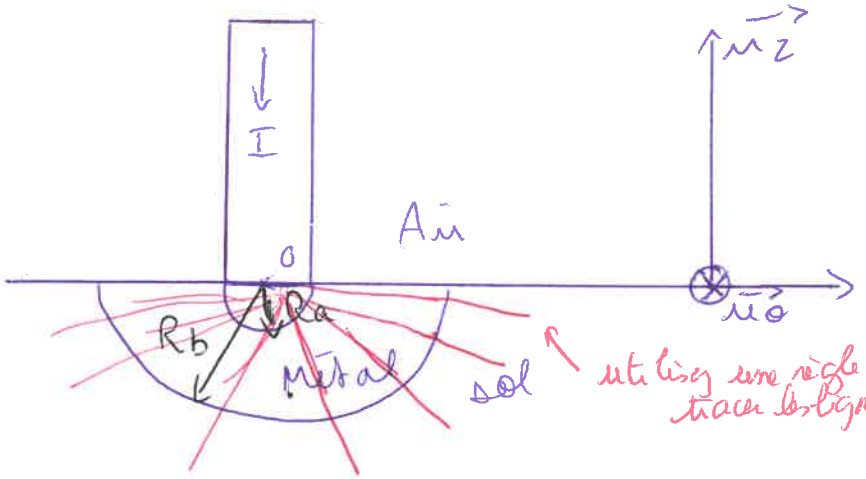
Ex 1 TD 11 Groupe 9 :



lignes de champ.

↑ utilisez une règle pour tracer les lignes de champ.

1) $j(r)$ est en A/m^2 / On sait que $\Psi(\vec{j}) = I$

$\Leftrightarrow \iint_S \vec{j(r)} \cdot \vec{dS} = I$

$\Leftrightarrow j(r) S_{\text{demi-sphère}} = I$

$\Leftrightarrow j(r) = \dfrac{I}{2\pi r^2}$ /

2) D'après la loi d'Ohm locale, $\vec{j} = \gamma_{sol} \vec{E}$

donc $E(r) = \dfrac{j(r)}{\gamma_{sol}} = \dfrac{I}{2\pi r^2 \gamma_{sol}}$ /

Or, $-dV = \vec{E(r)} \cdot \vec{dl}$

$= E(r)\, dr$

$\Leftrightarrow -\dfrac{dV}{dr} = E(r)$ /

$\Leftrightarrow V(r) = \dfrac{I}{2\pi r \gamma_{sol}} + \underbrace{2}_{=0 \text{ car } V(r=+\infty)=0}$ /

$\Leftrightarrow V(r) = \dfrac{I}{2\pi r \gamma_{sol}}$ /

3) Le champ $\vec{E}$ est selon $\vec{V_R}$

donc les lignes de champ qui sont tangentes à tout point du champ $\vec{E}$ (lignes de champ en rouge sur le schéma du début)

Vue du dessus :



règle ?

4) $U = RI$

$\Leftrightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{\Delta V}{R} = \frac{V_2 - V_1}{R}$

Donc $I = 0 \Leftrightarrow V_2 = V_1$ /

Il suffit de se placer sur la même équipotentielle. (les 2 pieds) /

La situation la plus défavorable est d'avoir un pied sur une équipotentielle et l'autre sur une autre équipotentielle /

5) $U_{max} = R_h I_{max}$

$\Leftrightarrow \Delta V = R_h I_{max}$

$\Leftrightarrow V(D+a) - V(D) = R_h I_{max}$

$\Leftrightarrow \frac{I a}{2\pi(D+a)D\gamma_{sol}} = R_h I_{max}$

(après avoir mis au le même dénominateur)

Ex 1 TD n°1 suite Groupe 9

6) On avait $\dfrac{I_a}{2\pi(D+a)D\gamma_{sol}} = R_h I_{max}$

Si $D \gg a$, $(D+a) \sim D$.

Donc $\dfrac{I_a}{2\pi D^2 \gamma_{sol}} = R_h I_{max}$

$\Leftrightarrow D = \sqrt{\dfrac{I_a}{R_h I_{max} 2\pi \gamma_{sol}}}$

expression numérique !

