PSI FEUILLE D'EXERCICES DE SCIENCES PHYSIQUES N° 10 03/11/2026
2026/2027
Thème : Electrostatique

Applications directes :

1. Atome de Bohr

L'atome de Bohr est une représentation de l'atome d'Hydrogène, consitué d'un proton et d'un électron.

a) Donner les charges électriques de ces deux particules.
b) Calculer la valeur numérique du champ électrostatique produit par un proton à une distance de a= 53pm, appelée rayon de Bohr.
c) Représentez la force subie par l'électron de l'atome d'hydrogène dont la probabilité de présence maximale se trouve sur le rayon de Bohr. Déterminer la valeur de cette force.

Dans le modèle de Bohr, on suppose que l'électron est animé d'un mouvement circulaire uniforme autour du proton.

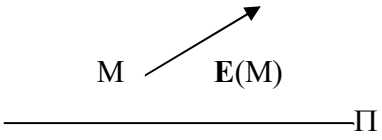
d) Exprimer l'accéleration de l'électron en coordonnées polaires. En déduire la vitesse de l'électron sur sa trajectoire, sachant que la masse d'un électron est de $9{,}0.10^{-31}$kg.

2. Champs et forces électrostatiques

Soient deux charges Q et Q' respectivement en M et M', deux points distants de d.

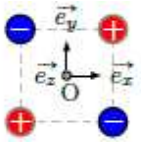
1. Comparer les normes des champs électrostatiques auxquels sont soumises respectivement les charges Q et Q'.
2. Même questions pour les forces subies par Q et Q'.
3. On suppose que Q' = - 3Q. Tracer l'allure des lignes du champ électrostatique, un tube de champ et préciser dans ce tube les régions où le champ est plus intense. (On pourra s'aider d'un logiciel) existe-t-il un endroit où le champ est nul ? Déterminer son abscisse sur l'axe QQ'.

3. Plan de symétrie et d'antisymétrie



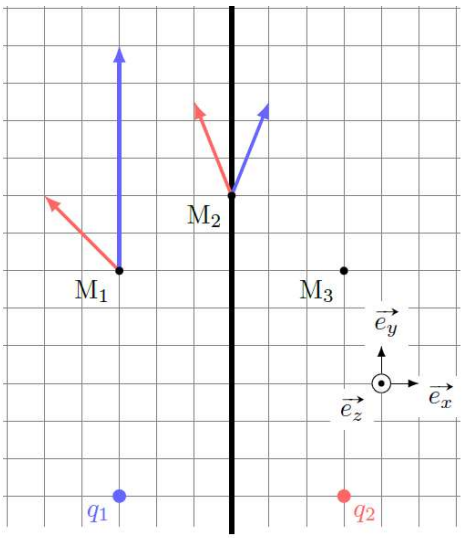
1. Déterminer la position de M', symétrique de M par rapport au plan Π.
2. Tracer le champ électrostatique en M' si Π est un plan de symétrie de la distribution de charges.
3. Tracer le champ électrostatique en M' si Π est un plan d'antisymétrie de la distribution de charges.

4. Quadrupôle électrostatique



On considère la distribution des 4 charges à gauche.

a) Quels sont les trois plans de symétrie de la distribution ?
b) Quels sont les deux plans d'antisymétrie de la distribution ?



5. Superposition et symétries

Sur le schéma ci-contre figurent, en M1 et M2, les champs électrostatiques $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ respectivement générés par les deux charges $q1 = +e$ et $q2 = +e$.

a) Exprimer le champ électrostatique total $\vec{E}$ au point M_1 en fonction des vecteurs de la base.
b) Exprimer le champ électrostatique total $\vec{E}$ au point M_2 en fonction des vecteurs de la base.

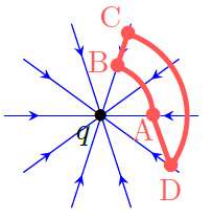
Le plan (M_2, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$), nommé P, est un plan de symétrie de la distribution de charge.

c) Quelles propositions sont correctes ?

