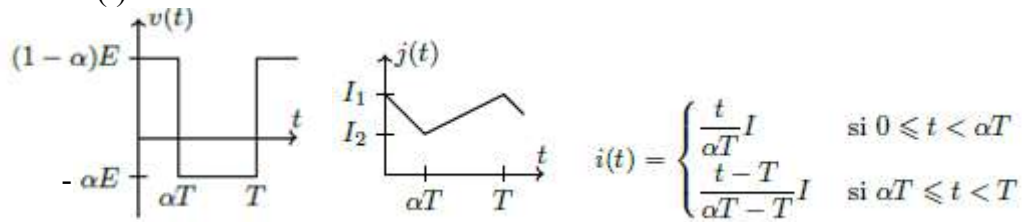


APPLICATIONS DIRECTES

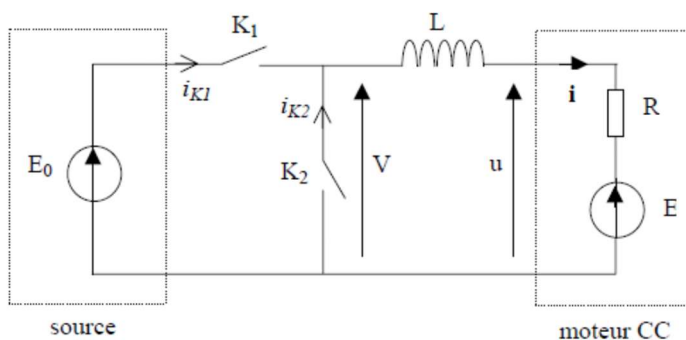
1. Valeurs moyennes

Déterminer graphiquement la valeur moyenne des signaux T-périodiques, après avoir tracé le chronogramme de $i(t)$:



2. Modélisation d'un moteur à courant continu et d'un hacheur

Pour alimenter un moteur à courant continu à partir d'une source délivrant une tension continue fixe E_0 , on réalise le montage à deux interrupteurs ci-dessous :



Une bobine d'inductance L est placée en série avec le moteur. La résistance de la bobine est négligée.

Les interrupteurs K_1 et K_2 sont supposés idéaux.

1. Qu'est-ce qu'un « interrupteur idéal »?

2. Quel est le rôle de la bobine d'inductance L dans ce montage ? Par quel dipôle équivalent pourrait-on remplacer la source de sortie ?

3. Préciser les états de fonctionnement

autorisés pour les interrupteurs K_1 et K_2 compte tenu de la nature de la source et de la charge du hacheur (on justifiera en rappelant les règles d'association des sources auxquelles il faut faire référence).

3. Hacheur réversible en courant :

On considère le circuit ci-contre destiné à relier une source de tension à une charge modélisée par une source de courant.

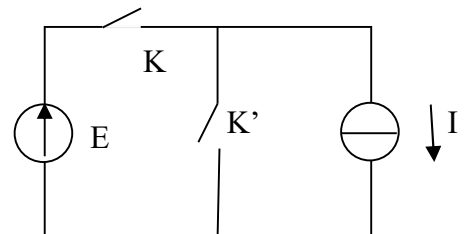
Cette source de courant peut délivrer un courant I positif ou négatif ; le fonctionnement impose donc aux deux sources d'être réversibles en courant.

a) Représenter la caractéristique $i(u)$ d'une diode, d'un transistor.

b) Déterminer, pour I positif, la nature des fonctions (T ou D) à mettre en œuvre.

c) Même question si I est négatif.

b) En déduire le schéma correspondant.



4. Moteur alimenté par un hacheur série :

Un générateur de tension constante $E_G = 150$ V alimente un moteur à courant continu via un hacheur série de rapport cyclique $\alpha = 0,6$.

1. Représenter le chronogramme de la tension $u(t)$ aux bornes du moteur. Calculer la tension moyenne aux bornes du moteur.

