PSI FEUILLE D'EXERCICES DE SCIENCES PHYSIQUES N°11 13/11/2026
2026/2027
Thème : transport de charge

Applications directes :

1. Ordres de grandeurs en conduction métallique

L'aluminium a pour masse molaire M = 26,98 g.mol^{-1} et une masse volumique $\mu = 2{,}7.10^3$ kg.m^{-3}.

a. Déterminer n le nombre d'atome d'aluminium par unité de volume.

On suppose que chaque atome d'aluminium libère 3 électrons de conduction.

b. Déterminer la densité volumique d'électrons de conduction. En déduire la densité volumique de charge d'électrons libres. Que vaut la densité volumique de charge positive ? Quelle est la nature des charges positives ?

c. Déterminer la valeur de la densité de courant dans un fil en aluminium de section s = 1 mm^2 traversé par un courant de 10 A.

d. En déduire la vitesse moyenne des électrons libres et la comparer à la vitesse d'agitation thermique. On donne l'énergie cinétique moyenne d'agitation thermique d'un électron Ec = 3 kT / 2 où k = $1{,}38.10^{-23}$ J.K^{-1} est la constante de Botlzmann.

La conductivité électrique de l'aluminium est $3{,}4.10^7$ SI.

e. Déterminer la valeur du champ électrique à l'intérieur du fil ainsi que la puissance volumique cédée aux porteurs de charge.

2. Interprétation cinétique du vecteur densité de courant

Un conducteur filiforme homogène dirigé suivant Ox de section s, constante et très petite est le siège d'un courant électrique d'intensité constante I circulant dans le sens de sa longueur. Les porteurs de charge sont des électrons de charge -e, de vitesse $\vec{v}$ constante due au champ électrique $\vec{E}$ créé par le générateur.

1. En admettant que chaque porteur est soumis à une force de frottement fluide $\vec{f} = -k\vec{v}$ (k>0), établir l'expression de $\vec{v}$ en fonction de $\vec{E}$. Que modélise cette force $\vec{f}$?

Soit n le nombre de porteurs par unité de volume.

2. Etablir l'expression algébrique de I en fonction de s, e, n, v.

3. Définir le vecteur densité de courant $\vec{j}$ et l'exprimer en fonction de $\vec{E}$. Quelle loi établit-on ?

La conductivité de l'argent vaut $6{,}2.10^7$ SI et sa densité électronique $7{,}4.10^{22}$ cm^{-3}.

4. En déduire la valeur de numérique de k avec ses unités.

5. Par homogénéité exprimer k en fonction de la masse m d'un électron et d'un temps τ. Calculer la valeur numérique de τ.

6. On suppose maintenant que le fil conducteur est soumis à un échelon de tension. Comment réalise-t-on ceci expérimentalement ? En déduire l'équation différentielle qui régit la vitesse d'un électron. Proposer une interprétation physique de τ.

3. Loi d'Ohm dans le plasma atmosphérique produit par un éclair

Lors d'un éclair, l'air atmosphérique forme un plasma, dans lequel circulent des électrons à une vitesse de 2.10^5 m.s^{-1}. L'intensité du courant électrique correspondant est 10 kA. Entre deux points de l'éclair distants de 50 m, la différence de potentiel est 50 MV. La température du plasma est de l'ordre de 10 000 K.

a) Quelle est la valeur du champ électrique qui règne dans le plasma ?

b) Calculer la valeur de la densité du courant électrique en supposant le plasma de géométrie cylindrique de section 1 mm^2.

c) Déterminer la densité volumique d'électrons.

d) Déterminer la conductivité du plasma et la comparer à la conductivité mesurée $1{,}4.10^4$ S.m^{-1}. Peut-on appliquer la loi d'Ohm locale dans le plasma ?

4. Résistance électrique d'un conducteur métallique en couronne cylindrique :

Soit un conducteur métallique en couronne cylindrique de longueur l = 5 cm d'axe Ox, compris entre les rayons R_1 = 1 cm et R_2 = 2 cm. Il est parcouru par un courant d'intensité I = 2 A et par un vecteur densité de courant uniforme $\vec{j} = j\,\vec{u}_x$. Le matériau est de résistivité ρ = 9.10^{-10} Ω.m. Déterminer la valeur de j, la valeur du champ électrique, la valeur de la puissance volumique dissipée par effet joule ainsi que la résistance du conducteur.