(a) $\vec{E}(M_3) = -2\vec{e_x} + 8\vec{e_y}$ (c) $\vec{E}(M_2) \in \mathcal{P}$

(b) $\vec{E}(M_3) = 2\vec{e_x} + 8\vec{e_y}$ (d) $\vec{E}(M_2) \perp \mathcal{P}$

6. Signe d'une circulation électrostatique



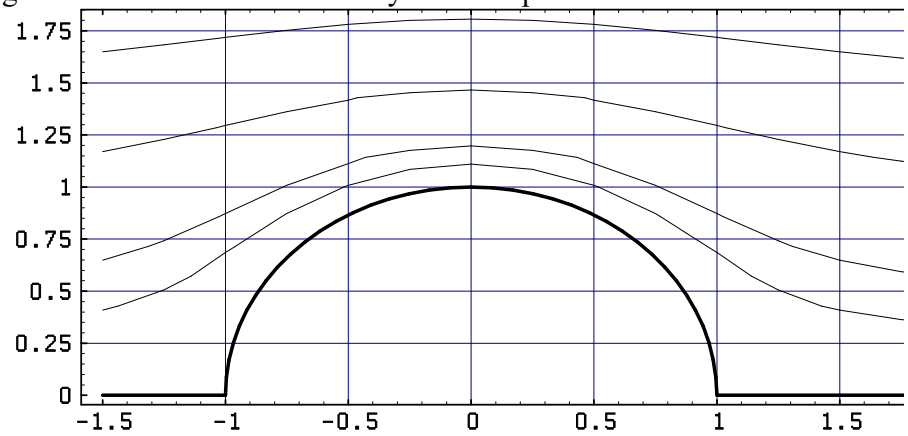
Les lignes du champ électrostatique $\vec{E}$ produit par une charge ponctuelle q négative convergent vers cette charge. Pour chaque chemin orienté, indiquer si la circulation C du vecteur champ électrique est positive, négative ou nulle : A → B ; B→ C ; C→ D ; D→ A

7. Vrai ou faux, justifier

a) Les lignes de champ électrostatique sont toujours perpendiculaires aux équipotentielles.
b) Le champ électrostatique est toujours perpendiculaire aux plans de symétrie des charges.
c) Une ligne de champ électrostatisue est toujours fermée
d) Dans une zone sans charge, si un tube de champ électrostatique se resserre, la norme du champ électrique augmente

8. Electrisation du sol

Lors d'un orage peut se développer au niveau du sol une zone chargée. On a tracé les équipotentielles au niveau d'une aspérité. Celle-ci est supposée conductrice donc sa surface est une équipotentielle. L'unité de longueur choisie ici est celle du rayon de la sphère R = 1m.



a) Représenter l'allure de quelques lignes de champ.
b) Quel est le signe de la charge portée par l'aspérité ?
c) Dans quelles régions le champ est-il le plus intense ?
d) Evaluer sa valeur au sommet de l'aspérité.
e) La valeur du champ disruptif de l'air est de 30 $kV.cm^{-1}$. Commenter.

9. Boule creuse



Une boule creuse de centre O et de rayon R, porte une charge q répartie uniformément à sa surface.

a) Déterminer le champ électrique créé en tout point de l'espace et représenter graphiquement la fonction trouvée. Est-ce que ce champ est continu en R ?
b) En déduire le potentiel en tout point de l'espace et représenter graphiquement la fonction trouvée.
c) Exprimer V(R) en fonction de E(R).
d) Au Palais de la Découverte, une telle sphère est portée au potentiel Vo = 10 000 V. Quelle valeur minimale doit-on donner au rayon de la sphère si la valeur du

champ sur la sphère doit rester inférieure au champ disruptif de l'air Ed = 3.10^6 V.m^{-1} ?
Si le champ sur la sphère devient supérieur au champ disruptif de l'air une étincelle se produit et la sphère se décharge.