Le moteur à courant continu est modélisé par une inductance L , une résistance $R = 1,5 \Omega$ et de fcém $E = 80$ V (fcém signifie que i et E sont en convention récepteur),

2. Représenter le schéma du montage.

3. Exprimer la tension $u(t)$ aux bornes du moteur en fonction de R , L et E , en déduire l'expression de sa valeur moyenne.

4. Calculer l'intensité moyenne dans le moteur alimenté.

5. Structure à quatre interrupteurs :

a) Rappeler l'objectif d'un onduleur.

On envisage la structure ci-contre :

b) Quels sont les modes de fonctionnement possibles des interrupteurs ? Que vaut pour chacun de ces modes la tension aux bornes de la source de courant ?

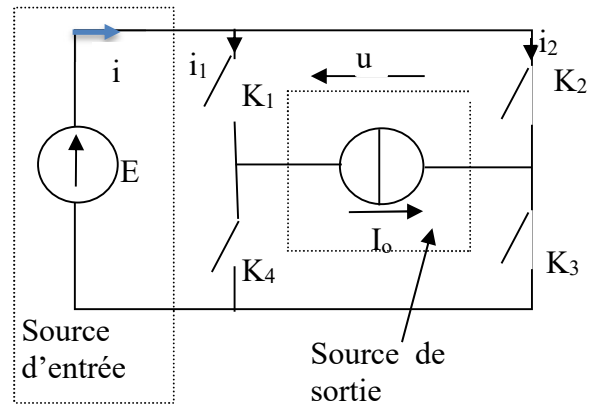
c) On envisage la séquence de commande suivante :

- de $t = 0$ à $t = \alpha.T$: K_1 et K_3 sont fermés ; K_2 et K_4 sont ouverts ;
- de $t = \alpha.T$ à $t = T$: K_1 et K_3 sont ouverts ; K_2 et K_4 sont fermés.

Représenter pour $\alpha = 0,3$ les évolutions temporelles de u , i , i_1 et i_2 sur une période.

d) Pour une valeur quelconque de α , exprimer la valeur moyenne de u et de l'intensité i . A quelle condition sur α obtient-on un onduleur ?

e) En déduire la puissance moyenne échangée par ces sources et tracer le graphe de son évolution en fonction de α .

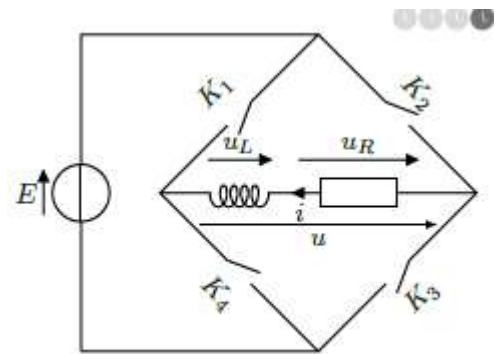
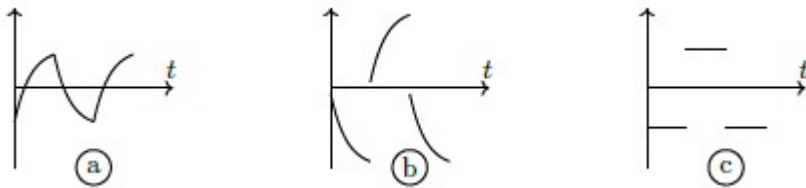


6. Onduleur sur charge R, L

On s'intéresse au circuit ci-contre. Les interrupteurs K_1 et K_3 (respectivement K_2 et K_4) sont fermés (respectivement ouverts) entre 0 et $T/2$ et ouverts (respectivement fermés) entre $T/2$ et T .

La tension E est continue positive.

Associer les tensions u_R , u et u_L aux courbes ci-dessous.



7. Onduleur RLC série

Un onduleur est utilisé pour une machine à pancake, qui nécessite une alimentation électrique pouvant fournir 3 A en continu (régime permanent stationnaire) pour une tension maximale de 30 V.

