq -157 \text{ rad.s}^{-1}$$

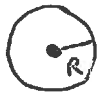
$$A.N: \; J = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{\frac{157}{1}} = 5 \cdot 10^{-5}$$

$$\boxed{J = 5 \cdot 10^{-5} \; Kg \cdot m^2} \; (\text{expérimental}).$$

B

3) On assimile le rotor à un ~~disque~~ cylindre plein

donc $J_{théo} = \frac{1}{2} m R^2$ avec R = rayon du rotor.



$$A.N: \; J_{théo} = \frac{1}{2} \times 160 \cdot 10^{-3} \times \left(\frac{4 \cdot 10^{-2}}{2} \right)^2$$

$$\boxed{J_{théo} = 3{,}2 \cdot 10^{-5} \; Kg \cdot m^2}$$

même ordre de grandeur.

On constate que $J_{exp} > J_{théo}$. Cet écart peut provenir de la simplification qu'on a faite sur le ~~disque~~ rotor ou l'existence d'autres inerties qu'on tient pas compte ou erreur de lecture du graphe.