e) Déterminer pour ce rayon la valeur de la charge portée alors par la sphère.
f) Que se passe-t-il si R diminue ? Justifier le « pouvoir des pointes »

10. Analogies entre champs électrique et gravitationnel

a) Soit deux particules de charges q et q' repectivement en M et M'. Exprimer la loi de Coulomb entre ces deux particules. Donner le nom, la valeur et l'unité de la constante qui intervient dans cette expression.
b) Soit deux particules de masser m et m', respectivement en M et M'. Exprimer la force gravitationnelle qui s'exerce entre ces deux particules. Donner le nom, la valeur et l'unité de la constante qui intervient dans cette expression.
c) Dresser un tableau d'analogies entre les deux situations précédentes.
d) Enoncer le théorème de Gauss.
e) A partir du tableau d'analogies, énoncer le théorème de Gauss gravitationnel.
f) On assimile la terre à une sphère de masse uniforme. Déterminer le champ gravitationnel créé par la terre en tout point de l'espace. Représentation graphique.

11. Energie potentielle d'une particule chargée dans un champ électrique

a) Rappeler la définition de l'énergie potentielle d'un système soumis à une force conservative.
b) Montrer que l'énergie potentielle d'une particule de charge q placée dans un champ électrique s'écrit Ep = qV + const, où V est le potentiel électrique.
c) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique lorsque la particule précédente n'est soumise qu'à la force électrique.

Un électron de masse m, de vitesse initiale nulle, est accéléré dans le vide par un champ électrostatique uniforme E.

d) Proposer un dispositif expérimental qui permet de fabriquer un champ électrostatique uniforme. Quel nom donne-t-on à ce dispositif ?

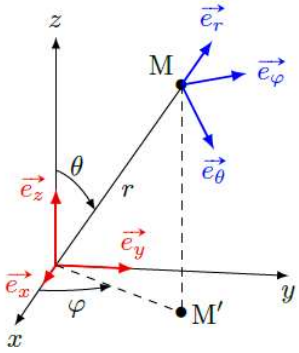
On note U la différence de potentiel entre la position initiale et la position où la vitesse acquise est v. Exprimer v en fonction des données.

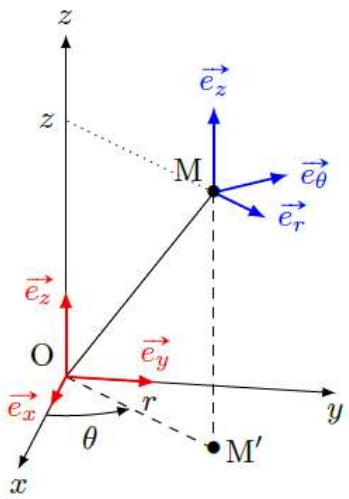
e) Déterminer la valeur de U_{lim} telle que la vitesse de l'électron soit inférieure à10% de la valeur maximale autorisée.

12. Coordonnées sphériques

On considère le schéma ci-dessous, dans lequel la base cartésienne ($\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$) et la base sphérique ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_\varphi$) sont définies. Le point M est repéré par la donnée de r, θ et φ.

a) Écrire la norme de $\overrightarrow{OM'}$ en fonction de r et θ.
b) Écrire le vecteur $\overrightarrow{OM'}$ dans la base cartésienne.
c) Écrire le vecteur de $\overrightarrow{OM}$ dans la base cartésienne.
d) Écrire le vecteur de $\overrightarrow{OM}$ dans la base sphérique.
e) Écrire le vecteur de $\vec{e}_z$ dans la base sphérique.