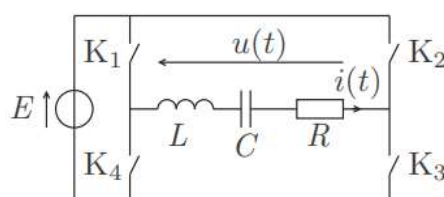
Données numériques :

Force électromotrice : $E = 12$ V ; Inductance propre : $L = 0,25$ mH ; Capacité : $C = 68$ nF ; Résistance : $R = 7,0$ Ω

On étudie un onduleur de tension autonome de période T , à commande symétrique, dont le montage est représenté sur la figure 2. Les quatre interrupteurs bidirectionnels K_1 , K_2 , K_3 , K_4 sont supposés idéaux et commandés électriquement de telle façon que :

- pour $nT < t < (n + 1/2)T$, avec $n \in \mathbb{N}$: les interrupteurs K_1 et K_3 sont fermés, les interrupteurs K_2 et K_4 sont ouverts ;
- pour $(n + 1/2)T < t < (n + 1)T$: les interrupteurs K_1 et K_3 sont ouverts, les interrupteurs K_2 et K_4 sont fermés.

Le générateur est une source de tension idéale de force électromotrice E constante. La charge est un circuit RLC série, l'inductance L étant celle de la bobine destinée au chauffage.



Onduleur à circuit RLC série : schéma du montage

1. Rappeler brièvement l'objectif d'un onduleur. Préciser si la charge RLC série est une source de courant ou de tension en justifiant la continuité d'une grandeur électrique dans ce circuit.
 2. Tracer soigneusement la courbe $u(t)$ sur deux périodes.
 3. Écrire l'équation différentielle liant à tout instant t , la tension $u(t)$ et l'intensité du courant $i(t)$ et la mettre sous la forme canonique : $\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = \frac{1}{L} \frac{du}{dt}$ (1)
- On explicitera les expressions de Q (facteur de qualité) et de ω_0 (pulsation propre) en fonction de R , L et C .

Considérons une tension $u(t)$ sinusoïdale de pulsation ω . On note $\underline{u}(t)$ et $\underline{i}(t)$ les grandeurs complexes respectivement associées aux quantités $u(t)$ et $i(t)$ rappelées sur la figure 3. En notant j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$, on définit la fonction de transfert :

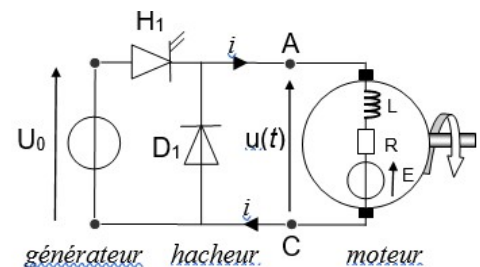
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{i}(t)}{\underline{u}(t)} \quad (2)$$

4. Préciser la dimension de $\underline{H}(j\omega)$, puis l'exprimer en fonction de R , ω , ω_0 et de Q . Déterminer le comportement de son module $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$ pour les grandes et les petites pulsations.
5. Déterminer littéralement puis numériquement la valeur maximale de G .
6. Caractériser le filtrage réalisé (nature, ordre). Justifier l'intérêt d'ajuster la période du signal de commande afin d'avoir $\omega = \omega_0$. Calculer numériquement la fréquence f associée.

