
$$\begin{cases} V^- = v_e - R i \\ V^- = \underline{Z}_c i + v_s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i = \frac{v_e - V^-}{R} \\ \frac{V^- - v_s}{\underline{Z}_c} = i \end{cases}$$

Ainsi, en égalisant :

$$\frac{V_e - V^-}{R} = \frac{V^- - V_s}{Z_c} \Leftrightarrow (V_e - V^-)Z_c = R(V^- - V_s)$$
$$\Leftrightarrow V_e Z_c + R V_s = V^- (Z_c + R)$$
$$\Leftrightarrow V^- = \frac{V_e Z_c + R V_s}{Z_c + R}$$

On a $V^+ = V^-$

$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{2} = \frac{V_e Z_c + R V_s}{Z_c + R}$$

$$\Leftrightarrow V_s \left(R - \frac{R}{2} - \frac{Z_c}{2} \right) = -Z_c V_e$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{-2Z_c}{R - Z_c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{2}{1 - jRC\omega}$$

→ ces coefficients du polynôme en $j\omega$ du dénominateur ne sont pas du même signe.

Ainsi $\underline{H} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{2}{1 - jRC\omega}$

Ce montage est donc instable.

Même si on a une rétroaction négative, le montage

peut être instable.

→ c'est la rétroaction positive qui le déstabilise.

3) Pour tracer la réponse à un échelon, il faut revenir en régime temporel :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{2}{1 - jRC\omega} \Leftrightarrow V_s (1 - jRC\omega) = 2 V_e$$
$$\Leftrightarrow j\omega V_s - \frac{V_s}{RC} = -\frac{2V_e}{RC}$$

Ainsi, en régime tempore :

$$\frac{dV_S(t)}{dt} - \frac{V_S(t)}{RC} = - \frac{2V_e(t)}{RC}$$

$$\tau = RC$$

$$\Leftrightarrow \frac{dV_S(t)}{dt} - \frac{V_S(t)}{\tau} = - \frac{2V_e(t)}{\tau}$$

Finalement, les solutions de cette équation différentielle sont :

$$V_S(t) = A e^{+\frac{t}{\tau}} + 2V_e(t) \quad | \quad A \in \mathbb{R}$$

N'ayant pas d'information sur une potentielle condition initiale, on suppose $V_S(t=0) = 0$

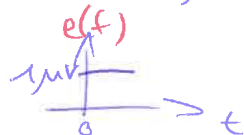
Ainsi, $V_S(t=0) = 0 \Leftrightarrow A + 2V_e(t=0) = 0$

$$\Leftrightarrow A = -2V_e(0) = -2 \times 1 \times 10^{-6}$$

échelle

Donc

$$V_S(t) = 2(V_e(0) - V_e(0)e^{+\frac{t}{\tau}}) = 2V_e(0)(1 - e^{t/\tau})$$



Ensuite, il suffit de tracer la réponse en fonction du temps - où ça ???



⚠ $V_S(t_{\max}) = \pm V_{\text{sat}} = -V_{\text{sat}}$ au
coude décroissant
 $2V_e(0)(1 - e^{t_{\max}/\tau}) = -V_{\text{sat}}$
 $t_{\max} = 15,7 \mu\text{s}$

$$t_{\max} = 157 \text{ ns}$$

$\hookrightarrow$ très faible $\Rightarrow$ saturation au bon
immédiate.

3

Exercice III, TD 2, Groupe 7

B

Q1/ On observe sur les 3 figures que toutes les ALI ont une boucle de rétroaction négative. Ainsi, les 3 ALI peuvent fonctionner en régime linéaire. ✓

Q2/ Figure 1:

Comme l'ALI fonctionne en régime linéaire:

$$\varepsilon = 0 = V^+ = V^-$$

ou $V^+ = 0 = V^-$ car tension d'un fil.

D'après la loi d'Ohm: $\begin{cases} R i_e = e - V^- = e \\ Z_c i_e = V^- - s = -s \end{cases}$ à mettre directement sur schéma.

$$\text{d'où } i_e = \frac{e}{R} = -\frac{s}{Z_c} \Rightarrow \frac{s}{e} = -\frac{Z_c}{R} = -\frac{1}{j\omega RC} = -\frac{1}{j\omega}$$

Ce montage est un montage intégrateur. ✓ $V^- = s = a R i_e$

Figure 2:

D'après la question 1:

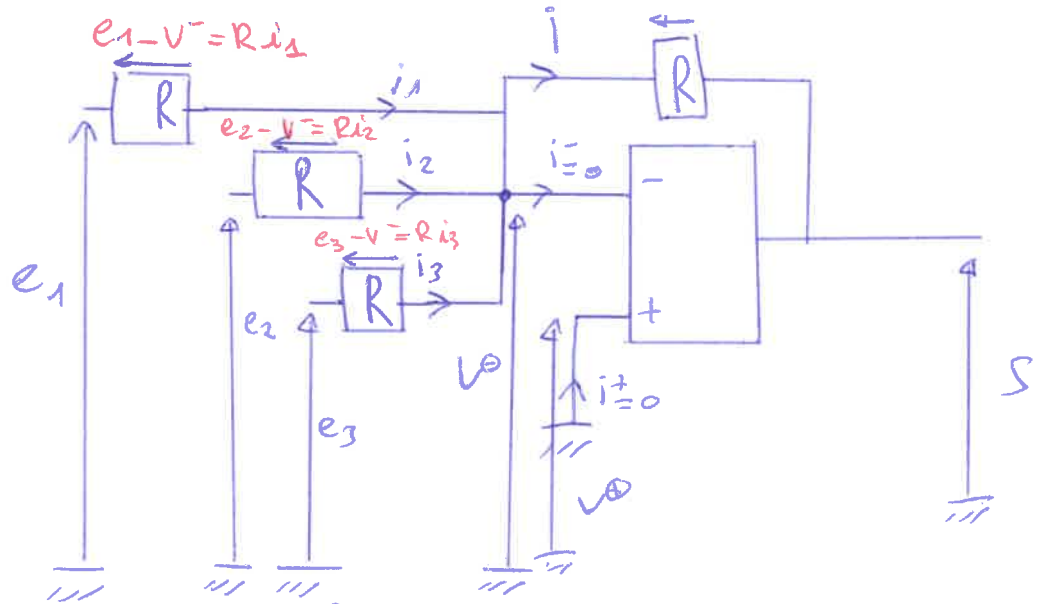
$$\varepsilon = 0 \Rightarrow V^+ = V^- = 0$$

car tension d'un fil

Ainsi, d'après la loi d'Ohm: $\begin{cases} R i_e = e \\ a R i_e = -s \end{cases}$ d'où $\frac{s}{e} = -a$ ✓

Ainsi, ce montage est un inverseur. ✓

Figure 3:



Comme on est en régime linéaire, $\Sigma = 0 = V^+ - V^-$
 or $V^+ = 0 = V^-$ car tension d'un fil. Or d'après la loi d'Ohm:

$$\begin{cases} Ri_1 = e_1 - V^- \\ Ri_2 = e_2 - V^- \\ Ri_3 = e_3 - V^- \\ Ri = V^- - S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{e_1}{R} \\ i_2 = \frac{e_2}{R} \\ i_3 = \frac{e_3}{R} \\ i = -\frac{S}{R} \end{cases}, \text{ or, d'après la loi des nœuds:}$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3, \text{ donc, } -\frac{S}{R} = \frac{e_1}{R} + \frac{e_2}{R} + \frac{e_3}{R}$$

Alors, $S = -(e_1 + e_2 + e_3)$, on a donc un montage sommateur (chasse-eau).