13. <u>Coordonnées cylindriques</u>

On considère le schéma ci-dessous, dans lequel la base cartésienne ($\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$) et la base cylindrique ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_z$) sont définies. Le point M est repéré par la donnée de r, θ et z.

a)Écrire le vecteur $\overrightarrow{OM'}$ dans la base cartésienne.

b) Écrire le vecteur $\overrightarrow{OM'}$ dans la base cylindrique.

c)Écrire le vecteur de $\overrightarrow{OM}$ dans la base cartésienne.

d) Écrire le vecteur de $\overrightarrow{OM}$ dans la base cylindrique.

14. <u>Déplacement, surfaces et volume élémentaires en coordonnées sphériques :</u>

1. Pour quel type de distribution continue de charges utilise-t-on les coordonnées sphériques ? Les construire à partir de la donnée d'un point M et l'origine O du repère. Exprimer $\overrightarrow{OM}$ dans la base sphérique.

2. Donner l'expression d'un déplacement élémentaire $\overrightarrow{dM}$ selon les trois directions de la base sphérique.

3. En déduire l'expression du volume élémentaire dτ sphérique.

4. En déduire l'expression de la surface élémentaire de rayon r orientée $\overrightarrow{dS}$

15. <u>Déplacement, surfaces et volume élémentaires en coordonnées cylindriques :</u>

1. Pour quel type de distribution continue de charges utilise-t-on les coordonnées cylindriques ? Les construire à partir de la donnée d'un point M et l'origine O du repère. Exprimer $\overrightarrow{OM}$ dans la base cylindrique.

2. Donner l'expression d'un déplacement élémentaire $\overrightarrow{dM}$ selon les trois directions de la base cylindrique.

3. En déduire l'expression du volume élémentaire dτ cylindrique.

4. En déduire les expressions des surfaces élémentaires radiale et axiale de rayon r orientée $\overrightarrow{dS}$

<u>16. Calculs de flux</u>

a) On considère un carré de côté a qui se trouve dans le plan (Oxy).

Est-ce une surface ouverte ou fermée ?

Déterminer le flux du champ électrique à travers ce carré, si le champ électrique est dans le plan (Oxy). Même question si le champ électrique est uniforme et perpendiculaire à ce carré.

b) On considère maintenant un cube d'arête a. Déterminer les surfaces ouvertes et fermées constituant ce cube. Déterminer le flux d'un champ électrique uniforme à travers ce cube.

<u>17. Calculs de divergence en coordonnées cartésiennes</u>

Développer les expressions suivantes :

$\mathrm{div}(3x^2\vec{u}_x + 2ay\vec{u}_y - 2bz\vec{u}_z)$; $\mathrm{div}(2xy\vec{u}_x + 8a^2.e^{z/2b}\vec{u}_y - 6b^2\vec{u}_z)$; $\mathrm{div}(8x^2y\vec{u}_x + \frac{6x^4}{y}\vec{u}_y)$; $\mathrm{div}(x\vec{u}_z + z\vec{u}_x)$

EXERCICES :

I.Topographie du champ électrostatique

Les figures ci-dessous montrent, à deux échelles différentes les lignes de champ électrique créées par un ensemble de charges ponctuelles. Toutes les charges créant ce champ se trouvent dans le plan de la figure, on a représenté au moins une ligne de champ issue de chaque charge. On donne les coordonnées cartésiennes des points A (24a, 75a) ; B(0,0) ; C(24a, -8a) ; D(75 a, 0) où a est l'unité de longueur.

1. A quel type de distribution simple de charges peut-on assimiler les lignes de champ de la première figure ? En déduire que la charge totale de la distribution est nulle. Déterminer les plans de symétrie et d'antisymétrie de cette distribution.
2. A l'aide de la 2è figure déterminer la position de toutes les charges positives et de toutes les charges négatives. Existe-t-il des zones de champ nul ?