EXERCICES

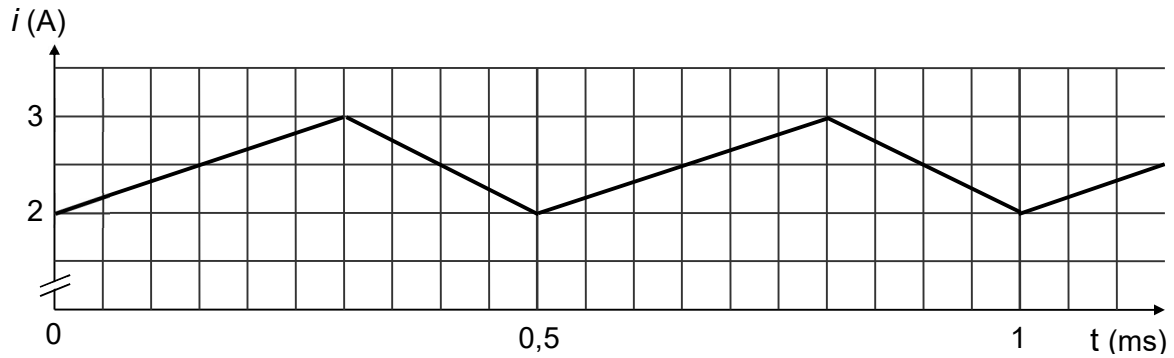
I. Commande d'un moteur à courant continu par un hacheur

Un moteur est alimenté par un hacheur série connecté à une source de tension idéale de valeur $U_0 = 12 \text{ V}$. La tension et le courant d'induit $u(t) = v_A(t) - v_C(t)$ et $i(t)$ sont des fonctions périodiques du temps. Leurs valeurs moyennes respectives sont notées $\langle u(t) \rangle$ et $\langle i(t) \rangle$. Le rotor tourne à vitesse constante. La résistance de l'induit vaut $R = 0,24 \Omega$.



L'interrupteur électronique H_1 est commandé de manière périodique à la période T_{H1} par un signal rectangulaire ou créneau de rapport cyclique $\alpha = 0,6$ et de fréquence de hachage $f_{H1} = 2 \text{ kHz}$ généré par un circuit non représenté.

1. Montrer qu'un interrupteur idéal ne consomme pas de puissance et que les interrupteurs H_1 et D_1 ne peuvent être ni fermés, ni ouverts simultanément.
2. Représenter sur deux périodes le chronogramme de la tension $u(t)$. Préciser sur le graphe l'amplitude de $u(t)$ et les instants αT_{H1} et T_{H1} .
3. Calculer la valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ de la tension $u(t)$.
4. La différence de potentiel aux bornes de la résistance de l'induit est négligée, déterminer la valeur de la force électromotrice E .
5. Montrer que la vitesse de rotation Ω du moteur est proportionnelle au rapport cyclique α . Calculer la valeur de Ω pour $\alpha = 0,6$. On donnera le résultat en tr.min^{-1} sachant que la constante du moteur vaut $36,3 \cdot 10^{-3} \text{ SI}$.
6. Justifier l'évolution au cours du temps de l'intensité du courant $i(t)$ représentée sur le graphe ci-dessous. Etablir l'expression de l'ondulation du courant $\Delta I = I_{\max} - I_{\min}$ en fonction de U_0 , L , α et T_{H1} . Pourquoi est-il intéressant de diminuer l'ondulation du courant ?
7. Préciser le rôle d'une bobine supplémentaire de lissage qui peut être placée en série avec le moteur. A partir du graphe, calculer l'inductance L de l'induit.
8. Déterminer la valeur moyenne $\langle i(t) \rangle$ de l'intensité du courant. Vérifier que la chute de tension aux bornes de R est négligeable. Expliquer le rôle du courant moyen, ainsi que celui de la tension moyenne pour un moteur à courant continu.



II. Hacheur boost

La tension V_{ps} fournie par des panneaux solaires ne permet pas de recharger directement une batterie de tension 350 V. Un régulateur MPPT (Maximum Power Point Tracking) constitué d'un convertisseur électronique DC/DC a pour rôle d'optimiser les valeurs des paramètres électriques de fonctionnement entre le système photovoltaïque et la batterie. Le champ d'application de ces convertisseurs est large ; on étudie ici un hacheur parallèle (convertisseur Boost) dont le schéma de principe est donné ci-dessous.