7) En faisant l'application numérique :

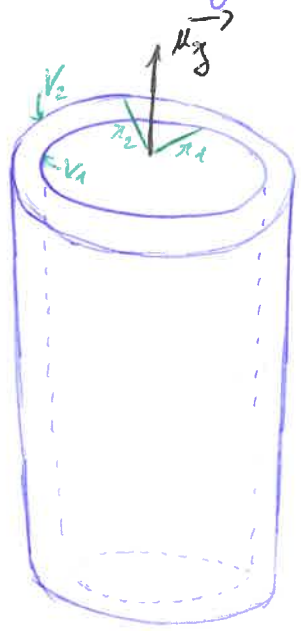
$D \simeq 113\,m$.

8) A la même résistance, l'électrocution touche les animaux ayant une grande taille car a serait plus élevé.

Exercice II

1) Le métal est formé d'Atomes donc $\rho_{métal} = 0$ / B

2)



- Equation de Poisson $\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = -\Delta(V)$

- Invariance de résistance par :
  - rotation θ
  - translation selon $\vec{\mu_z}$

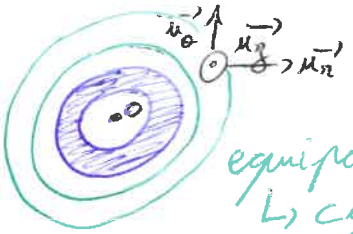
Donc $V(r, \theta, z) = V(r)$ /

Ici $\Delta(V) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right)$ /

$-\Delta(V) = 0 \iff -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right)$

$\iff r\frac{\partial V}{\partial r} = cste = A$

$\iff \boxed{\partial V = A\frac{\partial r}{r}}$ /



équipotentielles
↳ cylindres de hauteur infinie B

3) $\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r} \iff V(r) = A\ln(r) + cste$

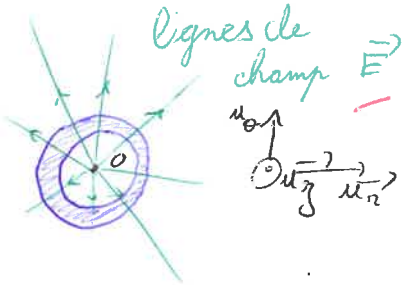
$V_2 - V_1 = A(\ln(r_2) - \ln(r_1)) = A\left(\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\right)$ /

4) $V(M) = V(r) \Rightarrow E(M) = E(r)$

Et $\vec{E} = -\text{grad}(V) = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{\mu_r} = -\frac{A}{r}\vec{\mu_r}$

On $V_2 - V_1 = A\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \Rightarrow A = \frac{V_2 - V_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

Ainsi $\vec{E(r)} = \frac{V_1 - V_2}{r\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\vec{\mu_r}$ /



5) D'après la loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma\vec{E}$

Donc $\vec{j} = \frac{\gamma(V_1 - V_2)}{r\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\vec{\mu_r}$ / non uniforme car $\vec{j}$ dépend de r /

6) On utilise la relation : $i = \Phi_{Sf}(\vec{j}) = \iint \vec{j}\cdot d\vec{S} = \iint j\cdot dS_{lat}$ → A à travers une surface ouverte

où Sf est un cylindre

car $\vec{j}$ est uniforme sur la surface S_{lat} /

$i = j\,S_{lat} = 2\pi r h\,j$ /

7) On utilise la loi d'Ohm $U = Ri \Leftrightarrow R = \frac{U}{i}$

Donc $R = \frac{V_1 - V_2}{i} = \frac{V_1 - V_2}{2\pi r h \gamma \frac{V_1 - V_2}{\ln(r_2/r_1)}} = \frac{V_1 - V_2}{2\pi r h \gamma (V_1 - V_2)} \ln(r_2/r_1)$

$$\boxed{R = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi h \gamma}}$$

On a : $\cdot [\gamma] = S.m^{-1}$ $\cdot [h] = m$ $\cdot \left[\ln(r_2/r_1)\right] = \emptyset$

$$\left[\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi h \gamma}\right] = \frac{1}{S.m^{-1}.m} = \frac{1}{S} = \Omega$$