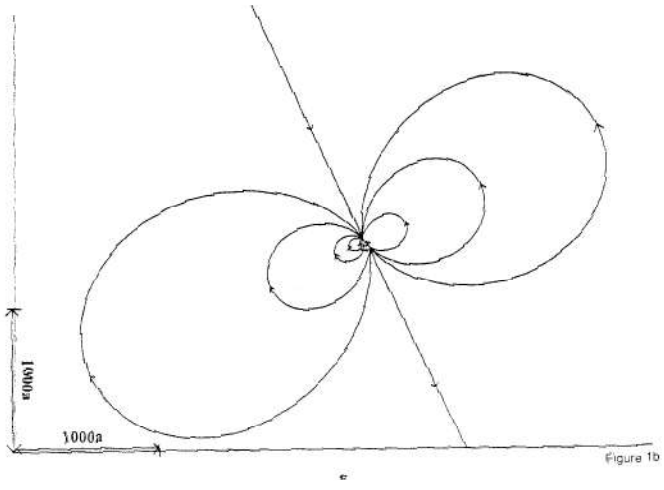


Figure 1b

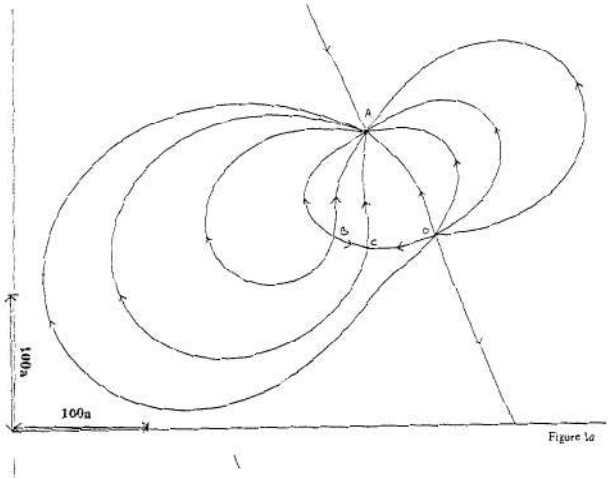


Figure 1a

3. On appelle q la valeur absolue de la plus petite charge présente. En déduire la valeur des charges présentes, sachant quelles sont toutes des multiples entiers de q.
4. Dessiner un tube de champ en dehors des charges. Dans quelle région du tube le champ est-il le plus intense ?

II. Champ créé par un condensateur plan :

1. On considère le plan infini d'équation z = 0, portant une densité surfacique uniforme de charge σ positive.

a) Etudier les symétries de cette distribution de charges, pour en déduire la direction du champ électrique créé.
b) Etudier les invariances de cette distribution de charges pour en déduire les coordonnées spatiales dont dépend le champ électrique créé.
c) Enoncer le théorème de Gauss. En déduire l'expression du champ électrique créé par cette distribution de charge en tout point de l'espace. Représenter graphiquement E(z) ainsi que les lignes de champ.
d) Déterminer le potentiel, V(z) et tracer les surfaces équipotentielles.

2. Donner, par analogie, le champ créé en tout point de l'espace par un plan infini d'équation z = L, portant une densité surfacique uniforme -σ.

3. On considère maintenant la distribution de charge formée par le plan d'équation z = 0 portant la densité de charge uniforme σ > 0 et le plan d'équation z = L portant la densité de charge uniforme - σ. Déterminer, en appliquant le théorème de superposition, le champ et le potentiel créés par cette distribution de charge en tout point de l'espace. Représenter graphiquement E(z). Représenter les lignes de champ et les sufaces équipotentielles.

III. Capteur capacitif de niveau

1. condensateur cylindrique

On considère un condensateur cylindrique supposé infini, constitué de deux cylindres de même axe (O*z*), de hauteur *h* ; l'armature centrale est un cylindre de rayon R_1, au potentiel V_1, portant la charge Q_1, l'armature extérieure est un cylindre de rayon intérieur R_2 et de rayon extérieur R_{ext}, au potentiel V_2, portant la charge $Q2 = -Q1$.

a) Déterminer la direction et les invariances du champ électrique.