Ce système est composé principalement d'une bobine d'inductance L et de deux interrupteurs T_r et D considérés comme idéaux. Le conducteur ohmique de résistance R modélise la batterie à charger. Un signal rectangulaire périodique de période T commande l'interrupteur T_r . Selon l'état des deux interrupteurs, on peut distinguer deux phases de fonctionnement :

- la phase active, de durée αT , lorsque l'interrupteur T_r est fermé et l'interrupteur D est ouvert ; le coefficient α désigne le rapport cyclique ;
- la phase de roue libre, de durée $(1 - \alpha)T$, lorsque l'interrupteur T_r est ouvert et l'interrupteur D est fermé.

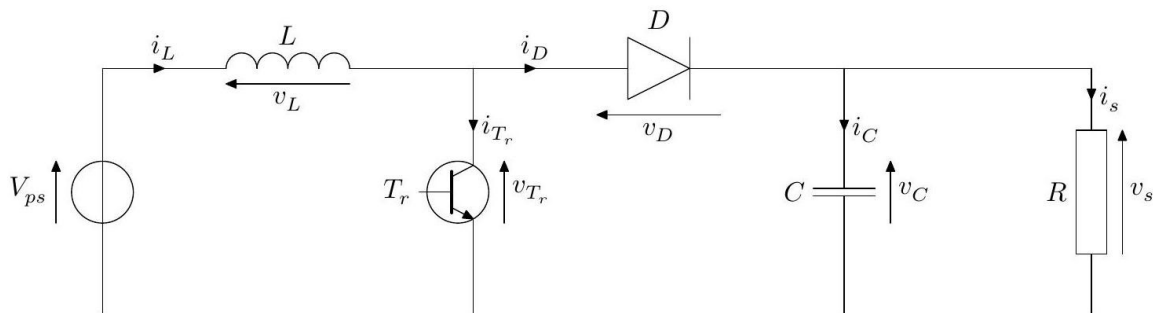


Figure 13 Schéma de principe d'un convertisseur Boost

Dans l'étude qui suit, nous faisons les hypothèses suivantes :

- le régime périodique est établi ;
- la tension d'alimentation V_{ps} est continue et constante ;
- la valeur de la capacité C est suffisamment grande afin de pouvoir considérer la tension de sortie v_s comme supérieure à V_{ps} .

1) Phase active $0 \leq t < \alpha T$

Q 1. On admet que $v_s > 0$. Justifier que la diode est bloquée. Représenter alors le schéma du circuit équivalent pour cette phase active supposée débuter à l'instant $t = 0$.

Q 2. En déduire l'expression de $i_L(t)$ avec pour condition initiale $i_L(t = 0) = i_{L,\min}$.

Q 3. Indiquer le temps caractéristique associé à l'ensemble résistance-condensateur. En déduire une condition sur C pour que la tension v_s puisse être considérée comme constante.

2) Phase de roue libre $\alpha T \leq t < T$

Q 4. Représenter le schéma équivalent du convertisseur Boost durant la phase de roue libre.

Q 5. On pose $i_L(t = \alpha T) = i_{L,\max}$. En déduire l'expression de $i_L(t)$ en fonction de V_{ps} , v_s , L , αT et $i_{L,\max}$.

3) Valeurs moyennes sur une période

Q 6. Déterminer deux expressions distinctes de la valeur de l'ondulation de l'intensité $i_{L,\max} - i_{L,\min}$, en fonction de α, T, L, V_{ps} et v_s .

Q 7. Représenter l'allure de l'évolution de l'intensité $i_L(t)$ sur une durée de deux périodes.

Q 8. En déduire $\langle v_L(t) \rangle$ et $\langle v_s(t) \rangle$, les valeurs moyennes sur une période des tensions $v_L(t)$ et $v_s(t)$, en fonction de V_{ps} et α .

Q 9. Justifier la dénomination de hacheur-survolteur associée au convertisseur Boost. Déterminer la valeur du rapport cyclique α pour permettre la recharge de la batterie étudiée si la tension aux bornes de l'association des panneaux solaires est de 72 V.