Exercices :

I. Protection contre la foudre et prise de terre

Il convient de dévier le courant de foudre vers la Terre afin de ne pas endommager les appareils électriques des usagers.

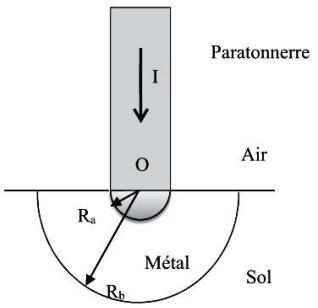


Figure 8 - Modèle simplifié d'une prise de terre

Une prise de terre (figure 8) est constituée d'une coque hémisphérique métallique de centre O, de rayon intérieur R_a, et de rayon extérieur R_b. On note $\gamma_{mét}$, la conductivité électrique du métal qui la constitue. Cette prise est enfoncée dans le sol, assimilé au demi espace z < 0 et de conductivité électrique γ_{sol} = $1{,}0.10^{-2}$ $S.m^{-1}$.

Elle est destinée à recevoir un courant I provenant d'un paratonnerre. Il sera supposé indépendant du temps et descendant. On suppose que le courant, qui traverse la prise de terre, est radial. Sa densité est de la forme $\vec{j} = j(r)\overrightarrow{e_r}$ en coordonnées sphériques.

1. Rappeler l'unité de la grandeur j(r). Donner l'expression de la densité de courant j(r) en fonction de I et de r.

2. Exprimer alors le champ électrique E(r) régnant dans le sol. En déduire en fonction de I, r et γ_{sol}, l'expression du potentiel électrique V(r) régnant dans le sol. On supposera que V = 0 loin du point O.

3. Représenter l'allure des lignes de champ, ainsi que les lignes équipotentielles à la surface de la terre. On fera une vue de dessus.

Cette répartition non uniforme du potentiel à la surface de la Terre explique le foudroiement indirect des hommes ou des animaux. On appelle R_h = 2,5 kΩ la résistance du corps humain mesurée entre ses deux pieds supposés distants de a = 1,0 m.

4. Comment doit-on se placer par rapport à la ligne équipotentielle pour n'être traversé par aucun courant ? Quelle est la situation la plus défavorable par rapport au courant électrique ?

Pour ne pas être électrocuté (c'est-à-dire pour que son corps ne soit pas traversé par un courant supérieur à une valeur seuil notée : I_{max} = 25 mA), un homme doit rester éloigné d'une distance au moins égale à D de la prise de terre.

5. Trouver une relation entre D, a, R_h, I, I_{max} et γ_{sol}.

6. En supposant D >> a, exprimer D en fonction de a, R_h, I, Imax et γ_{sol}.

7. Application numérique : évaluer D pour I = $5{,}0.10^4$ A.

8. Ce phénomène d'électrocution à distance touche-t-il plutôt les grands animaux (vaches, chevaux, ...) ou les petits animaux (lapins, renards, ...) ?

II. Résistance d'un conducteur cylindrique parcouru par un courant radial.

On considère une résistance métallique ohmique de conductivité électrique γ, en forme de couronne cylindrique, de longueur h très grande par rapport aux rayons, de rayon intérieur r_1, porté au potentiel V_1 et de rayon extérieur r_2, porté au potentiel V_2.

1. Que vaut la densité volumique de charges à l'intérieur d'un métal ?
2. A partir de l'étude des invariances de la résistance et de l'équation de Poisson, montrer que $dV = A\frac{dr}{r}$ où A est une constante. Représenter quelques surfaces équipotentielles.
3. En déduire l'expression de la différence de potentiel $V_2 - V_1$ en fonction de A, r_1 et r_2.
4. Tracer l'allure des lignes de champ électrique. Exprimer le champ électrique en un point M à l'intérieur de la résistance en fonction de r, r_1, r_2, V_1 et V_2.
5. En déduire l'expression du vecteur densité de courant. Est-il uniforme ?
6. En déduire l'expression de l'intensité du courant électrique qui circule dans le conducteur.
7. En déduire la résistance de ce conducteur. Vérifier l'homogénéité.