Q4

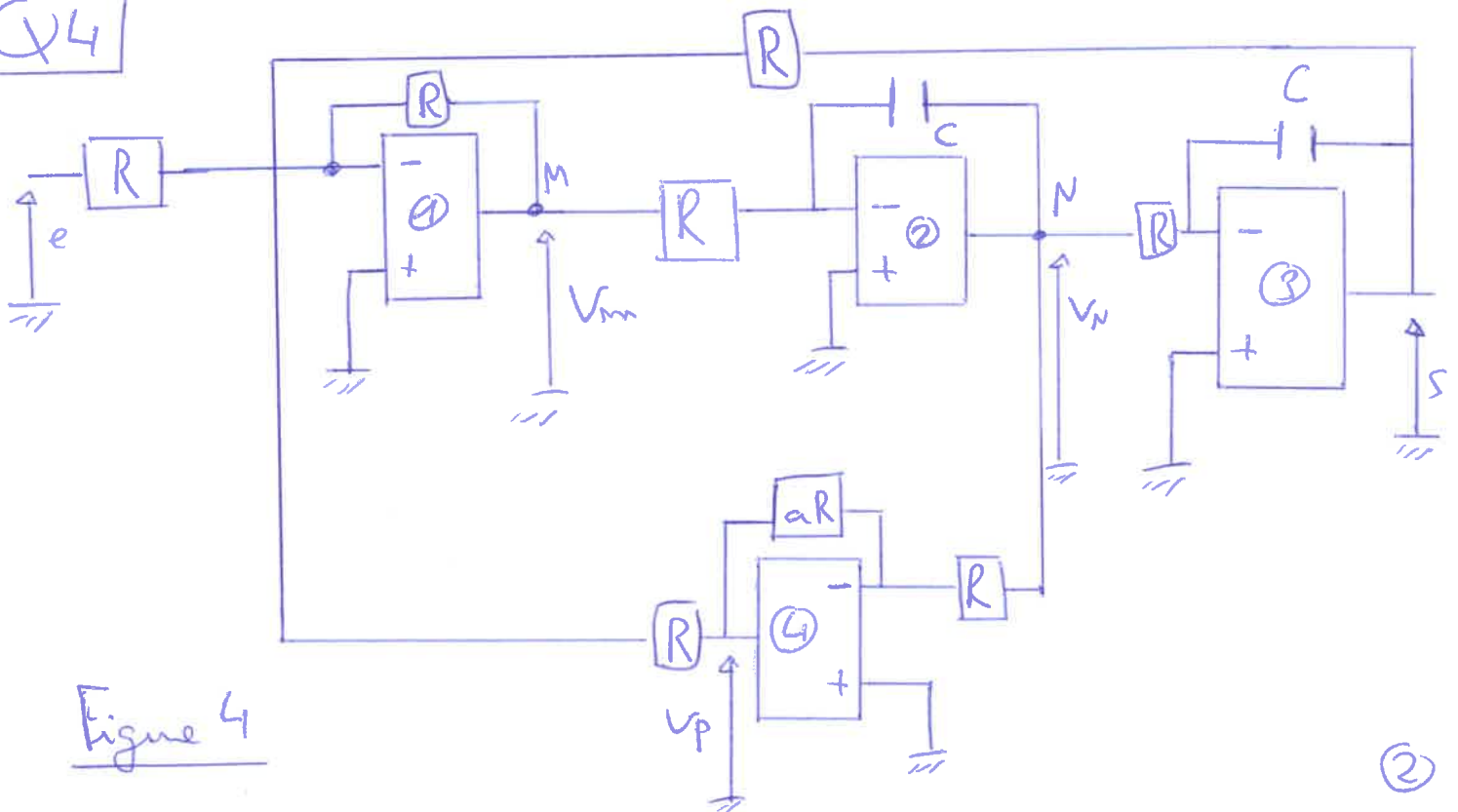


Figure 4

On remarque que

Figure 3	→	①
Figure 2	→	④
Figure 1	→	② et ③

Q5 Avec les relations entrée - sortie calculées à la Q2, on peut établir des relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_m = -(e + s + v_p) \\ v_p = -a v_m \\ s = -\frac{v_m}{j \frac{\omega}{\omega_0}} \\ v_m = \frac{-v_m}{j \frac{\omega}{\omega_0}} \end{array} \right. \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{On a: } V_m = -s(j \frac{\omega}{\omega_0}) \\ \text{d'où } v_p = a s(j \frac{\omega}{\omega_0}) \\ \text{De plus, } v_m = -v_m(j \frac{\omega}{\omega_0})^2 \\ \quad \quad \quad = s(j \frac{\omega}{\omega_0})^2 \end{array} \right.$$

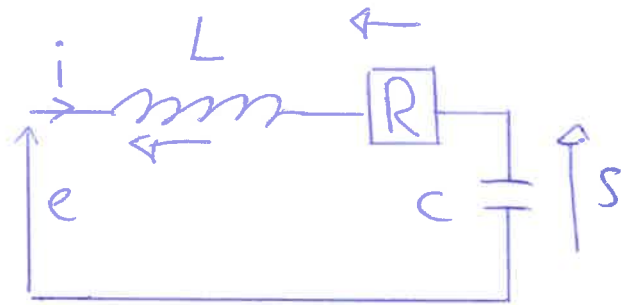
Ainsi $s(j \frac{\omega}{\omega_0})^2 + s + a s(j \frac{\omega}{\omega_0}) = -e$

Ainsi $\frac{s}{e} = \frac{-1}{1 + j a \frac{\omega}{\omega_0} + (j \frac{\omega}{\omega_0})^2} = \frac{-1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j a \frac{\omega}{\omega_0}}$

Ainsi, on reconnaît la fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 2

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j \frac{\omega}{Q \omega_0}} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} H_0 = -1 \\ \omega_0 = \frac{1}{RC} \\ Q = \frac{1}{a} \end{array} \right.$$

Q6/



En posant $\begin{cases} \underline{Z}_{eq1} = R + j\omega L \\ \underline{Z}_{eq2} = \frac{1}{j\omega C} \end{cases}$

On pose au pont de tension car les dipôles sont en série :

$$s = \frac{\underline{Z}_{eq2} e}{\underline{Z}_{eq1} + \underline{Z}_{eq2}} \text{ , d'où } \frac{s}{e} = \frac{1}{1 + \underline{Z}_{eq1} \underline{Y}_{eq2}}$$

$$= \frac{1}{1 + (R + j\omega L) j\omega C}$$

$$\lim \frac{s}{e} = \frac{1}{1 + Rj\omega C - \omega^2 LC} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0} Q - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} H_0 = 1 \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases}$$

Ainsi, on a créé un filtre passe bas d'ordre 2 avec une bobine, une résistance et un condensateur.