III. Conversion continu-alternatif HF

Une tension continue générée peut être convertie en un signal alternatif de haute fréquence à l'aide d'un onduleur. La structure la plus simple est celle d'un onduleur de tension monophasé « pleine onde »

Les commutateurs commandés K_1 à K_4 sont considérés idéaux et fonctionnent de manière périodique à la fréquence $f_0 = 1/T_0$.

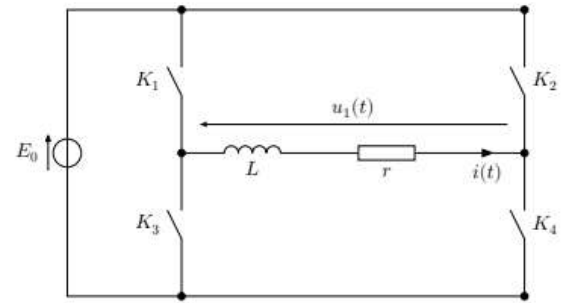


Figure D Onduleur pleine onde

- Remplir le tableau ci-dessous avec l'état de fonctionnement de chaque commutateur et écrire la valeur de $u_1(t)$ sur chaque demi-période.

	K_1	K_2	K_3	K_4	$u_1(t)$
$0 < t < T_0/2$	fermé				
$T_0/2 < t < T_0$					

- Écrire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ sur chaque demi-période.
- Déterminer la valeur maximale $i_{\max}$ de $i(t)$ en fonction de E, r et du paramètre $\alpha = \exp(-rT_0 / 2L)$.
- Sur un même graphe, tracer les chronogrammes de la tension $u_1(t)$ et du courant $i(t)$ traversant la charge inductive dans le cas où $L/r = T_0/4$.
- Comment, en ordre de grandeur, doit-on choisir le rapport r/L afin d'avoir un courant $i(t)$ le plus proche possible d'un courant sinusoïdal sans trop perdre en amplitude ?

IV - Le funiculaire

Un funiculaire est un moyen de transport en site propre. Il se compose généralement de deux rames circulant sur des rails en pente et dont la traction est assurée par un câble pour s'affranchir de la déclivité du terrain. Il est utilisé comme transport en commun, notamment en milieu urbain, pour la desserte d'un territoire communal au relief difficile. On le retrouve également dans certaines stations de montagne.

Les rames sont reliées par un ou plusieurs câbles. Le travail du poids de la rame descendante compense tout ou partie du travail du poids de la rame montante. L'énergie à fournir pour la traction reste ainsi relativement faible. Le moteur électrique actionnant le câble permet de fournir la puissance perdue par le frottement des roues sur les rails, celle perdue dans le système poulie-câble ainsi que celle, éventuellement nécessaire, pour vaincre la différence de poids entre les deux rames. On considère un funiculaire motorisé par une M.C.C. dont les caractéristiques principales techniques sont regroupées dans le **tableau ci-contre**.



* La pente est définie comme le rapport $\frac{dl}{dh}$, où dl correspond à une petite longueur de voie et dh la petite différence d'altitude correspondante.

Les puissances électriques consommées lorsque les deux rames sont toutes les deux pleines ou tous les deux vides sont très peu différentes et considérées toutes les deux égales à 4kW.

Dénivelé :	250 m
Pente* maximale :	30 %
Longueur développée :	1 000 m
Débit de montée :	1 500 personnes par heure
Vitesse d'exploitation :	2 m·s ⁻¹

1. Estimer, en prenant les initiatives qui s'imposent, la puissance électrique consommée lorsque la rame de montée est pleine et la rame de descente demi-pleine.

2. Que pensez-vous de l'utilisation d'un hacheur série pour alimenter la M.C.C. du funiculaire ? Vous explicitez en particulier le cas où la rame de descente est pleine et la rame de montée peu chargée et vous proposerez une ou des solution(s) pour récupérer l'énergie dans cette configuration.