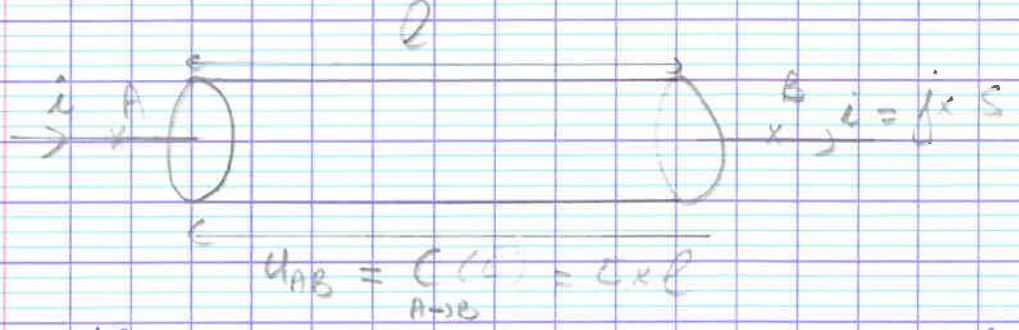
La relation est bien homogène /

Merci d'utiliser une feuille blanche

Groupe 1 TD 11
Koné
Humold
TA I

Exercice III :

1)



Hypothèse : j et E sont uniformes dans le fil

$$\frac{U}{i} = \frac{E \times \ell}{j \times S} \qquad \text{or } \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

$$\frac{U}{i} = \frac{1}{\gamma} \times \frac{\ell}{S} = R$$

$$\boxed{R = \frac{1}{\gamma} \times \frac{\ell}{S}}$$ /

2) On a $R = \frac{1}{\gamma} \frac{\ell}{S}$



S = Surface de la coque hémisphérique élémentaire

$$S = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$$

$$\boxed{dR_c = \frac{1}{\gamma} \frac{dr}{2\pi r^2}}$$ /

3) On peut assimiler l'ensemble des coques par une association série /

4) $$R_c = \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \frac{1}{\gamma} \frac{dr}{2\pi r^2} = \frac{1}{2\pi\gamma} \left(\frac{1}{R_{int}} - \frac{1}{R_{ext}} \right)$$ /

5) $R_a = 1,0\,cm = 1.10^{-2}\,m$

$R_b = 35\,cm = 0,35\,m$

$\gamma = 6,0.10^6\ S.m^{-1}$

$$R_c = \frac{1}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{R_{int}} - \frac{1}{R_{ext}}\right)$$

$$A.N: R_c = \frac{1}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{1.10^{-2}} - \frac{1}{0,35}\right)$$

$$\boxed{R_c = 2,58.10^{-6}\ \Omega}$$ /

6) $$R_{sol} = \int_{R_{ext}}^{\infty} \frac{1}{\gamma}\frac{dr}{2\pi r^2} = \frac{1}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{R_{ext}}\right)$$

$$A.N: R_{sol} = \frac{1}{2\pi\times 1,0.10^{-2}}\left(\frac{1}{0,35}\right)$$

$$\boxed{R_{sol} = 45\ \Omega}$$ /

$$R_{glob} = R_{sol} + R_c \simeq 45\ \Omega > 25\ \Omega$$ /

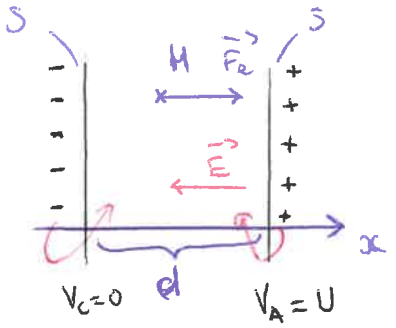
7) Dans le cas de cette prise la législation n'est pas respectée /

Pour remédier à ce problème, on pourrait augmenter γ ou pour diminuer R_{sol} /

TD 11 , Ex III

Gr 5 : Justine
Isaac
Jarvis

13



les charges sont à l'intérieur du dispositif.
↳ ce qui augmente l'agitation thermique.