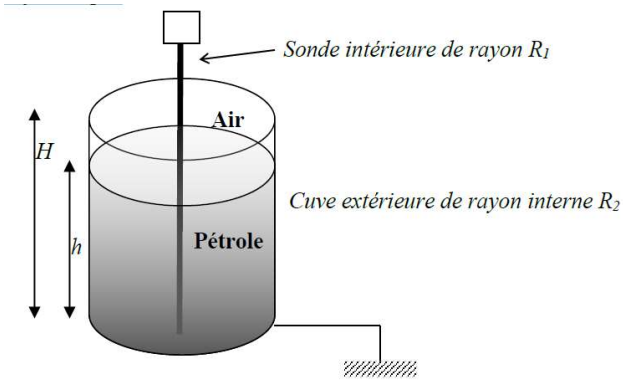
b) Déterminer le champ électrique entre les armatures.

c) En déduire la différence de potentiels V_2-V_1 entre les armatures.

d) En déduire la capacité du condensateur cylindrique.

2. Cuve à pétrole

On considère désormais un récipient cylindrique de rayon intérieur R_2 de stockage du pétrole de permittivité relative ε_r=2,1 relié électriquement à la terre. Au centre de ce récipient plonge une sonde cylindrique de rayon R_1



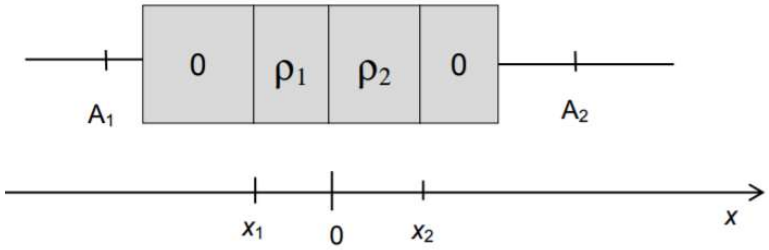
a) A quelle association de condensateurs (série ou parallèle) correspond cet ensemble ? En déduire sa capacité *C*.

b) Entre quelles valeurs *C* varie-t-elle au cours du remplissage ?

c) Expliquer comment ce dispositif peut fonctionner en détecteur du niveau *h* de pétrole dans la cuve. Pourrait-on utiliser ce type de détecteur de niveau si le liquide était de l'eau ?

IV. Champ électrosatique dans une diode à l'équilibre

On peut modéliser une diode au silicium, ou jonction PN, à l'équilibre, c'est-à-dire non parcoure par un courant, par le schéma ci-contre :



la région $[x_1, 0]$, avec $x_1 < 0$ est chargée avec une densité volumique de charge uniforme $\rho_1 < 0$;

la région $[0, x_2]$, avec $x_2 > 0$ est chargée avec une densité volumique de charge uniforme $\rho_2 > 0$;

en dehors de la zone $[x_1, x_2]$, appelée zone de déplétion, la densité de charge volumique est nulle.

1. Établir, en exprimant la neutralité de la zone de déplétion, une relation entre ρ_1, ρ_2, x_1 et x_2. Calculer x_2 sachant que $\rho_1 = -10$ C.m^{-3}, $\rho_2 = 3{,}0.10^4$ C.m^{-3} , x1 = −1,1 µm.

La présence d'une distribution volumique de charges dans la zone de déplétion se traduit par l'existence d'un champ électrique. Dans le silicium, les lois de l'électrostatique s'appliquent en remplaçant ε_0 par $\varepsilon_0 \times \varepsilon_r$ où ε_r est la permittivité relative de silicium. De plus, la largeur de la zone de déplétion est très faible devant les dimensions de la diode. On négligera donc les effets de bord dans les directions orthogonales à l'axe Ox.

2. Justifier que le champ électrique puisse s'écrire $\vec{E} = E(x)\vec{u}_x$ dans la jonction.

On admet que le champ électrique est nul dans la zone $x_1 < 0$.

3. Rappeler l'expression de la relation de Maxwell-Gauss. Que devient-elle pour le champ électrique étudié ?

On rappelle que E(x) est une fonction continue de l'espace pour une distribution volumique de charges.