B

Q7/ L'intérêt d'un tel système est de pouvoir créer le même filtre mais sans utiliser de bobine.

On peut donc créer un circuit très petit. Une bobine aurait des fils trop fins qui pourraient fondre et endommager le circuit.

et de plus régler Q indépendamment de ω_0 .

(4)

TD 2 Exercice IV. Groupe 5 (Justine, Isaac, Jannis).

1 / D'après la loi des mailles:

$$[V_s(t) = -E(t) - R_1 i(t)]$$

Il faut toujours redessiner le schéma.

2 / À l'aide de la fonction de transfert complexe:

$$\underline{V_s} = \underline{\mu(j\omega)} \underline{E} \quad \text{donc} \quad \underline{E} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{\mu(j\omega)}}$$

En injectant dans la loi des mailles:

$$\underline{V_s} = - \frac{\underline{V_s}}{\underline{\mu(j\omega)}} - R_1 \underline{i} \quad (\Rightarrow) \quad \underline{V_s} \left(1 + \frac{1}{\underline{\mu(j\omega)}} \right) = - R_1 \underline{i}$$

$$(\Rightarrow) \quad \frac{\underline{V_s}}{\underline{i}} = - \frac{R_1 \underline{\mu(j\omega)}}{\underline{\mu(j\omega)} + 1}$$

En remplaçant $\underline{\mu(j\omega)} = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$:

$$\begin{aligned} \frac{\underline{V_s}}{\underline{i}} &= \frac{- R_1 \mu_0}{(\mu_0 + 1) + j \frac{\omega}{\omega_0}} \\ &= \underbrace{- \frac{R_1 \mu_0}{\mu_0 + 1}}_{A_0} \times \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0 (\mu_0 + 1)}} \end{aligned}$$

Ainsi: $A_0 = - \frac{R_1 \mu_0}{\mu_0 + 1}$ et $\omega_c = \omega_0 (\mu_0 + 1)$.

Ordre de grandeur: $\mu_0 \approx 10^5$, $\omega_0 \approx 10 \text{ rad.s}^{-1}$.

alors $\mu_0 \gg 1$ et $\frac{1}{\mu_0} \ll 1$.

le quotient devient: $\frac{\underline{V_s}}{\underline{i}} = \frac{- R_1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0 \mu_0}}$ où $A_0 = -R_1$
 $\omega_c = \mu_0 \omega_0$

* Simplification pour $f \leq 200 \text{ kHz}$:

$$f \leq 200 \text{ kHz} \Leftrightarrow \omega \leq 2\pi \times 2 \times 10^5$$

$$\text{Or } \omega_c = \mu_0 \omega_0 = 2\pi \times 10^6 = 6,28 \times 10^6 \text{ rad/s}$$

$$\text{alors } \omega \ll \omega_c, \text{ donc } d \frac{\omega}{\omega_c} \ll 1$$

$$\text{et le quotient vaut alors } \frac{V_s}{i} = -R_1. \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{on retrouve} \\ \text{l'expression avec} \\ \mu \rightarrow \infty. \end{array} \right\}$$

$$3 / \text{ Ici } \mathcal{E} = V^+ - 0 = V^+$$

la loi des mailles devient:

$$V_s(t) = \mathcal{E}(t) - R_1 i(t) \quad \text{et } \underline{\mathcal{E}} = \frac{V_s}{\underline{\mu(j\omega)}}$$

$$\text{Ainsi on obtient: } \frac{V_s}{i} = \frac{V_s}{\underline{\mu(j\omega)}} \left(1 - \frac{1}{\underline{\mu(j\omega)}} \right) = -R_1 i$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{V_s}{i} = \frac{-R_1 \underline{\mu(j\omega)}}{1 - \underline{\mu(j\omega)}} \right]$$

4 / On considère $\mu_0 \gg 1$.

Par analogie avec la question 2,

$$\frac{V_s}{i} = \frac{-R_1}{1 - d \frac{\omega}{\omega_c}}, \quad \omega_c = \mu_0 \omega_0$$

En passant en temporel, on a:

$$V_s(t) - \frac{1}{\omega_c} \frac{dV_s}{dt} = -R_1 i(t)$$

$$\Leftrightarrow \underline{\frac{dV_s}{dt} - \omega_c V_s(t) = \omega_c R_1 i(t)}$$

le régime transitoire est de la forme: $V_{s,h}(t) = A e^{+\omega_c t}$

C'est une exponentielle croissante.

Ainsi, inverser les entrées rend le système instable,

le montage ne peut plus fonctionner correctement. **TB**

$\rightarrow$ en régime linéaire
fonctionnement en régime saturé.