1. L'effet thermoélectrique se réalise en chauffant un métal pour ensuite émettre des électrons lorsque le métal est soumis à une différence de potentiel

2. Equation de Poisson :

$\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$, dans le cas du problème $\Delta V = \frac{d^2V}{dx^2}$ et

Théorème de l'énergie cinétique appliqué à un électron :

$\Delta E_c = W(\vec{F_e})$, en considérant la vitesse initiale nulle :

$$\frac{1}{2} m v^2(x) = e(V(x) - V_c) = eV(x)$$

$$\Rightarrow V(x) = \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}$$

D'autre part, $\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$, or $\rho = -ne$ où n est la densité volumique d'électron

$$\Rightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = \frac{ne}{\varepsilon_0}$$

de plus $I = \rho v(x) S = neS\sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}$ $\Rightarrow n = \frac{I}{eS\sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}}$

$$\Rightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = \frac{I}{\varepsilon_0 S}\sqrt{\frac{m}{2eV(x)}}$$

en posant $K = \frac{I}{\varepsilon_0 S}\sqrt{\frac{m}{2eV(x)}}$ on a bien $\frac{d^2V}{dx^2} - KV^{-\frac{1}{2}} = 0$ ✓

3. Avec $V(x) = Cx^m$ l'équation de la question 2 devient :

$$Cm(m-1)x^{m-2} - K(Cx^m)^{-\frac{1}{2}} = 0 \quad \text{et cela } \forall x$$

Ainsi $m - 2 + \frac{m}{2} = 0 \Rightarrow \frac{3m}{2} = 2 \Rightarrow m = \frac{4}{3}$

Alors l'équation devient

$$C \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{3} \times x^{-\frac{2}{3}} - KC^{-\frac{1}{2}} x^{-\frac{2}{3}} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{4}{9} C - KC^{-\frac{1}{2}} \right) = 0$$

Alors $\frac{4}{9} C = KC^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{4}{9} C^{3/2} = K \Rightarrow C = \left(\frac{9}{4} K \right)^{2/3}$

d'où $V(x) = \left(\frac{9}{4} K \right)^{2/3} x^{4/3}$

4. Tout d'abord on sait que $V(d) = U = Cd^{4/3}$

d'autre part, $I = ne\, v(x)\, S$ et on a montré que

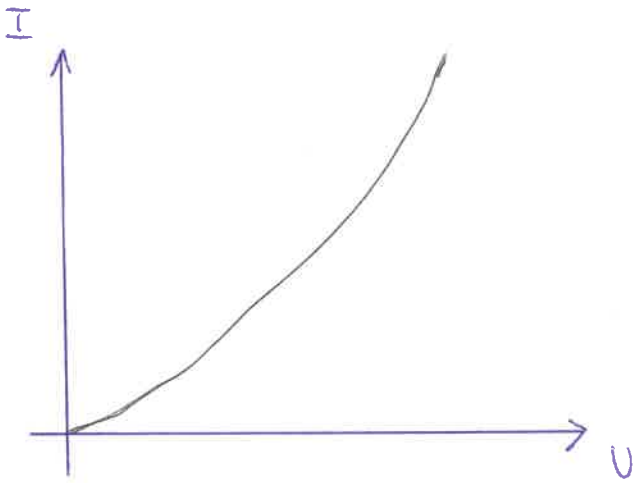
$$v(x) = \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}$$

D'après l'équation de Poisson : $\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{ne}{\varepsilon_0} \Rightarrow ne = \varepsilon_0 \frac{d^2V}{dx^2}$

d'où $I = S\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}} \frac{d^2V}{dx^2}$, or $\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{K}{\sqrt{V(x)}}$

Ainsi $I = \varepsilon_0 S K \sqrt{\frac{2e}{m}}$, or $K = \frac{4}{9} C^{3/2} = \frac{4}{9} \frac{U^{3/2}}{d^2}$

Finalement, $I = \frac{4}{9} \frac{\varepsilon_0 S U^{3/2}}{d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}}$



Le courant augmente de plus en plus quand la tension augmente.