4. En déduire l'expression de E(x) pour $x_1 < x < 0$. Quelle est la valeur de E(x=0) ?

5. Déterminer l'expresssion de E(x) pour $0 < x < x_2$. Quelle est la valeur de $E(x_2)$?

6. Représenter de E(x) pour tout x.

7. Rappeler la relation entre le potentiel V et le champ électrique en régime stationnaire.

8. Exprimer la différence de potentiel $V(A_1) - V(A_2) = Us$, tension seuil de la diode, entre les bornes A_1 et A_2 puis la calculer. $\varepsilon_o = 8{,}85.10^{-12}$ $\Phi.\mu^{-1}$ F.m $^{-1}$

9. Quelle est la nature des particules responsable de la circulation du courant électrique dans un conducteur ? Justifier les sens passant et bloquant de la diode.

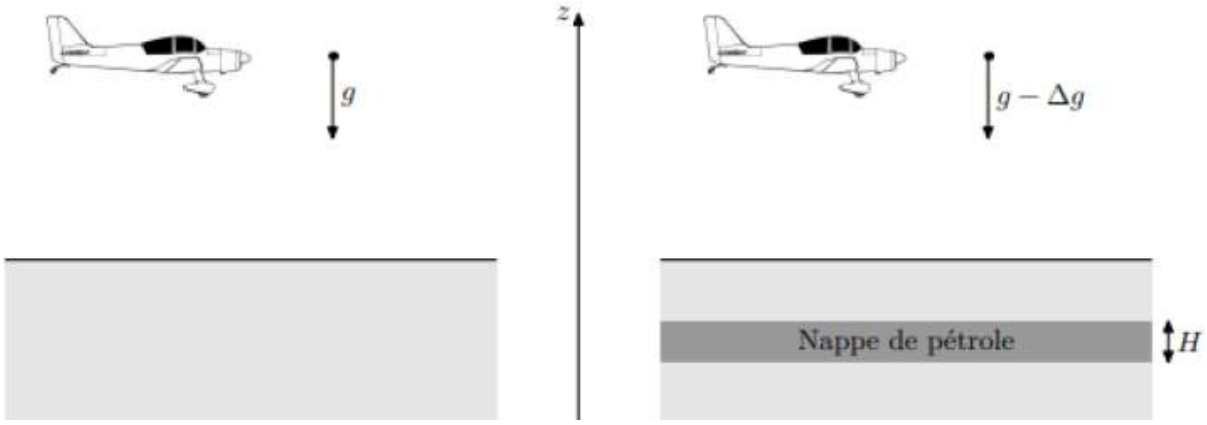
V. Prospection pétrolière par gravimétrie

Données : masse volumique du pétrole $\rho_P = 800$ kg.m^{-3} ; masse volumique du sol $\rho s = 2\,800$ kg.m^{-3} ; intensité de la pesanteur à la surface de la terre g = 9,8 m.s^{-2} ;
constante gravitationnelle G = $6{,}67.10^{-11}$ SI.

On étudie une méthode de prospection de pétrole qui consiste à détecter les variations Δg du champ de pesanteur dues à la présence d'une nappe de pétrole dans le sous-sol, c'est la gravimétrie. Ces variations sont détectées par un avion qui survole la région prospectée.

Dans le premier cas (figure gauche), l'avion survole une étendue supposée plane et homogène. Le champ gravitationnel vaut alors $-g\vec{u}_z$.

Dans le second cas (figure droite), l'avion survole une zone identique à ceci près qu'une nappe de pétrole, assimilée à une couche plane homogène d'épaisseur H, est présente dans le sous-sol. Le champ de pesanteur mesuré est alors $-(g - \Delta g)\,\vec{u}_z$.



1. Exprimer l'intensité de la pesanteur au niveau de la surface de la terre g en fonction de G, constante de gravitation, R rayon de la terre et MT la masse de la terre.