III. Expression de la résistance d'une prise de terre

1. Démontrer l'expression de la résistance d'un câble cylindrique parcouru uniformément et en régime stationnaire par un courant parallèle à son axe.

Une prise de terre (figure 8) est constituée d'une coque hémisphérique métallique de centre O, de rayon intérieur R_a, et de rayon extérieur R_b. On note $\gamma_{mét}$, la conductivité électrique du métal qui la constitue. Cette prise est enfoncée dans le sol, assimilé au demi espace $z < 0$ et de conductivité électrique γ_{sol}.

On considère une coque métallique hémisphérique homogène de conductivité électrique γ, comprise entre les rayons R_{int} et R_{ext} et parcourue par un courant radial.

On la décompose en une infinité de coques hémisphériques élémentaires comprises entre les rayons r et r + dr.

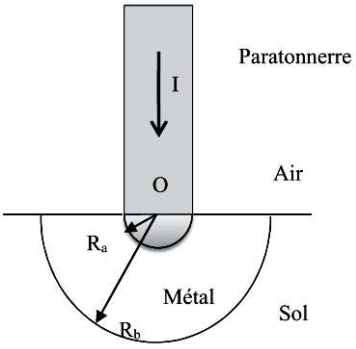


Figure 8 - Modèle simplifié d'une prise de terre

2. A partir de la relation établie en 1, exprimer en fonction de γ, r et dr, la résistance élémentaire dR_C d'une coque hémisphérique élémentaire.
3. A quelle association (série ou parallèle) peut-on assimilier l'ensemble des coques hémisphériques ?
4. En déduire en fonction de γ, R_{int} et R_{ext}, la résistance totale R_C de la coque hémisphérique.
5. AN : Evaluer R_C pour $R_a = 1{,}0$ cm , $R_b = 35$ cm, $\gamma = 6{,}0.10^6$ S.m^{-1}.

On suppose que le sol est parcouru par le courant I. le potentiel du sol s'écrit $V(r) = \frac{I}{2\pi r \gamma_{sol}}$ où r est la distance d'un point du sol à O.

6. Evaluer, dans le cas de la figure 8, la résistance totale du sol. AN $\gamma_{sol} = 1{,}0.10^{-2}$ S.m^{-1}.

La résistance totale de la prise de terre est la somme de la résistance métallique et de celle du sol.

La législation en termes de sécurité électrique impose que la résistance totale de la prise de terre $R_{glob} < 25\ \Omega$.

7. Est-ce respecté dans le cas de cette prise ? Sinon, que préconisez-vous pour remédier à ce problème ?

IV. Diode à vide : loi de Child-Langmuir

Deux plaques métalliques planes, de surface S et distantes de d, sont soumises dans le vide à une tension U. L'une des plaques, dont le potentiel V_C est pris comme référence, émet des électrons par effet thermoélectronique avec un débit constant. Ces électrons sont captés par l'autre électrode de potentiel $V_a = U$. On suppose que le courant d'électrons est uniforme.

1. Qu'appelle-t-on effet thermoélectronique ? Comment le réalise-t-on en pratique ? Donner le signe des charges sur chaque électrode.
2. Etablir, à l'aide du théorème de l'énergie cinétique et de l'équation de Poisson, l'équation différentielle satisfaite par le potentiel V en fonction de x, distance à l'électrode d'émission : $\frac{d^2V}{dx^2} - KV^{-1/2} = 0$ où K est une constante positive qu'on exprimera en fonction des données.
3. On cherche une solution du type $V(x) = Cx^n$ où C est une constante. Déterminer n et exprimer C en fonction de K.
4. En déduire la relation I(U) entre l'intensité du courant électrique et la tension U et tracer l'allure de la courbe I(U). Conclure.