2. Rappeler les expressions de la force d'interaction électrostatique $\vec{F}_e$ subie par une charge ponctuelle qA placée au point A de la part d'une charge ponctuelle qB placée au point B ainsi que de la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}_g$ subie par une masse ponctuelle mA placée au point A de la part d'une masse ponctuelle mB placée au point B.

3. En déduire par des analogies à préciser comment on passe du théorème de Gauss pour le champ électrostatique au théorème de Gauss pour le champ gravitationnel.

Afin d'exprimer Δg, on s'intéresse tout d'abord au calcul du champ gravitationnel $\vec{g}_c$ créé à l'extérieur d'une couche plane homogène d'épaisseur H et de masse volumique ρc, supposée seule dans l'espace (figure 11).

4. Justifier le fait que le champ gravitationnel a pour forme $\vec{g}_c = g_c(z)\vec{u}_z$.

5. Établir, en illustrant votre démonstration par une figure avec une légende explicite, que $gc = -2\pi G\rho cH$ dans toute la partie située au-dessus de la couche plane.

6. Exprimer l'anomalie gravitationnelle Δg en fonction de G, H, ρp et ρs. Calculer Δg. Donnée : H = 200 m. Commentaire.

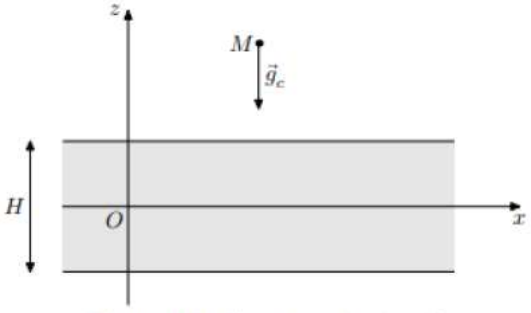
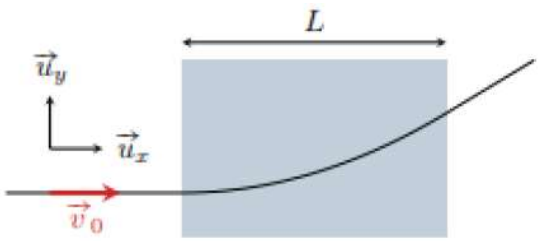


Figure 11 Champ gravitationnel créé par une couche plane

VI. Détermination d'un champ électrique



Un électron de masse m, d'énergie cinétique Ec_0 = 80 keV pénètre à vitesse $\vec{v}_0$ horizontale dans une cavité de longueur L = 1 m où règne un champ électrique uniforme de norme E_0 constante.

1 - Déterminer la direction et le sens du champ électrostatique $\vec{E}_0$.

2 - Lors de sa traversée, l'énergie cinétique de l'électron varie de $|\Delta Ec|$ = 10 keV. Quel est le signe de ΔEc ?

3 - Déterminer la norme E_0.

4 - Évaluer l'angle de déviation de la trajectoire en sortie de la zone de champ.

Données : m = $9{,}11.10^{-31}$ kg ; 1 eV = $1{,}6.10^{-19}$ J.

VII. Particule dans une zone chargée

On considère une répartition volumique de charges uniforme $\rho_o > 0$ placée entre deux plans « infinis » de coordonnées x = - a et x = a. On se pace en régime stationnaire.

1. Déterminer l'expression du champ électrostatique en tout point de l'espace. Représentaion graphique.
2. L'origine des potentiels étant choisie en x = 0, déterminer l'expression du potentiel électrostatique en tout point de l'espace. Représentation graphique.
3. Une particule de masse m et de charge +e se trouve initialement en x = -a. Quel est son mouvement ultérieur ? On néglige la pesanteur.
4. Cette même particule a maintenant une vitesse initiale $\vec{v} = v_o\vec{u}_x$ avec v_o>0 en x = -a. Quel est son mouvement ultérieur ?